

Харківський національний автомобільно-дорожній університет  
Міністерства освіти і науки України

Харківський національний автомобільно-дорожній університет  
Міністерства освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

Потапов Микола Миколайович

УДК 629.1.02

## **ДИСЕРТАЦІЯ**

### **ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ШАСІ ПОВНОПРИВІДНИХ КОЛІСНИХ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ**

Спеціальність 05.22.20 – Експлуатація та ремонт засобів транспорту  
Галузь знань – 27 «Транспорт»

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело \_\_\_\_\_ М. М. Потапов

Науковий керівник Молодан Андрій Олександрович, кандидат технічних наук, доцент

Харків – 2021

## АНОТАЦІЯ

*Потанов М.М.* Підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідних колісних засобів транспорту. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.22.20 «Експлуатація та ремонт засобів транспорту» (275 – Транспортні технології). – Харківський національний автомобільно-дорожній університет Міністерства освіти і науки України; Харківський національний автомобільно-дорожній університет Міністерства освіти і науки України, Харків, 2021.

У автомобілів, що мають блокований привід переднього і заднього (задніх) ведучих мостів, відбувається перерозподіл через трансмісію моментів між колесами відповідно до нормальних навантажень, які припадають на них, і до коефіцієнту зчеплення з дорогою. Зазначене явище супроводжується додатковим навантаженням елементів ходової частини, їх зносом і, як наслідок, додатковими втратами потужності двигуна і витратою палива.

При проектуванні необхідно не тільки забезпечити раціональні показники роботи системи «трансмісія-колеса» тягово-транспортного засобу (ТТЗ) в момент виходу з конвеєра заводу, а й створити умови для збереження цих показників протягом усього періоду експлуатації. Забезпечення функціональної стабільності елементів зазначеної системи на стадіях проектування і експлуатації є важливим етапом підвищення надійності, технічного рівня і поліпшення якості повнопривідних колісних машин. Функціональна нестабільність елементів системи «трансмісія-колеса», в свою чергу, є причиною параметричних і функціональних відмов, що призводять до значних матеріальних збитків, а також людських жертв. Саме тому у дисертаційній роботі розв'язано актуальну наукову задачу з підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідних ТТЗ з

урахуванням блокування їх трансмісії, що дозволяє мінімізувати під час їх експлуатації додаткові втрати енергії в системі «трансмісія-колеса».

Метою дослідження є підвищення ефективності функціонування повнопривідного автомобіля шляхом розробки методів та засобів покращення функціональної стабільності елементів шасі з блокованим міжосьовим диференціалом.

Об'єкт дослідження – динамічні процеси в системі «трансмісія-колеса» повнопривідних автомобілів.

Предмет дослідження – методи покращення функціональної стабільності елементів шасі повнопривідного автомобіля в усталеному та неусталеному режимах руху.

Наукова новизна отриманих результатів полягає в узагальненні відомих та розробці нових методів оцінювання функціональної стабільності елементів шасі повнопривідних автомобілів, що дозволило визначити шляхи її покращення.

*Вперше* запропоновано метод визначення характеру зміни енергії крутильних коливань у блокованій трансмісії повнопривідного автомобіля з урахуванням зміни в експлуатації радіусів його коліс.

*Удосконалено* метод управління тиском повітря в шинах повнопривідного автомобіля, який, на відміну від існуючих, заснований на усуненні кінематичного розузгодження, що дозволяє підвищити функціональну стабільність елементів системи «трансмісія-колеса» автомобіля при різних режимах руху.

*Дістав подальшого розвитку* метод оцінки параметрів руху автомобільного колеса, який, на відміну від існуючих, враховує дію активного крутильного моменту і штовхаючу силу, що характерно для випадку наявності кінематичного розузгодження у бездиференціального автомобіля з декількома ведучими мостами.

Розроблено розрахункову схему трансмісії повнопривідного автомобіля без міжосьового диференціала (із заблокованим міжосьовим диференціалом),

яка враховує моменти інерції обертових деталей трансмісії і дозволяє змоделювати в ній коливальний процес, викликаний кінематичною неузгодженістю. Отримано математичну модель, яка описує взаємозв'язок кута закручування валу трансмісії зі статичними силами до нього прикладеними (сили інерції, сили опору руху), яка дозволяє описати коливальні процеси в трансмісії. Комп'ютерне моделювання процесу розвитку коливань дозволило визначити енергію коливань при різних законах зміни моменту опору на колесах повнопривідного автомобіля. Встановлено, що характер зміни моменту опору руху не впливає на зміну енергії коливань в трансмісії повнопривідного автомобіля при наявності кінематичного розузгодження.

Зроблено оцінку параметрів руху автомобільного колеса при дії активного крутильного моменту і штовхаючої сили, що характерно для випадку наявності кінематичного розузгодження в бездиференціальному автомобілі з декількома ведучими мостами. Отримані залежності дозволяють визначити величину і напрямок дотичної реакції в контакті жорсткого автомобільного колеса з дорогою при дії активних крутильного моменту і штовхаючої сили і умови відсутності ковзання або буксування. Встановлено, що рівномірний рух колеса можливий тільки при малих значеннях активних крутильного моменту і штовхаючої сили, спрямованих в одну сторону, а дотична реакція на колесі в цьому випадку дорівнює штовхаючій силі, але спрямована в протилежний бік. Отримані нерівності виражають умови ковзання (буксування) жорсткого автомобільного колеса при дії на нього активних крутильного моменту і штовхаючої сили. При невиконанні зазначеної умови і позитивному напрямку дотичної реакції колесо буксує, а при негативному напрямку – ковзає. Встановлено, що при блокуванні приводу передніх і задніх ведучих коліс повнопривідної машини в процесі гальмування не відбувається кочення в тяговому режимі коліс осі, що знаходяться в гірших умовах зчеплення. Отримані аналітичні вирази дозволяють уточнити розподіл гальмівних сил між осями повнопривідної

колісної машини при блокованому приводі передніх і задніх коліс в процесі гальмування.

Визначено умови, при яких кочення колеса буде відбуватися в тяговому, гальмівному або вільному режимі при одночасній дії крутильного і гальмівного моментів, також визначені умови, при яких збільшення вертикального навантаження на автомобіль може призводити до збільшення радіусу кочення коліс. Експериментально визначено вплив зміщення центру ваги автомобіля на величину кінематичного радіуса колеса. Експериментальні дослідження показали, що радіуси коліс вантажних автомобілів істотно змінюються в залежності від їх завантаження. Отримано експериментальні залежності зміни радіуса кожного з коліс автомобіля при різних тисках і навантаженнях з урахуванням зміщення його центру ваги. Закони зміни радіусів кочення коліс передньої і задньої осей носять нелінійний характер і істотно відрізняються один відносно іншого.

Визначено залежність величини кінетичної енергії, яка витрачається на деформацію шин повнопривідного автомобіля при русі з блокованим приводом від різниці швидкостей його ведучих коліс. Виявлено, що величина енергії, що витрачається, прямопропорційна квадрату різниці швидкостей ведучих коліс повнопривідного ТТЗ при русі з блокованим приводом. Встановлено, що витрати енергії прагнуть до нуля при рівності лінійних швидкостей кожного з ведучих коліс повнопривідного ТТЗ, при цьому не виникає кінематичне розузгодження в трансмісії ТТЗ.

Виконано експериментальне дослідження параметрів руху повнопривідного автомобіля при зміні тиску в шинах і навантаження на колеса. В процесі експериментального дослідження визначався вибіг автомобіля за інерцією при різних тисках в шинах і вертикальних навантаженнях на осі автомобіля при різних кінематичних схемах трансмісії. Дослідження проводилися на повнопривідному автомобілі УАЗ–3303. Планування дорожнього експериментального дослідження дозволило оптимізувати кількість проведених заїздів. Достовірність отриманих

результатів забезпечена коректністю застосування вимірювальних приладів з прийнятною похибкою, та п'ятикратною повторюваністю дослідів з відповідними постійними значеннями варіюємих параметрів. Визначено величину зменшення довжини вибігу автомобіля при включеному блокованому повному приводі, обумовлене як збільшенням опору кочення коліс автомобіля, так і наявністю і зростанням додаткових втрат енергії, викликаних кінематичним розузгодженням. Отримано рівняння регресії, що описують взаємозв'язок досліджуваних параметрів.

Для отримання найбільшого тягового зусилля і прохідності в несприятливих умовах за зчепленням, ходовий апарат повнопривідного колісного ТТЗ повинен забезпечувати жорстко блокований привід крутильного моменту по мостах, при збереженні кінематичної відповідності між ними. Для цього найбільш доцільним є впровадження системи, яка б мінімізувала кінематичне розузгодження в трансмісії, не змінюючи її конструкції, за рахунок зміни тиску в шинах автомобіля до вирівнювання радіусів кочення коліс. Розроблено метод та систему управління тиском повітря в шинах повнопривідного автомобіля, який заснований на усуненні кінематичного розузгодження, що дозволяє підвищити функціональну стабільність елементів системи «трансмісія-колеса» автомобіля при різних режимах руху.

Запропонована система має включати в себе ряд підсистем, а саме підсистему підтримки однакового тиску в шинах однієї осі, підсистему фіксування кінематичного розузгодження, підсистему усунення кінематичного розузгодження, підсистему обслуговування режиму «Поле», підсистему підкачки шини. Розроблено алгоритми роботи як системи в цілому, так і окремих її підсистем, які дозволяють реалізувати функції підтримки однакового тиску в шинах однієї осі, встановлення необхідного тиску в шинах коліс автомобіля при експлуатації автомобіля в різних дорожніх умовах, в тому числі в умовах бездоріжжя, і мінімізації кінематичного розузгодження в трансмісії.

Практичне значення одержаних результатів дисертаційної роботи полягає у наданні стейкхолдерам нових підходів до оцінювання й підвищення функціональної стабільності елементів шасі повнопривідних автомобілів, а саме: розроблено метод визначення характеру зміни енергії крутильних коливань в блокованій трансмісії повнопривідного автомобіля в залежності від радіусів його коліс, а також метод оцінювання параметрів руху автомобільного колеса при дії активного крутильного моменту і штовхаючої сили, теорія навантаження коліс повнопривідних тягово-транспортних засобів при відсутності міжосьових диференціалів або при його блокуванні, метод мінімізації кінематичного розузгодження в трансмісії шляхом управління тиском повітря в шинах повнопривідного ТТЗ з блокованою трансмісією.

Основні положення дисертаційної роботи прийняті до впровадження на наступних підприємствах та в організаціях: державному підприємстві «Харківський автомобільний завод», державному підприємстві «Харківський завод спеціальних машин», Сумському національному аграрному університеті, Національному науковому центрі «Інститут механізації та електрифікації сільського господарства».

Ключові слова: повнопривідний автомобіль, колесо, трансмісія, блокування, буксування, кінематична розузгодженість, втрата потужності, регулювання тиску

Список публікацій здобувача.

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

1. Потапов Н.Н. Влияние смещения центра тяжести автомобиля при изменении нагрузки на радиусы колес. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. 2014. № 99. С. 58–68.
2. Потапов М. М. Зниження енергії на подолання кінематичної неузгодженості в трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів

регулюванням тиску в шинах. *Вісник машинобудування та транспорту*. 2019. Вип. 2 (10). С. 89–95.

3. Потапов Н.Н. Определение величины затрачиваемой энергии на смятие шин полноприводного автомобиля тягово-транспортного средства при движении с заблокированным приводом. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка (технічні науки)*. 2019. Вип. 205. С. 49–54.

4. Потапов М.М., Абдулгасіс А.У., Абрамов Д.В., Артьомов М.П., Гацько В.І., Забелишенський З.У., Клец Д.М., Назарько О.О., Подригало М.А., Полянський О.С., Файст В.Л. Динаміка колеса автомобіля: Монографія / за ред. М.А. Подригало, О.С. Полянського. Х. : ХНАДУ, 2019. 199 с.

5. Potapov M., Polyansky O., Molodan A. Change of power and mechanical losses of a wheel vehicle engine with cylinders cutout. *MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*. 2018. Vol. 20. No. 1. pp. 99–103.

6. Podrigalo, M., Dubinin, Y., Molodan, A., Polianskyi, O. et al., "New Methods and Systems for Monitoring the Functional Stability Parameters of Wheel Machines Power Units," *SAE Technical Paper 2020-01-2014*, 2020, <https://doi.org/10.4271/2020-01-2014>. Published 15 Sep 2020.

7. Потапов М.М., Третьяк В.М., Болдовський В.М., Шевелєв Р.С. Зменшення опору руху повнопривідних тягово-транспортних засобів, мінімізацією паразитної потужності в трансмісії. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка (технічні науки)*. 2007. Вип. 59. Том 2. С. 243–248.

8. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Клец Д.М., Холодов М. П. Новое в теории эксплуатационных свойств автомобиля. *Наукові нотатки*. 2014. Вип. 46. С. 421-430.

9. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Клец Д.М., Назарько О.А. Влияние тяговых моментов на динамическое распределение вертикальных реакций между



колесами автомобиля. *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. 2010. № 39. С. 64–74.

10. Потапов Н.Н., Подригало М.А. Движение жесткого автомобильного колеса при действии крутящего момента и толкающей силы. *Автомобильный транспорт*. 2011. Выпуск 28. С. 14–17.

11. Потапов Н.Н. Полянский А.С., Молодан А.А. Математическая модель скручивания вала трансмиссии полноприводных тягово-транспортных средств при движении с заблокированным приводом. *Інженерія природокористування*. 2019. № 4 (14). С. 6-11.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

12. Потапов М.М. Вплив кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів на їх паливно-економічні показники. Збірник матеріалів всеукраїнського науково-практичного семінару «Забезпечення функціональної стабільності автомобілів та тракторів» 22 травня 2019 р. Харків: ХНАДУ, 2019. С. 25-27.

13. Потапов Н. Снижение энергии на преодоление кинематического рассогласования в трансмиссии полноприводных тягово-транспортных средств регулированием давления в шинах. *Сучасні технології та перспективи розвитку автомобільного транспорту*: матеріали XXI міжнародної науково-практичної конференції 21–23 жовтня 2019 р. Вінниця : ВНТУ, 2019. С. 137–140.

14. Potapov M., Molodan A., Polyanskii O. Influence on the engine power and flow fuel of the wheel car of the cylinder parts disconnection. *ЕКОВАРНА* : Сборник докладов XXV Научно-технической конференции с международным участием. Том двадесет и шести. Часть 1. Варна, 2019. С. 160-166.

15. Potapov M., Polyanskii O., Molodan A. Cause and investigative failure analysis in nominal engine operation and partial disabling of cylinders. *ЕКОВАРНА*. XXVI Научно-техническа конференция с международно участие. Сборник доклады. Том двадесет и седми. Часть 1. Варна, 2020. С. 132-137.

16. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Холодов М.П. Особенности торможения колесной машины при жесткой кинематической связи в приводе передних и задних колес. Десята наукова конференція харківського університету повітряних сил ім. Івана Кожедуба *«Новітні технології – для захисту повітряного простору»* 9 – 10 квітня 2014 р. Харків: ХНУПС, 2014. С. 211.

17. Потапов М.М., Абрамов Д.В., Тарасов Ю.В., Потапова О.В. Підвищення експлуатаційних характеристик повнопривідних тягово-транспортних засобів під час руху із заблокованим приводом. Збірник тез доповідей ІХ Всеукраїнської науково-практичної конференції *“Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності військових формувань та правоохоронних органів”* 29 жовтня 2020 р. Харків: НАНГУ, 2020. С. 16-17.

18. Потапов М.М. Потапова О.В., Абрамов Д.В. Визначення втрат енергії при зминанні шин повнопривідного тягово-транспортного засобу. Наукові праці Міжнародної науково-практичної конференції присвяченої 90-річчю Харківського автомобільно-дорожнього університету та 90-річчю автомобільного факультету *"Сучасні тенденції розвитку автомобільного транспорту та галузевого машинобудування"* 16-18 вересня 2020 р. Харків: ХНАДУ, 2020. С. 155-157.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

19. Пат. 28598 Україна, МПК G01M 17/00. Спосіб визначення впливу на ґрунт рушіїв транспортних засобів / Третяк В.М., Болдовський В.М., Давиденко О.Ю., Потапов М.М.; заявник Третяк Віктор Михайлович. – № u 2007 10319; заявл. 17.09.2007; опубл. 10.12.2007, Бюл. № 20.

20. Пат. 143315 Україна, МПК F02D 41/32, F02M 63/02. Система відключення паливоподачі за допомогою електромагнітних клапанів / Молодан А.О., Полянський О.С., Подригало М.А., Потапов М.М., Дубінін Є.О., Клец Д.М., Абрамов Д.В.; заявник Харківський національний автомобільно-дорожній університет. – № u 202000007; заявл. 02.01.2020; опубл. 27.07.2020, Бюл. № 14.

## ABSTRACT

*M. Potapov.* Improving the efficiency of operation of the chassis elements of all-wheel drive vehicle. – Qualifying scientific work as a manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Engineering Sciences in specialty 05.22.20 – Maintenance and repair of vehicles (275 – Transport technologies). – Kharkiv National Automobile and Highway University, Ministry of Education and Science of Ukraine. – Kharkiv National Automobile and Highway University, Ministry of Education and Science of Ukraine. – Kharkiv, 2021.

In vehicles with locked front and back drive axles, there is moment redistribution through the transmission between the wheels according to the basic loads on them and to the traction. This phenomenon is accompanied by additional load on the elements of the chassis, their wear and, as a consequence, additional engine power loss and fuel consumption.

At designing it is necessary not only to provide rational indicators of work of "transmission-wheels" system of towing transport facilities at the moment of an exit from the conveyor of plant, but also to create conditions for maintenance of these indicators during all operational life. Assuring the functional stability of the elements of this system at the stages of design and operation activity is an important step in improving the reliability, technical level and improving the quality of all-wheel drive vehicles. The functional variability of the elements of the "transmission-wheel" system, in turn, is the cause of parametric and functional failures, leading to significant material damage, as well as human losses. That is why the thesis paper solves an urgent scientific problem to increase the stability of the chassis elements of all-wheel drive vehicles, taking into account the blocking of their transmission, which minimizes additional energy loss during their operation in the "transmission-wheel" system.

The aim of the study is to increase the efficiency effect of the all-wheel drive vehicle by developing methods and tools to improve the functional stability of the chassis components with blocked interaxle differential.

The object of study is dynamic processes in the "transmission-wheels" system of all-wheel drive cars.

The subject of the study is methods of improving the functional stability of the elements of the chassis of an all-wheel drive car in steady and unsteady modes of movement.

The academic novelty of the obtained results involves the generalization of known and development of new methods for assessing the functional stability of the chassis elements of all-wheel drive vehicles, which allowed identifying ways to improve it.

For the first time a method to determine the nature of the changes in the energy of torque vibration in a blocked transmission of an all-wheel drive vehicle was proposed, which takes into account changes in the operation activity of its wheel radii.

The method of air pressure control in the tires of an all-wheel drive car has been improved, which, in contrast to the existing ones, is based on the elimination of kinematic mismatch, which allows to increase the functional stability of elements of the car transmission system at different traffic conditions.

The method of estimating the parameters of movement of the automobile wheel, which in contrast to the existing ones, takes into account the action of active torque and pushing force was further developed, which is characteristic of the case of the presence of a kinematic mismatch in a non-differential car with several drive axles.

An analytical model for the transmission of an all-wheel drive car without an interaxle differential (with a locked interaxle differential) has been developed, which takes into account the mass moments of inertia of the rotating parts of the transmission and allows modeling the oscillating process caused by kinematic mismatch. A mathematical model is obtained, which describes the relationship between the torsion angle of the transmission shaft and the static forces applied to it (forces of inertia, motion resistance force), which allows describing the oscillating processes in the transmission. Computer modeling of the process of oscillation development allowed determining the energy of oscillations under different laws of change of the moment of resistance on the wheels of an all-wheel

drive car. It is established that the pattern of change in the moment of resistance does not affect the change in the energy of oscillations in the transmission of an all-wheel drive car in the presence of kinematic mismatch.

The estimation of parameters of movement of an automobile wheel at action of active torque and pushing force is made that is characteristic of a case of presence of kinematic mismatch in the nondifferential car with several leading axles. The obtained dependences allow determining the magnitude and direction of the tangential reaction in contact of the rigid car wheel with the road under the action of active torsion torque and impelling power and the conditions of absence of skidding or slipping. It is established that steady wheel motion is possible only at small values of active torsion torque and impelling power directed in one direction, and the tangential reaction on the wheel in this case is equal to the impelling power, but directed in the opposite direction. The obtained inequations express the conditions of skidding (slipping) of a rigid car wheel under the action of active torque and impelling power. If this condition is not met and the direction of the tangential reaction is positive the wheel slips, and if the direction is negative, it skids. It has been established that during braking, when the drive of the front and rear drive wheels of a four-wheel-drive vehicle is blocked, there is no traction mode for rolling wheels which are in the worst conditions of adhesion. The obtained analytical expressions allow to specify the distribution of braking forces between the axles of the all-wheel drive machine when the drive of the front and rear wheels is blocked during braking.

The conditions under which rolling movement of the wheel will take place in traction mode, braking condition or free mode with simultaneous action of torque and brake moments are defined; also the conditions under which increase of vertical load on the car can lead to increase in rolling radius are defined. The effect of shifting the center of gravity of the car on the magnitude of the kinematic radius of the wheel is experimentally determined. Experimental studies have shown that the radii of the wheels of trucks vary significantly depending on their load. Experimental dependences of change of radius of each of wheels of the car at

various pressures and loadings taking into account shift of its center of gravity are received. The laws of change of the radii of rolling of the wheels of the front and rear axles are nonlinear and differ significantly from each other.

The dependence of the value of kinetic energy, which is spent on the deformation of the tires of an all-wheel drive car when driving with a locked drive on the difference in speed of its drive wheels is determined. It is found that the energy magnitude consumed is directly proportional to the square of the difference between the speeds of the drive wheels of all-wheel drive vehicle when driving with a locked drive. It has been established that energy losses tend to zero at the equivalence of the linear speeds of each of the drive wheels of a four-wheel-drive vehicle. There is no kinematic mismatch in the transmission of the vehicle.

An experimental study of the parameters of the all-wheel drive vehicle with a change in tire pressure and wheel load changes has been completed. In the course of experimental research the coasting of the car on inertia at various pressures in tires and vertical loadings on an axis of the car at various kinematic schemes of transmission was defined. The research was conducted on an all-wheel drive car UAZ-3303. The planning of the road experimental study allowed optimizing the number of races. The reliability of the obtained results is ensured by the correctness of the use of measuring instruments with acceptable error, and five times the repetition of experiments with the corresponding constant values of the variable parameters. The magnitude of the reduction in the length of the coasting when the locked all-wheel drive, due to both the increase in rolling resistance of the wheels of the car, and the presence and growth of additional energy losses caused by kinematic mismatch. The regression equations describing the relationship of the studied parameters are obtained.

To obtain the greatest traction force and the flotation ability in adverse conditions of traction, the running gear of the all-wheel drive vehicle must provide a rigidly locked torque drive on the axles, while maintaining the kinematic correspondence between them. To do this, it is most appropriate to implement a system that would minimize the kinematic mismatch in the transmission, without

changing its design, by changing the pressure in the tires of the car to equalize the radii of the wheels. A method and a system for controlling the air pressure in the tires of an all-wheel drive car have been developed, which is based on eliminating the kinematic mismatch, which allows increasing the functional stability of the elements of the car's transmission-wheel system at different driving modes.

The proposed system should include a number of subsystems, namely the subsystem for maintaining the same pressure in the tires of one axis, the subsystem for fixing kinematic mismatch, the subsystem for eliminating kinematic mismatch, the subsystem for servicing the "Field" mode, tyre inflation subsystem. Algorithms for the operation of the system as a whole and its individual subsystems have been developed, which allow implementing the functions of maintaining the same tire pressure on one axle, setting the required tire pressure when operating the car in different road conditions, including off-road conditions, and minimization kinematic mismatch in the transmission.

The practical significance of the obtained results of the dissertation is to provide stakeholders with new approaches to assessing and improving the functional stability of all-wheel drive chassis elements, namely: developed a method for determining the nature of torsional motion in a blocked all-wheel drive transmission depending on the radii of its wheels, the method of estimation of car wheel movement parameters under the action of active torque and pushing force, the theory of wheel load of all-wheel drive traction vehicles in the absence of axle differentials or its blocking, the method for minimizing kinematic mismatch in the transmission by controlling the air pressure in all-wheel drive vehicles with locked transmission.

The conceptual issues of the dissertation were adopted at the following enterprises and organizations: State Enterprise "Kharkiv Automobile Plant", State Enterprise "Kharkiv Special Machine Plant", Sumy National Agrarian University, National Scientific Center "Institute of Mechanization and Electrification of Agriculture".

**Key words:** all-wheel drive vehicle, wheel, transmission, locking, slipping, kinematic mismatch, loss of power, pressure control

List of applicant's publications.

Scientific works in which the main scientific results of the dissertation are published:

1. Potapov N.N. Influence of the center of gravity when the load on wheel radius. *Mechanization and Electrification of Agriculture*. 2014. № 99. P. 58–68.
2. Potapov M.M. The reduction of energy on overcoming kinematic termination in transmission of fully drive traffic and vehicle means by regulating tire pressure is reduction. *Bulletin of Mechanical Engineering and Transport*. 2019. Vol. 2 (10). P. 89–95.
3. Potapov N.N. Determination of the amount of energy expended on the collapse of the tires of a four-wheel drive traction vehicle in motion with a locked drive. *Bulletin of Kharkiv Petro Vasylenko National Technical University of Agriculture (engineering sciences)*. 2019. Vol. 205. P. 49–54.
4. Potapov M.M., Abdulgazis A.U., Abramov D.V., Artyomov M.P., Gatsko V.I., Zabelishensky Z.U., Klets D.M., Nazarko O.O., Podrigalo M.A., Polyansky O.S., Faist V.L. Dynamics of a car wheel: Monograph / ed. M.A. Podrigalo, O.S. Polyansky. Kh.: KhNADU, 2019. 199 p.
5. Potapov M., Polyansky O., Molodan A. Change of power and mechanical losses of a wheel vehicle engine with cylinders cutout. *MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*. 2018. Vol. 20. No. 1. p. 99–103.
6. Podrigalo, M., Dubinin, Y., Molodan, A., Polianskyi, O. et al., "New Methods and Systems for Monitoring the Functional Stability Parameters of Wheel Machines Power Units," *SAE Technical Paper 2020-01- 2014*, 2020, <https://doi.org/10.4271/2020-01-2014>. Published 15 Sep 2020.
7. Potapov M.M., Tretyak V.M., Boldovsky V.M., Shevelev R.S. Diminishing of resistance of motion of fulldrive hauling transport vehicles minimization of parasite power in a transmission. *Bulletin of Kharkiv Petro Vasylenko National Technical University of Agriculture (engineering sciences)*. 2007. Vol. 59. № 2. P. 243–248.



8. Potapov N.N., Podrigalo M.A., Kdets D.M, Kholodov M.P. New in Automobile Performance Characteristics Theory. Interuniversity collection. *Scientific notes*. 2014. Vol. 46. P. 421-430.

9. Potapov N.N., Podrigalo M.A., Klets D.M., Nazarko O.A., Influence of tractive effort torque on the dynamic distribution of vertical reactions between the wheels of a car. *Bulletin of National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute"*. 2010. № 39. P. 64–74.

10. Potapov N.N., Podrigalo M.A. Movement of rigid automobile wheel at action of twisting moment and pushing force. *Road transport*. 2011. Vol. 28. P. 14–17.

11. Potapov N.N. Polyansky A.S., Molodan A.A. Mathematical model of full-drive traffic-vehicles during moving with blocked drive transmission turning the shaft. *Environmental engineering*. 2019. № 4 (14). P. 6-11.

Science practices, which witness the approbation of materials in the dissertation:

12. Potapov M.M. Influence of kinematic mismatch in transmission of all-wheel drive vehicles on their fuel and economic indicators. Collection of materials of the all-Ukrainian scientific-practical seminar "*Ensuring the functional stability of cars and tractors*" May 22, 2019. Kharkiv: KhNADU, 2019. P. 25-27.

13. Potapov N. Reduction of energy to overcome the kinematic mismatch in the transmission of all-wheel drive vehicles by regulating the pressure in the tires. *Modern technologies and prospects for the development of road transport: materials of the XXI International Scientific and Practical Conference October 21-23, 2019*. Vinnytsia: VNTU, 2019. P. 137-140.

14. Potapov M., Molodan A., Polyanskii O. Influence on the engine power and flow fuel of the wheel car of the cylinder parts disconnection. *EKOVARNA. Proceedings of the XXV Scientific and Technical Conference with International Participation*. Volume twenty-six. Part 1. Varna, 2019. P. 160-166.

15. Potapov M., Polyanskii O., Molodan A. Cause and investigative failure analysis in nominal engine operation and partial disabling of cylinders.

*EKOVARNA*. XXVI Scientific and Technical Conference with international participation. Collection of reports. Vol. 26. Part 1. Varna, 2020. P. 132-137.

16. Potapov N.N., Podrigalo M.A., Kholodov M.P. Features of braking of the wheeled car at rigid kinematic communication in the drive of front and rear wheels. Tenth Scientific Conference of Ivan Kozhedub Kharkiv National Air Force University. *"The latest technologies - to protect the airspace"* April 9 - 10, 2014. Kharkiv: KhNAFU, 2014. P. 211.

17. Potapov M.M., Abramov D.V., Tarasov Y.V., Potapova O.V. Improvement of the performance of all-wheel drive vehicles while driving with a locked drive. Book of abstracts of the IX All-Ukrainian scientific-practical conference *"Actual issues of ensuring the combat activities of army units and law enforcement agencies"* October 29, 2020. Kharkiv: NANGU, 2020. P. 16-17.

18. Potapov M.M., Potapova O.V., Abramov D.V. Determination of energy losses when crushing the tires of an all-wheel drive vehicle. Scientific works of the International scientific-practical conference dedicated to the 90th anniversary of Kharkiv Automobile and Highway University and the 90th anniversary of the Automobile Faculty *"Modern trends in highway transportation and industrial engineering"* September 16-18, 2020 Kharkiv: KhNAHU, 2020. P. 155-157 .

Scientific works that additionally reflect the scientific results of the dissertation:

19. Pat. 28598 Ukraine, IPC G01M 17/00. Method for determining the influence of vehicle movers on the ground / Tretyak V.M., Boldovskiy V.M., Davidenko O.Yu, Potapov M.M .; applicant Tretyak Viktor Mikhailovich. - No. u 2007 10319; declar. 09/17/2007; publ. 10.12.2007, Bul. No. 20.

20. Pat. 143315 Ukraine, IPC F02D 41/32, F02M 63/02. The system for switching off the fuel feed system by means of the electromagnet valves / Molodan A.O., Polyanskiy O.S., Podrigalo M.A., Potapov M.M., Dubinin O.O., Klets D.M., Abramov D.V.; applicant Kharkiv National Automobile and Highway University. - No. u 202000007; declar. 02.01.2020; publ. 07/27/2020, Bul. No. 14.

## ЗМІСТ

Вступ.....	23
Розділ 1 Аналіз відомих досліджень щодо підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідних колісних засобів транспорту .....	29
1.1 Умови функціонування повнопривідної колісної машини.....	29
1.2 Аналіз досліджень з динаміки повнопривідного автомобіля .....	35
1.3 Способи підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідного автомобіля .....	53
1.4 Структурно-логічна схема дослідження.....	58
Висновки за розділом 1 і постановка задач дослідження.....	61
Розділ 2 Теоретичне дослідження робочих процесів в системі «трансмсія – колеса» повнопривідних колісних засобів транспорту.....	63
2.1 Розрахункова модель.....	63
2.2 Математична модель скручування вала трансмісії під час відсутності змушуючого крутильного моменту.....	64
2.3 Динамічні процеси в валу – хвилі крутіння.....	68
2.4 Рішення початкової крайової задачі методом Фур'є.....	74
2.5 Математична модель задачі скручування вала при наявності змушуючого крутильного моменту.....	94
2.6 Визначення втрат енергії, обумовлених кінематичним розузгодженням в трансмісії повнопривідного автомобіля.....	104
2.6.1 Експериментальне визначення моментів інерції деталей трансмісії повнопривідного автомобіля.....	104
2.6.2 Моделювання коливань енергії в трансмісії повнопривідного автомобіля при різних радіусах коліс.....	110
Висновки за розділом 2.....	112

Розділ 3 Вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на параметри роботи автомобільного колеса у несталому режимі.....	114
3.1 Кочення колеса при дії штовхаючої сили і крутильного моменту.....	114
3.1.1 Визначення вектора дотичної реакції дороги.....	116
3.1.2 Аналіз рівняння для дотичної реакції на колесі.....	118
3.2 Гальмування колісної машини при блокованому приводі передніх і задніх коліс.....	121
3.2.1 Кочення колеса при спільній дії гальмівного і крутильного моментів.....	122
3.2.2 Гальмування колісної машини при блокованому приводі передніх і задніх коліс.....	124
3.2.3 Кочення колеса при дії гальмівного моменту і блокуванні трансмісії до міжосьового диференціала.....	131
3.3 Вплив зсуву центру тяжіння автомобіля на величину кінематичного радіуса колеса.....	140
3.3.1 Формування теоретичної гіпотези.....	140
3.3.2 Проведення експериментального дослідження з метою підтвердження висунутої гіпотези.....	146
3.4 Визначення величини енергії, що витрачається на зминання шин повнопривідного тягово-транспортного засобу при русі з блокованим приводом.....	153
Висновки за розділом 3.....	157
Розділ 4 Експериментальне дослідження параметрів руху повнопривідного автомобіля при зміні тиску в шинах і навантаження на колеса.....	159
4.1 Цілі і завдання експериментальних досліджень.....	159
4.2 Методика проведення експерименту.....	159
4.2.1 Умови проведення експериментальних досліджень.....	159

4.2.2	Параметри які змінюються і реєструються під час експерименту.....	162
4.2.3	Устаткування, що застосовується в процесі експериментального дослідження.....	163
4.3	Послідовність дій при проведенні експериментальних досліджень.....	164
4.4	Обробка результатів експериментальних досліджень.....	167
	Висновки за розділом 4.....	175
	Розділ 5 Розробка системи підвищення функціональної стабільності елементів трансмісії і коліс повнопривідних автомобілів та синтез алгоритмів її роботи.....	177
5.1	Загальна структура запропонованої системи керування тиском в шинах повнопривідного автомобіля.....	178
5.2	Розробка підсистеми підтримки однакового тиску в шинах однієї осі автомобіля і алгоритму її роботи.....	180
5.3	Розробка підсистеми виявлення кінематичної розузгодженості в трансмісії і алгоритму її роботи.....	183
5.3.1	Вузол контролю наявності кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідного ТТЗ.....	184
5.3.2	Блок фіксації кінематичного розузгодження. ....	185
5.4	Розробка підсистеми усунення кінематичної розузгодженості в трансмісії і алгоритму її роботи .....	187
5.5	Розробка підсистеми підкачки шин автомобіля і алгоритму її роботи.....	190
	Висновки за розділом 5.....	193
	Висновки.....	194
	Список використаних джерел.....	197
	Додаток А Тріфілярний підвіс.....	209
	Додаток Б Код програми в середовищі Matrix Laboratory для моделювання зміни енергії крутильних коливань.....	213

Додаток В Результати експериментального дослідження визначення зміни величини радіусів коліс при різному навантаженні і тиску в шинах повнопривідного автомобіля УАЗ–3303 .....	215
Додаток Д Результати експериментального дослідження впливу кінематичної розузгодженості в трансмісії повнопривідного автомобіля УАЗ–3303, на зміну пройденого шляху при вибігу.....	217
Додаток Е Список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію результатів дисертації.....	221
Додаток Ж Акти впровадження.....	226
Додаток З Патенти, які засвідчують права інтелектуальної власності.....	231

## ВСТУП

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** Робочі процеси в системі «трансмiсія-колеса» iстотно впливають на найважливішi експлуатацiйні властивостi колiсних тягово-транспортних засобiв (ТТЗ).

В автомобiлiв, що мають блокований привiд переднього й заднього (заднiх) ведучих мостiв, вiдбувається перерозподiл через трансмiсiю моментiв мiж колесами вiдповiдно до нормальних навантажень, якi припадають на них, i до коефiцiєнту зчеплення з дорогою. Зазначене явище супроводжується додатковим навантаженням елементiв ходової частини, iх зносом i, як наслiдок, додатковими втратами потужностi двигуна й витратою палива.

При проектуваннi необхідно не тiльки забезпечити рацiональнi показники роботи системи «трансмiсія-колеса» ТТЗ у момент виходу з конвеєра заводу, а й створити умови для збереження цих показникiв протягом усього перiоду експлуатацiї. Забезпечення функцiональної стабiльностi елементiв зазначеної системи на стадiях проектування й експлуатацiї є важливим етапом пiдвищення надiйностi, технiчного рiвня та полiпшення якостi повнопривiдних колiсних машин. Функцiональна нестабiльнiсть елементiв системи «трансмiсія-колеса», у свою чергу, є причиною параметричних i функцiональних вiдмов, що призводять до значних матерiальних збиткiв, а також людських жертв.

Робота спрямована на дослiдження та розробку рекомендацiй з пiдвищення ефективностi функцiонування елементiв шасi повнопривiдних автотранспортних засобiв з урахуванням блокування iх трансмiсiї, що на сьогодні є актуальною проблемою.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконана згiдно Закону України «Про прiоритетнi напрями розвитку науки i технiки» № 2623-14 вiд 05.12.2012 г.; Постанови Кабiнету Міністрiв України

«Про затвердження Державної програми підвищення рівня безпеки дорожнього руху в Україні на період до 2020 року» №435 від 25.04.2018 р.; «Транспортної стратегії України на період до 2020 року», схваленої розпорядженням Кабінету Міністрів України від 20 жовтня 2010 р. № 2174-р.

А також згідно:

– з планом науково-дослідних робіт ХНАДУ «Аналіз, розробка і оптимізація конструктивних і технологічних методів підвищення ресурсу автотранспортних систем при виробництві і ремонті», № 0115U001609 на 2014-2015 роки;

– з держбюджетною науково-дослідною роботою «Енергозберігаючі маловитратні технології створення та ремонту гібридних транспортних засобів різного призначення (№ 08-53-19, держ. реєстр № 0119u001298 на 2019 – 2020 роки).

**Мета і задачі дослідження.** Метою дослідження є підвищення ефективності функціонування повнопривідного автомобіля шляхом розробки методів та засобів покращення функціональної стабільності елементів шасі з блокованим міжосьовим диференціалом.

*Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити такі задачі:*

– виконати теоретичне дослідження динамічних процесів в системі «трансмсія – колеса» автомобіля;

– оцінити вплив конструктивних й експлуатаційних факторів на параметри роботи автомобільного колеса в несталому режимі руху;

– виконати експериментальне дослідження параметрів руху повнопривідного автомобіля при зміні тиску повітря в шинах і навантаження на колеса;

– синтезувати алгоритм роботи системи підвищення функціональної стабільності елементів трансмісії й коліс повнопривідного автомобіля.

**Об'єкт дослідження** – динамічні процеси в системі «трансмсія-колеса» повнопривідних автомобілів.



**Предмет дослідження** – методи покращення функціональної стабільності елементів шасі повнопривідного автомобіля в усталеному та неусталеному режимах руху.

**Методи дослідження.** У теоретичній частині дисертації використовувалися методи вирішення лінійних і нелінійних диференціальних рівнянь, методи теорії подібності, ймовірно-статистичні методи, математичний апарат теорії коливань і теорії похибок. В експериментальній частині використовувалися методи натурних випробувань. Адекватність розроблених моделей оцінювалася із застосуванням теорії похибок та кореляційного аналізу.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в узагальненні відомих та розробці нових методів оцінювання функціональної стабільності елементів шасі повнопривідних автомобілів, що дозволило визначити шляхи її покращення.

*Вперше* запропоновано метод визначення характеру зміни енергії крутильних коливань у блокованій трансмісії повнопривідного автомобіля з урахуванням зміни в експлуатації радіусів його коліс.

*Удосконалено* метод управління тиском повітря в шинах повнопривідного автомобіля, який, на відміну від існуючих, заснований на усуненні кінематичного розузгодження, що дозволяє підвищити функціональну стабільність елементів системи «трансмісія-колеса» автомобіля при різних режимах руху.

*Дістав подальшого розвитку* метод оцінки параметрів руху автомобільного колеса, який, на відміну від існуючих, враховує дію активного крутильного моменту і штовхаючу силу, що характерно для випадку наявності кінематичного розузгодження у бездиференціального автомобіля з декількома ведучими мостами.

**Практичне значення одержаних результатів** дисертаційної роботи полягає у наданні стейкхолдерам нових підходів до оцінки й підвищення функціональної стабільності елементів шасі повнопривідних автомобілів, а

саме: розроблено метод визначення характеру зміни енергії крутильних коливань у блокуваній трансмісії повнопривідного автомобіля в залежності від радіусів його коліс, а також метод оцінки параметрів руху автомобільного колеса при дії активного крутильного моменту і штовхаючої сили, теорія навантаження коліс повнопривідних тягово-транспортних засобів при відсутності міжосьових диференціалів або при його блокуванні, метод мінімізації кінематичного розузгодження у трансмісії шляхом управління тиском повітря в шинах повнопривідного ТТЗ з блокованою трансмісією.

Основні положення дисертаційної роботи прийняті до впровадження на наступних підприємствах та в організаціях: державному підприємстві «Харківський автомобільний завод», державному підприємстві «Харківський завод спеціальних машин», Сумському національному аграрному університеті, Національному науковому центрі «Інститут механізації та електрифікації сільського господарства».

**Особистий внесок здобувача.** Теоретичні та експериментальні результати досліджень, що виносяться на захист, отримані автором самостійно й викладені у роботах [1 - 20]. Роботи [1, 2, 3, 12, 13] опубліковані без співавторів. У колективній монографії [4] автору належить підрозділ 1.1. У наукових роботах, опублікованих у співавторстві, автору належать такі результати: обґрунтування впливу кінематичного розузгодження на зниження тягового ККД колісної машини внаслідок збільшення кількості відключених циліндрів [5, 14]; структурні схеми та побудова систем рівнянь математичних моделей визначення потужності двигуна в процесі руху колісної машини [6]; визначення впливу різниці радіусів кочення рушіїв на величину кінематичного розузгодження, що виникає в трансмісії між жорстко зв'язаними рушіями [7, 17]; визначення умов, при яких кочення колеса буде в тяговому, гальмівному або вільному режимах при одночасній дії крутильного та гальмівного моментів [8]; отримання виразів визначення динамічних вертикальних реакцій на передній та задній осях транспортних засобів з урахуванням крутильних моментів на ведучих колесах [9]; розробка

математичної моделі для визначення величини та напрямку дотичної реакції в контакті жорсткого колеса з опорною поверхнею під час дії активного крутильного моменту та штовхаючої сили [10]; отримання моделі коливань енергії в трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів, обґрунтування розрахованої моделі коливань енергії при зміні моменту опору кочення засобу транспорту [11]; створення блок-схеми алгоритму оцінювання напрацювання деталей тягово-транспортних засобів, структурної схеми «дерева відмов» [15]; отримання моделі розподілу гальмівних сил між осями повнопривідної колісної машини при заблокованому приводі передніх і задніх коліс в процесі гальмування [16]; виконання кількісного оцінювання величини енергії, що витрачається на опір руху при кінематичному розузгодженні в трансмісії повнопривідних засобів транспорту [18]. У патенті [19] автору належить схема виміру різниці потенціалів автокомпенсаційним способом; у патенті [20] – схеми режимів роботи електромагнітних клапанів.

**Апробація результатів роботи.** Основні результати теоретичних й експериментальних досліджень дисертаційної роботи доповідались та отримали позитивну оцінку на: Всеукраїнському науково-практичному семінарі «Забезпечення функціональної стабільності автомобілів та тракторів», Харків, ХНАДУ, 22 травня 2019 р. [12]; XXI Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні технології та перспективи розвитку автомобільного транспорту» Вінниця, ВНТУ, 21 – 23 жовтня 2019 р. [13]; XXV і XXVI міжнародних науково-практичних конференціях. ЕКОВАРНА, Варна, 2019, 2020 р.р. [14, 15]; X Науковій конференції Харківського університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба «Новітні технології для захисту повітряного простору», Харків, ХНУПС, 9 – 10 квітня 2014 р. [16]; IX Всеукраїнській науково-практичній конференції «Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності військових формувань та правоохоронних органів», Харків, НАНГУ, 29 жовтня 2020 р. [17]; Міжнародній науково-практичній конференції присвяченій 90-річчю

Харківського автомобільно-дорожнього університету та 90-річчю автомобільного факультету "Сучасні тенденції розвитку автомобільного транспорту та галузевого машинобудування", Харків, ХНАДУ, 16-18 вересня 2020 р. [18].

**Публікації.** Основні положення дисертаційної роботи опубліковані в 20 наукових працях, у тому числі: 1 монографії; 8 статтях у наукових фахових виданнях України, що входять до міжнародних наукометричних баз; 2 публікаціях у закордонних виданнях (2 статті до баз Scopus та Web of Science); 7 тезах у збірниках доповідей на наукових конференціях; отримано 2 патенти України.

**Структура і об'єм дисертації.** Дисертація складається з анотації, вступу, п'яти розділів, висновків, переліку використаних джерел та семи додатків. Повний обсяг дисертації складає 235 сторінок, у тому числі обсяг основного тексту – 174 сторінки, з яких 13 сторінок, площа яких повністю зайнята рисунками та таблицями. Робота ілюстрована 49 рисунками, наведено 5 таблиць. Перелік використаних джерел містить 120 найменувань на 12 сторінках, додатки розміщені на 27 сторінках.

## РОЗДІЛ 1

### АНАЛІЗ ВІДОМИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ЩОДО ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ШАСІ ПОВНОПРИВІДНИХ КОЛІСНИХ ЗАСОБІВ ТРАНСПОРТУ

#### 1.1 Умови функціонування повнопривідної колісної машини

Сучасні тягово-транспортні засоби (ТТЗ), які експлуатуються на дорогах підвищених категорій, розробляються з можливістю зміни режимів експлуатації, які максимально підвищують їх економічність. Наприклад, в тривісних напівпричепках одна вісь має можливість підніматися в разі неповного завантаження. Міжміські автобуси, ходова система яких складається з трьох мостів, мають тільки один ведучий міст. Такі компанії як Scania, Volvo, DAF та інші випускають трьомостові вантажні автомобілі для експлуатації в режимі автопоїзду з двомостовими причепами, які мають тільки один ведучий міст. Трактори німецької компанії AGROTRON обладнані комп'ютерними системами, одна з яких, з огляду на кут повороту передніх коліс і швидкість трактора, вмикає або вимикає міжосьовий диференціал.

При проектуванні трактора незмінним залишається прагнення конструкторів до реалізації максимальної тягової потужності трактора. Компонування колісних тракторів за схемою 4x4 дозволяє повніше реалізовувати їх зчипну вагу. Тягова динаміка таких тракторів в основному залежить від типу приводу крутильного моменту на ведучі мости. Привід крутильного моменту може здійснюватися через муфту вільного ходу, міжосьовий диференціал і бути блокованим.

Найбільш оптимальним, з точки зору створення максимального тягового зусилля, є блокований привід ведучих мостів. У цьому випадку обидві осі кінематично жорстко пов'язані через роздавальну коробку. При блокованому приводі сили тяги коліс одного моста не залежать від умов

зчеплення з опорною поверхнею коліс іншого, в результаті чого колісна машина зберігає прохідність і здатність створювати тягу навіть у несприятливих за зчепленням коліс умовах. Ця особливість блокованого приводу, разом з простотою конструкції і низькою матеріаломісткістю, знаходить відображення в переважно бездиференційному приводі ведучих мостів енергонасичених колісних машин, що працюють в умовах бездоріжжя (будівельних, сільськогосподарських та інших) [21, 22, 23, 24].

Іншою характерною особливістю блокованого приводу є наявність певного співвідношення між кутовими швидкостями коліс різних ведучих мостів. У ТТЗ з колісною формулою 4x4 (з передніми і задніми ведучими колесами), кутові швидкості коліс будуть рівні. Теоретично повинні бути рівні і окружні швидкості коліс обох мостів, а зчїпна вага ТТЗ має використовуватися повністю. Однак в реальності у ТТЗ з блокованим приводом завжди є деяка кінематична невідповідність між передніми і задніми колесами. Це виражається в тому, що їх дійсні окружні швидкості дещо відрізняються одна від одної, в той час як осі, які жорстко пов'язані з остовом ТТЗ, повинні рухатися з однією поступальною швидкістю.

Поява кінематичної розузгодженості супроводжується додатковими втратами потужності двигуна, а також підвищеним зносом елементів трансмісії і покришок коліс [25, 26, 27].

Для вирішення цієї проблеми широко застосовуються міжосьові муфти вільного ходу, які автоматизують включення і вимкнення одного з ведучих мостів, тим самим невілюючи негативні наслідки кінематичного розузгодження. Разом з тим, їх застосування знижує ефективність використання сили тяги другого мосту, що підключається з якимось конструктивно закладеним запізненням. Включення муфти вільного ходу відбувається при буксуванні постійно включених коліс в межах 4 - 6%.

Міжосьові диференціали різних конструкцій дозволяють розподіляти крутильний момент між ведучими мостами в різних співвідношеннях шляхом створення між ними диференціальних кінематичних і силових зв'язків. Це

забезпечує зниження втрат на буксування рушіїв і мінімізує втрати в трансмісії. Однак недоліком будь-якого диференціала є те, що зміна дотичної сили тяги на колесах однієї осі викликає відповідну зміну цієї сили на колесах іншої осі. Так, якщо колеса однієї осі потрапляють в несприятливі умови за зчепленням з опорною поверхнею і їх дотична сила тяги  $P_k$  зменшується, то автоматично зменшується дотична сила тяги  $P_k$  і коліс іншого мосту, а в результаті зменшується і загальна дотична сила тяги ТТЗ.

Таким чином, для отримання найбільшого тягового зусилля і прохідності в несприятливих умовах за зчепленням, ходова частина повнопривідного колісного ТТЗ повинна забезпечувати жорстко блокований привід крутильного моменту по мостах при збереженні кінематичної відповідності між ними. Оптимізація параметрів блокованої ходової системи неможлива без детального вивчення умов її функціонування, природи кінематичної розузгодженості, розкриття процесу її компенсації.

Процес кочення колеса з еластичною шиною опорною поверхнею описується в ряді літературних джерел [25, 27-38]. У цих роботах вводяться аналітичні залежності між параметрами, які характеризують цей процес. Основоположними роботами в цьому напрямку є роботи академіка Є.О. Чудакова [25, 26, 36, 39, 40-44], в яких ним визначено п'ять основних режимів кочення автомобільного колеса:

- ведуче колесо; при цьому крутильний момент  $M_k$  на колесі перевершує момент опору коченню, і дотична реакція  $R_x$  має позитивне значення;
- вільне колесо; при цьому крутильний момент на колесі дорівнює моменту опору, а дотична реакція дороги на колесо  $R_x = 0$ ;
- нейтральне колесо; кочення колеса здійснюється і під дією моменту  $M_k$  (меншим моменту опору коченню) і силою  $P_k$ , підведеною до колеса від осі;

– ведене колесо; крутильний момент  $M_k = 0$ , а кочення колеса відбувається під дією сили  $P_k$ , яка дорівнює силі опору коченню;

– гальмуюче колесо; момент  $M_k$  має напрямок зворотній напрямку обертання колеса, тобто є гальмівним моментом  $M_\Gamma$ .

У випадках веденого і гальмуючого коліс дотична реакція дороги  $R_x$  має від'ємне значення, тобто направлена в сторону, протилежну напрямку кочення.

Для нейтрального колеса дотична реакція дороги змінюється від нуля до величини, рівної силі опору коченню [26]. На рисунку 1.1 представлені схеми, що ілюструють три режими кочення колеса, які найбільш часто зустрічаються: ведуче, ведене, гальмівне.

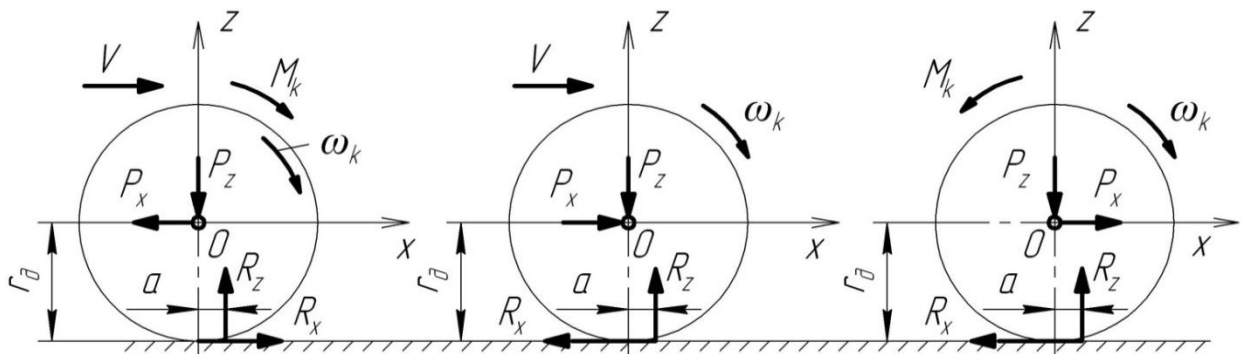


Рисунок 1.1 – Схема сил і моментів, що діють на:

а – ведуче колесо; б – ведене колесо; в – гальмівне колесо

Слід зазначити, що важко визначити конкретний випадок, при якому реалізується нейтральний режим кочення колеса. У той же час, у відомих роботах з теорії автомобіля не розглянутий режим руху колеса при одночасній дії крутильного моменту і штовхаючої сили за відсутності будь-яких обмежень на їх величини.

Згідно [45] будемо вважати циліндричним еластичним колесом всяке деформуєме колесо, яке незалежно від ступеня зовнішнього силового



навантаження і деформації має бігову доріжку (контактну поверхню) описувану прямолінійною твірною паралельно осі колеса.

Численні дослідження процесу кочення [45-49], в тому числі, виконані на колесах з еластичними шинами, наочно підтверджують положення, згідно з яким в площі контакту кочення колеса існують ковзаючі і нековзаючі точки. Іншими словами, в плямі контакту деформованого колеса, що котиться, одночасно існують як область, в якій діють сили тертя спокою, так і область, в яких діють сили тертя ковзання. Експериментально встановлено, що при відсутності буксування таке ковзання виникає на ділянках входу оболонки шини в контакт і виходу з нього, тоді як в центральній частині площадки контакту відносно ковзання відсутнє.

Відомо, що кочення еластичного колеса супроводжується пружною тангенціальною деформацією його оболонки. Деформація зростає пропорційно збільшенню сили тяги, яка прикладається до колеса, і призводить до відповідного зменшення швидкості поступального руху колеса при незмінній кутовій швидкості його обертання.

В [21-24] авторами показано, що найбільш оптимальним з точки зору реалізації максимальної потужності, реалізованої на колесі, є блокований привід, однак при цьому завжди спостерігається кінематична розузгодженість.

Явище кінематичної розузгодженості – прямий наслідок різниці кінематичних радіусів кочення ведучих коліс. Серед причин відхилення дійсних радіусів кочення від теоретичних виділяють наступні:

- технологічні – відхилення в межах виробничих допусків на шини [50, 51];

- експлуатаційні – відхилення, пов'язані з неоднаковим зносом протектора шин, різницею тисків повітря в шинах, перерозподілом навантажень по осях.

Крім того, при русі ТТЗ криволінійною траєкторією кінематична невідповідність обумовлюється ще й тим, що його осі повинні одночасно проходити різні шляхи, тоді як, будучи заблокованими, вони прагнуть рухатися з однаковими поступальними швидкостями.

Як зазначено [52], вирівнювання окружних швидкостей коліс різних мостів може бути досягнуто при ковзанні або буксуванні коліс одного з них. Цю умову можна виразити рівнянням [52]

$$V_m' \cdot (1 - \delta') = V_m'' \cdot (1 - \delta''), \quad (1.1)$$

де  $V_m'$  і  $\delta'$  – теоретична окружна швидкість і коефіцієнт буксування забігаючих коліс;

$V_m''$  і  $\delta''$  – теоретична окружна швидкість і коефіцієнт буксування відстаючих коліс, тобто  $V_m' > V_m''$ .

Тоді коефіцієнт кінематичної невідповідності в русі передніх і задніх коліс можна визначити як [51]

$$K_n = \frac{V_m'}{V_m''}, \quad (1.2)$$

так як забігачі колеса завжди працюють з буксуванням, то  $\delta' > 0$ . Відстаючі ж колеса можуть рухатися з ковзанням  $\delta'' < 0$ , без ковзання  $\delta'' = 0$  і працювати з буксуванням  $0 < \delta'' < \delta'$ .

При  $K_n = 1$  досягаються найкращі тягові показники ТТЗ, а найгірші – при русі в режимі заблокованого приводу мостів, з такою кінематичною неузгодженістю, при якій відстаючі колеса рухаються з ковзанням. У цьому випадку, як зазначено в [52], ведучими залишаються тільки забігаючі колеса, а відстаючі стають веденими, а в контурі трансмісії, що зв'язує мости, виникає додаткове навантаження.

## 1.2 Аналіз досліджень з динаміки повнопривідного автомобіля

Проблеми функціонування повнопривідних колісних машин, зокрема, проблема компенсації кінематичного розузгодження під час руху коліс блокованих мостів знайшли широке висвітлення в сучасній науковій літературі.

Питанням динаміки ТТЗ, в тому числі і проблемі кінематичного розузгодження, присвячені роботи Є.О. Чудакова [25, 36, 41-44], М.А. Подригало [53-55], А.І. Ларіна [27], А.С. Літвінова [56], В.П. Бойкова [57], С.Б. Шухмана [58], І.М. Чернишова [59], Є.Є. Александрова, Д.О. Волонцевича і А.М. Туренко [60], В.М. Третяка [61], Н.І. Коротоношко [37, 38], А.С. Антонова [62], Karl Popp [63], Giancarlo Genta [64], J.Y. Wong [65], Hans В. Pacejka [66], Rajesh Rajamani [67, 68], Masato Abe [69].

В роботах Є.О. Чудакова [25, 36, 41-44] розглядається широке коло питань, пов'язаних з рухом автомобіля при різних умовах. У них автор дає основоположні визначення радіуса кочення, тангенціальної еластичності, буксування та ковзання колеса, а також кінематичного розузгодження. Він пояснює причини і умови його появи при роботі автомобіля в різних умовах, шляхи його компенсації.

В роботі Н.Ф. Бочарова, В.І. Гусєва та В.М. Семенова [70] докладне освітлення знаходить питання про розподіл крутильних моментів в блокованій трансмісії транспортного засобу. Автори роблять детальний аналіз факторів, що впливають на пружне скручування валів повнопривідних колісних засобів транспорту, розкривають фізичну сутність явища кінематичного розузгодження. Згідно [70] при русі машини з колісною формулою 4x4 з однаково жорсткими валами приводу і жорсткими колесами, під дією зовнішньої сили, жорсткою горизонтальною поверхнею без пробуксовування і прослизання коліс, момент внутрішніх сил пружності, що навантажує передачу, складе

$$M_{np} = C_m \cdot \frac{r_1 - r_2}{r_1 \cdot r_2} \cdot S, \quad (1.3)$$

де  $C_m$  – коефіцієнт жорсткості приводу, приведений до коліс з урахуванням передавальних чисел;

$r_1$  і  $r_2$  – радіуси кочення коліс, відповідно більший і менший;

$S$  – відстань, пройдена машиною.

Якщо система приводиться в рух від ДВЗ, то поточні моменти на осях визначаються співвідношенням

$$M_1' = M_1 + M_{np}; \quad (1.4)$$

$$M_2' = M_2 - M_{np}, \quad (1.5)$$

де  $M_1$  і  $M_2$  – моменти, підведені відповідно до передніх і задніх коліс від двигуна.

Для колісних машин на жорстких рушіях наведені залежності справедливі до моменту, коли колеса однієї з осей почнуть пробуксовувати або ковзати. При буксуванні коліс залежності 1.4, 1.5 втрачають сенс, а поведінка системи визначається характером зміни сили зчеплення в функції швидкості ковзання або буксування.

При роботі машини з колісною формулою 4x4 на еластичних рушіях, радіуси кочення коліс не залишаються постійними, а змінюються під дією підведеного крутильного моменту. На твердій основі в машині з однаково жорсткими приводами на мости при відсутності динамічних навантажень в силовій передачі підведений момент рушання повинен розподілятися мостами порівну [71, 72, 73].

Цьому моменту  $M_m$  на кожному колесі відповідають радіуси кочення  $r_{\kappa_1}$  і  $r_{\kappa_2}$ , що визначаються точками А і Б (рисунок 1.2, 1.3). Через кінематичну розузгодженість на колесах передньої осі спостерігається

збільшення крутильного моменту і зменшення радіуса кочення  $r_{\kappa_1}$ , а на задній осі – зменшення  $M_{\kappa}$  і збільшення  $r_{\kappa_2}$ .

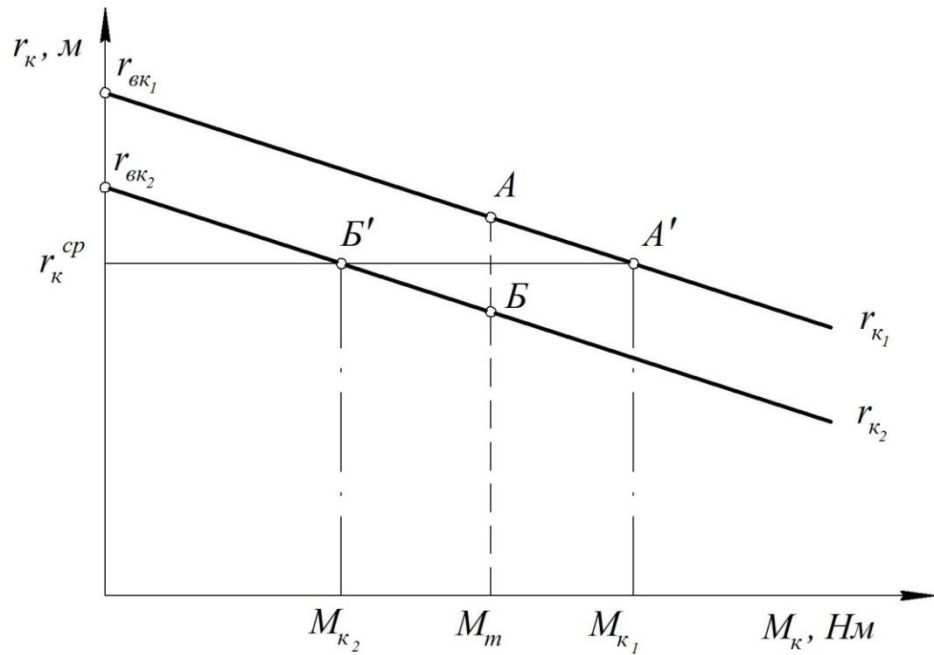


Рисунок 1.2 – Схема вирівнювання радіусів кочення коліс, при  $\lambda_1 = \lambda_2$

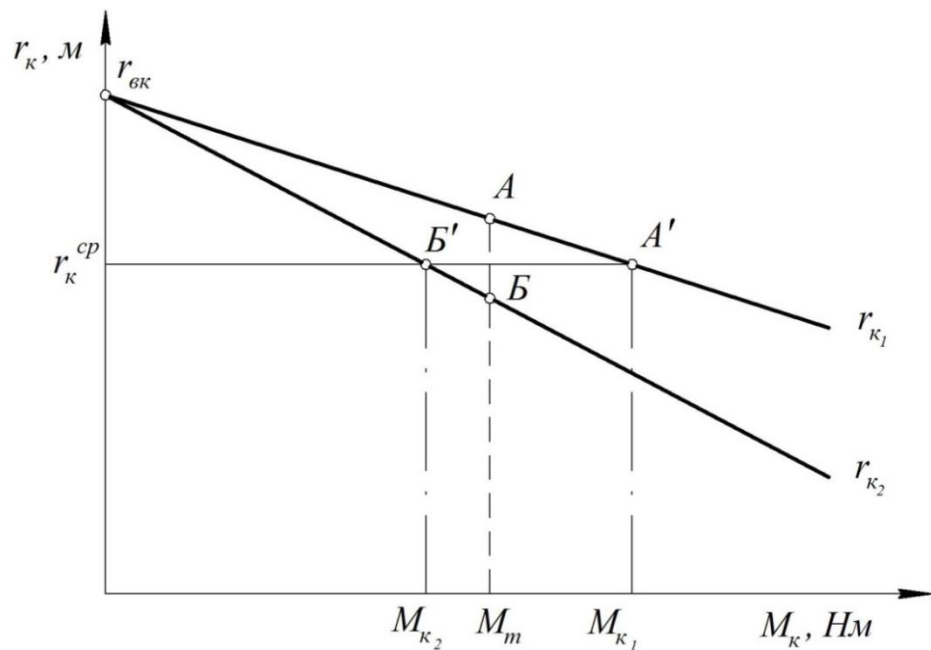


Рисунок 1.3 – Схема вирівнювання радіусів кочення коліс, при  $\lambda_1 < \lambda_2$

В певний момент ці радіуси вирівнюються, чому відповідають точки  $A'$  і  $B'$ . Авторами при цьому не враховується вертикальне навантаження на осі

ТТЗ, також не враховується зусилля на гаку, яке значно змінюється під час експлуатації ТТЗ при тягових роботах.

Таким чином, завдяки "відстежуючим" властивостям шин, що визначаються в основному окружною еластичністю, кінематичне розузгодження зникає [71, 72]. При цьому рівність радіусів кочення постійно підтримується різними за величиною крутильними моментами. З графіків, представлених на рисунку 1.2 і рисунку 1.3, також видно, що, чим більше тангенціальна еластичність шин, яка визначається коефіцієнтом  $\lambda$ , тим при меншій нерівномірності  $M_k$  вирівнюються радіуси кочення  $r_{k_1}$  і  $r_{k_2}$  (за умови, що радіуси кочення коліс в веденому режимі  $r_{ek}$  для шин з різними коефіцієнтами  $\lambda$  однакові).

Автори відзначають три основні випадки нерівномірного розподілу моментів по осях повнопривідної колісної машини з блокованою трансмісією:

- моменти мають позитивне значення;
- моменти мають різні знаки, причому під час вирівнювання радіусів кочення колеса не ковзають опорною поверхнею;
- моменти мають різні знаки, причому через значне розходження радіусів  $r_{k_1}$  і  $r_{k_2}$  їх вирівнювання відбувається при ковзанні коліс однієї або обох осей.

У будь-якому із зазначених випадків радіуси кочення коліс різних осей вирівнюються при проходженні машиною певного шляху  $S$ . При однакових передавальних числах головних передач, відсутності окружних зазорів в приводі і постійній швидкості руху машини умови вирівнювання поточних радіусів кочення наступні

$$r_{k_1} = r_{ek_1} - \lambda_1 C_m \alpha; \quad (1.6)$$

$$r_{k_2} = r_{ek_2} - \lambda_2 C_m \alpha, \quad (1.7)$$

де  $r_{\kappa_1}$  і  $r_{\kappa_2}$  – радіуси кочення коліс переднього і заднього мостів у веденому режимі, м;

$\alpha$  – відносне кутове переміщення коліс, град;

$C_m$  – приведений коефіцієнт жорсткості приводу від першої осі до другої (для пласкої задачі руху).

Залежність вирівнювання радіусів кочення шин від шляху  $S$  автори отримують, використовуючи вирази

$$r_{\kappa_1} = r_{\kappa_1} + \frac{\Delta r \cdot (e^n - 1)}{2e^n}; \quad (1.8)$$

$$r_{\kappa_2} = r_{\kappa_2} - \frac{\Delta r \cdot (e^n - 1)}{2e^n}, \quad (1.9)$$

$$\text{де } \Delta r = r_{\kappa_1} - r_{\kappa_2}; \text{ а } n = \frac{8\lambda \cdot C_m \cdot S}{(r_{\kappa_1} + r_{\kappa_2})^2}, \text{ при } \lambda = \lambda_1 = \lambda_2.$$

Крім того, автори наводять розрахункові моделі і методи досліджень систем блокованої трансмісії колісних машин 4x4. Ними розглядаються випадки виникнення в трансмісії пружного моменту, викликаного різницею радіусів  $r_{\kappa_1}$  і  $r_{\kappa_2}$  коефіцієнтів  $\lambda_1$  і  $\lambda_2$ , сил опору руху коліс  $P_{f_1}$  і  $P_{f_2}$  нормальних навантажень  $G_1$  і  $G_2$ , що припадають на передній і задній мости, а також впливом сили тяги машини  $P_a$ . У загальному випадку розподілу крутильних моментів по мостам при блокованій трансмісії момент внутрішніх сил пружності валів визначають як добуток загальної сили пружного скручування на вирівняний радіус кочення

$$M_{np} = P_{np} \cdot r_{kx}. \quad (1.10)$$

Також автори наводять результати експериментальних досліджень з визначення впливу на характер розподілу крутильних моментів і зміни

величини кінематичного розузгодження в блокованій трансмісії окружної еластичності рушіїв, типу опорної основи і тиску повітря в шинах.

У монографії [74] Г.М. Кутькова окремий параграф відведено питанням тягової динаміки ТТЗ з чотирма ведучими колесами. У ньому автор проводить порівняльний аналіз диференціального і зблокованого приводів на ведучі мости, оцінює вплив кінематичного розузгодження на тягово-зчіпні якості ТТЗ.

Відповідно до праць Ю.В. Пірковського і С.Б. Шухмана [71, 72] прямолінійний рух автомобіля з блокованим приводом характеризується наступним:

- приведені кутові швидкості коліс різних мостів рівні між собою

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega_a; \quad (1.11)$$

- на початку руху радіуси кочення коліс по мостам вирівнюються і стають рівними приведеному радіусу кочення рушія

$$r_a = r_{M_1} = r_{M_2} = \frac{V_a}{\omega_a}; \quad (1.12)$$

- крутильний момент і поздовжні сили перерозподіляються між мостами відповідно до геометричних параметрів коліс і їх тангенціальної еластичності;

- при певних умовах в трансмісії автомобілів можлива поява негативного крутильного моменту або негативної поздовжньої сили.

Негативний момент в трансмісії з'являється в наступних випадках: при зменшенні радіуса кочення коліс будь-якого мосту і незмінному сумарному моменті  $M_\Sigma$ , який підводиться до рушія; при зменшенні величини  $M_\Sigma$  (відсутність причепа, рух під ухил) і тих же радіусах кочення  $r_{\kappa_1}$  і  $r_{\kappa_2}$  при зміні тангенціальної еластичності рушіїв.



Втрати, які пов'язані з нерівномірним розподілом крутильних моментів між мостами у чотириколійній повнопривідній машині, Ю.В. Пірковський і С.Б. Шухман оцінюють наступним чином

$$N_{0a} = N_{fa}^c + \omega \frac{P_a}{2} (r_{m1}^c + r_{m2}^c); \quad (1.13)$$

$$N'_{0a} = N_{fa}^c + \omega \frac{P_a}{2} (r_{m1}^c + r_{m2}^c) + \frac{\omega}{\gamma} (r_{m1}^c - r_{m2}^c)^2, \quad (1.14)$$

де  $N_{0a}$  і  $N'_{0a}$  – сумарна потужність, що підводиться до рушіїв відповідно при диференціальному і блокованому приводі;

$N_{fa}^c$  – сумарна потужність опору перекошування коліс машини у вільному режимі;

$\omega$  – кутова швидкість обертання коліс;

$\gamma$  – коефіцієнт поздовжньої еластичності рушіїв;

$P_a$  – сумарна сила зовнішніх опорів, Н;

$r_{m1}^c$  і  $r_{m2}^c$  – радіуси кочення коліс мостів у вільному режимі.

Слід зазначити, що залежності 1.13 і 1.14 справедливі лише при рівномірному розподілі маси машини по мостах, так як в протилежному випадку між ними можуть з'явитися поздовжні сили, що викликають збільшення опору коченню, навіть при наявності міжосьового диференціалу.

Наведені формули дозволяють визначити приріст потужності (або крутильного моменту), необхідний для руху колісної машини з постійною силою тяги при блокуванні мостів. Згідно рівняння 1.14 додаткові витрати потужності пропорційні квадрату різниці радіусів кочення коліс переднього і заднього мостів, а в разі рівності останніх дорівнюють нулю. Такий потужнісний баланс справедливий в разі роботи колісної машини на сухому асфальті без буксування або ковзання коліс. Крім того, він не відображає втрат потужності в трансмісії, представляючи додаткові енерговитрати, по

суті, пов'язаними лише з гістерезисними втратами в шинах від їх додаткової тангенційної деформації.

У роботі професора Г.В. Зімільова [27] потужнісний баланс повнопривідного автомобіля представлений у вигляді

$$N_e = N_a + N_\delta + N_{mp}, \quad (1.15)$$

де  $N_{mp}$  – потужність, що втрачається в механізмах трансмісії, кВт.

З метою спрощення одержуваних виразів автор не виділяє опору коченню коліс, що, на його думку, несе вельми малу помилку.

Розглянемо складові потужнісного балансу для випадку руху повнопривідного автомобіля в режимі кінематичного розузгодження, коли передні колеса, що мають більший радіус кочення, буксують, а задні – з меншим радіусом – котяться без ковзання.

Тоді потужність, що витрачається на подолання зовнішніх опорів, визначиться як [27]

$$N_a = P_a \cdot V_2, \quad (1.16)$$

де  $V_2$  – окружна швидкість коліс заднього мосту.

Потужність буксування [27]

$$N_\delta = R_1 \cdot \varphi \cdot V_s, \quad (1.17)$$

де  $V_s = V_1 - V_2$  – швидкість буксування передніх коліс.

Втрати потужності в трансмісії, які пов'язані з кінематичним розузгодженням, автор підсумовує, включаючи втрати в головних передачах переднього ( $N_{mp1}$ ) і заднього ( $N_{mp2}$ ) мостів, в роздавальній коробці ( $N_{mp3}$ ) і в коробці передач ( $N_{mp4}$ ).

К колесам заднього мосту підводиться потужність [27]

$$N_2 = P_{k_2} \cdot V_2, \quad (1.18)$$

де  $P_{k_2}$  – негативна поздовжня сила, що виникає на задніх колесах і визначається як [27]

$$P_{k_2} = P_{k_1} - P_a, \quad (1.19)$$

де  $P_{k_1}$  – позитивна тангенціальна реакція на передніх колесах, яка дорівнює  $P_{k_1} = R_1 \cdot \varphi$  при їх буксуванні.

Таким чином, маємо [27]

$$N_2 = (R_1 \cdot \varphi - P_a) \cdot V_2, \quad (1.20)$$

а втрати потужності в головній передачі заднього моста [27]

$$N_{mp_2} = R_1 \cdot \varphi \cdot V_2 (1 - \eta_2). \quad (1.21)$$

Аналогічним чином, з урахуванням потоків потужності, що проходять через них, визначаються енерговитрати в кожному з перерахованих агрегатів трансмісії. Сумарна потужність, що втрачається в трансмісії, дорівнює [27]

$$N_{mp} = (R_1 \cdot \varphi - P_a) \cdot (1 - \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3) \cdot V_2 + N_e \cdot (1 - \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4), \quad (1.22)$$

де  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ , – ККД відповідно головних передач переднього і заднього мостів, роздавальної коробки і коробки передач.

Тоді вираз потужнісного балансу автомобіля буде мати вигляд [27]

$$N_m = P_a \cdot V_2 + R_1 \cdot \varphi \cdot V_S + (R_1 \cdot \varphi - P_a) \cdot (1 - \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3) \cdot V_2 + \dots \quad (1.23)$$

$$+ N_e \cdot (1 - \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4)$$

Враховуючи що  $V_S = V_1 - V_2$  маємо [27]

$$N_e \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 = R_1 \cdot \varphi \cdot V_1 + (R_1 \cdot \varphi - P_a) \cdot V_2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3. \quad (1.24)$$

Потужність двигуна, що підводиться до ведучих коліс, в кожний момент дорівнює потужності, що розвивається на передніх буксуючих колесах, за вирахуванням потужності, що підводиться від задніх ковзаючих коліс.

З урахуванням тангенціальної еластичності рушіїв, можна визначити величину невідповідності розмірів коліс, яка може бути компенсована самими рушіями. Беручи лінійний характер залежності радіуса кочення від прикладеного до колеса тангенціального зусилля, маємо [27]

$$\left. \begin{aligned} r_{k_1} &= r_{k_1}^c - \gamma_1 P_{k_1} \\ r_{k_2} &= r_{k_2}^c - \gamma_2 P_{k_2} \end{aligned} \right\}. \quad (1.25)$$

Вирівнювання поточних радіусів кочення відбудеться за умови [27]

$$\Delta r_c = r_{k_1}^c - r_{k_2}^c = \gamma_1 \cdot P_{k_1} + \gamma_2 \cdot P_{k_2}. \quad (1.26)$$

За умови  $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2$ , для описаного вище випадку руху автомобіля отримаємо [27]

$$\Delta r_c = \gamma \cdot (2R_1 \cdot \varphi + P_a). \quad (1.27)$$

Останній вираз показує, що для можливості вирівнювання радіусів кочення, їх різниця при вільному коченні не повинна перевищувати праву частину рівняння. При цьому буксування коліс не буде, але трансмісія буде як і раніше навантажена додатковим моментом, зумовленим величинами тангенціальних реакцій, достатніх для вирівнювання радіусів кочення коліс.

Отже, в будь-якому випадку при русі повнопривідної колісної машини в режимі заблокованого приводу необхідно прагнути до рівності радіусів кочення передніх і задніх коліс.

В роботі [75] відзначається, що приріст сили опору кочення повнопривідного ТТЗ з блокованим приводом ведучих мостів практично пропорційний кінематичній розузгодженості в їх русі. Компенсація останньої до певного рівня здійснюється за рахунок поздовжніх деформацій контактних елементів шин. При цьому основна частина додаткових енерговитрат розсіюється в контурі силової передачі, що зв'язує ведучі мости. Якщо при підвищенні рівня кінематичного розузгодження, пружні моменти перевищують граничні значення за зчепленням шини з опорною поверхнею, то з'являються енерговитрати, пов'язані з прослизанням контактної відбитка шини. Приріст сили опору перекошування ТТЗ при малому ступені кінематичного розузгодження може бути знайдено з рівняння еквівалентності роботи, що розсіюється в трансмісії за один оберт колеса і роботи додаткової сили  $P_f$  на тому ж відрізку шляху [75]

$$2\pi \cdot r_{кр} \cdot \Delta P_f = 2\pi \cdot M_{np} \cdot (1 - \eta_{mp}), \quad (1.28)$$

де  $r_{кр}$  – середнє значення кінематичних радіусів передніх і задніх коліс;

$M_{np}$  – пружний момент, що навантажує силовий контур приводу мостів;

$\eta_{mp}$  – механічний ККД силового контуру, який зв'язує мости.

Автори роботи [75] – А.Ф. Шкарлет і В.А. Оберемок стверджують, що величина  $M_{np}$  визначається поздовжньою пружністю шини, а також поздовжньо-пружними деформаціями елементів шини в межах довжини контакту з опорною поверхнею. Пов'язують це вони з тим, що при коченні заблокованих, кінематично розузгоджених коліс пружні деформації розвиваються тільки в межах контактної зони і при виході з неї елементи шини розвантажуються. Отже, при відомій довжині контакту величина пружного моменту складе [75]

$$M_{np} = C_{\tau} \cdot L \cdot \Delta r_k, \quad (1.29)$$

де  $C_{\tau}$  – поздовжня податливість шини;

$L$  – довжина контакту;

$\Delta r_k$  – різниця радіусів кочення передніх і задніх коліс.

Зіставлення значень пружного моменту, що виникає в трансмісії, і граничних моментів за зчепленням, показує, що  $M_{np}$  значно менше межі зчеплення. Це дозволяє авторам стверджувати, що у всіх випадках роботи ТТЗ в режимі кінематичного розузгодження компенсація останнього здійснюється в межах поздовжньої пружності шин при відсутності їх проковзування.

Залежності 1.28 і 1.29 потребують коригування з урахуванням втрат потужності на гістерезис в шинах, а також при застосуванні їх для випадку роботи ТТЗ в умовах бездоріжжя.

Особливості роботи заблокованих ведучих мостів ТТЗ на повороті описуються в ряді робіт [51, 73, 76, 77, 78], зокрема А.В. Кучеров і Н. Лук'янець [78] відзначають появу додаткового кінематичного розузгодження, яке визначається різницею радіусів повороту ведучих мостів

$$K_n = K_n \cdot \frac{R_2}{R_1}, \quad (1.30)$$

де  $K_n$  і  $K_n$  – коефіцієнти кінематичного розузгодження при повороті і при прямолінійному русі ТТЗ;

$R_1$  і  $R_2$  – радіуси повороту центрів першого і другого мостів.

Додатковий момент, що виникає в цьому випадку в трансмісії колісної машини, повинен забезпечувати компенсацію різниці шляхів, які проходять мости, за рахунок зміни радіусів кочення коліс [73]. При цьому, як стверджують Ю.В. Пірковський і С.Б. Шухман, має зберігатися співвідношення

$$\frac{r_{k_1}}{r_{k_2}} = \frac{R_1}{R_2}. \quad (1.31)$$

Додаткові витрати потужності, пов'язані з рухом машини в таких умовах, при інших рівних (радіусі кочення і тангенціальна еластичність) залежать від кута повороту і коефіцієнта опору шини уводу.

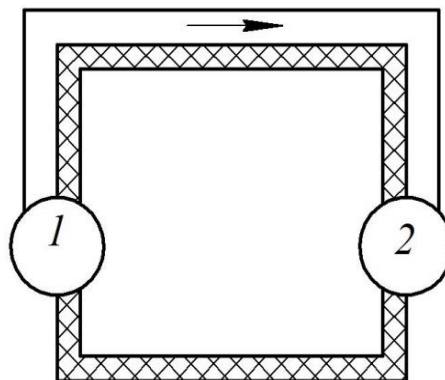
Вивчення явища кінематичного розузгодження в системі «опорна поверхня – рушій – трансмісія» неможливо без розгляду процесів кочення еластичного колеса різними опорними поверхнями, процесів деформації шини, процесу навантаження елементів трансмісії.

Динамічні явища, що виникають в процесі навантаження трансмісії, практично мало досліджені.

В роботі А.С. Антонова [62] розглядаються силові потоки, які мають місце в конструкції автомобіля. Для їх опису використовуються лінійна система рівнянь, з яких знаходять швидкість руху автомобіля і силу тяги. Показано, що задачу можна розглядати, як площинну, тоді два колеса, що належать одному мосту автомобіля, розглядаються як одне колесо, а в разі повнопривідного двоосного автомобіля, чотири колеса розглядаються як два.

Якщо на автомобілі, який розглядається, встановлено роздавальну коробку з блокованим приводом, тоді при неоднакових радіусах кочення передніх і задніх коліс під час руху на повороті або на нерівній дорозі в трансмісії може виникнути циркуляція потужності.

У цих умовах колеса одного з мостів, які знаходяться в гірших за зчепленням умовах, можуть прослизати по опорній поверхні, що викликає додатковий опір і режим руху цих коліс стає не тяговим, а гальмівним. В результаті цього процесу трансмісія закручується додатковим моментом, і через неї до іншого мосту передається потужність, яка може бути більшою за потужність, що розвивається двигуном. Це явище «накопичення» і «віддачі» потужності отримало назву «циркуляції». При цьому, умовою виникнення циркуляції є наявність в передачі замкнутого контуру, в якому виникає замкнутий силовий потік. При цьому, внаслідок закону збереження енергії, повинен зберігатися потужнісний баланс. Потужність, що циркулює, повинна рухатися від джерела до приймача і повинна накопичуватися в елементах конструкції та не створювати корисної потужності. Для передачі циркуляції повинен існувати «потік». За аналогією з електричним колом змінного струму, в якому циркулює реактивна потужність, баланс потужностей можна представити у вигляді рис. 1.4



1 – джерело, 2 – приймач

Рисунок 1.4 – Електричне коло змінного струму



Напрямок стрілки не заштрихованої зони показує передачу потужності від джерела до приймача, а заштрихована частина – циркулююча реактивна потужність, яка викликає додаткові втрати.

У механічній системі, якою є автомобіль, важко визначити контур циркуляції. Вказується, [62] що це може бути кузов автомобіля, або [25, 26, 27, 33, 34, 36, 38, 46] саме полотно дороги.

При такому підході кількісний розрахунок явища циркуляції практично неможливий.

Це призводить до необхідності розглянути явища, що відбуваються в конструкціях автомобіля, з точки зору теорії коливань.

У реальних інженерних системах коливання, в основному, вимушені і для їх кількісної оцінки треба враховувати початкові та граничні умови для конкретної задачі, що розглядається.

В роботі [79] Л.І. Мандельштам розглядає коливання дисків, з'єднаних валом. Диски можуть обертатися разом як тверде тіло або повертатися один щодо одного і закручувати стрижень. Кінетична енергія такої системи при русі визначається [79]

$$T = \frac{I_1 \cdot \varphi_1^2}{2} + \frac{I_2 \cdot \varphi_2^2}{2}, \quad (1.32)$$

де  $I_1$  і  $I_2$  – моменти інерції дисків;

$\varphi_1$  і  $\varphi_2$  – кути повороту дисків.

Потенційна енергія  $U$  залежить тільки від різниці кутів повороту дисків і визначається

$$U = \frac{c \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}, \quad (1.33)$$

де  $c$  – коефіцієнт жорсткості вала при крученні.

Якщо таку систему скрутити і відпустити, то рух буде здійснюватися тільки під дією внутрішніх сил і період коливань буде дорівнювати [79]

$$\tau = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{I}{c}}, \quad (1.34)$$

$$\text{де } I = \frac{I_1 \cdot I_2}{I_1 + I_2}.$$

С.П. Тимошенко [80] при розгляді інженерної задачі крутильних коливань валу круглого перетину з двома кінцевими дисками (рис. 1.5) передбачає, що круглі поперечні перерізи валу залишаються в своїй площині і що радіуси цих поперечних перерізів залишаються прямими.

Тоді диференціальне рівняння обертального руху елементарного диска [80]

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2}, \quad (1.35)$$

де  $\Theta$  – кут повороту будь-якого поперечного перерізу,

$a^2$  – коефіцієнт, що залежить від параметрів валу,

$x$  – координата довжини вала.

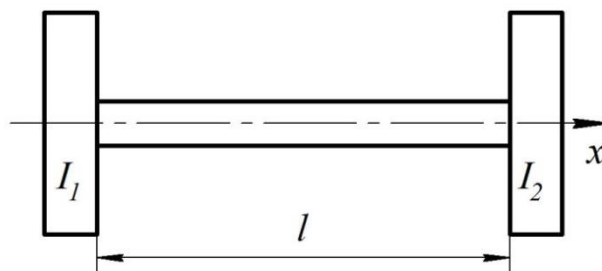


Рисунок 1.5 – Вал круглого перетину з дисками

У випадку вала з дисками на кінцях, як показано на рисунку 1.5, задача стає більш складною. З умови, що закручування валу на кінцях викликано силами інерції дисків, отримаємо

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} \right)_{x=0} = GI_P \cdot \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} \right)_{x=0} ; \\
 I_2 &= \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} \right)_{x=l} = -GI_P \cdot \left( \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} \right)_{x=l} ,
 \end{aligned}
 \tag{1.36}$$

де  $GI_P$  – крутильна жорсткість,

$l$  – довжина валу.

Тоді рішення задачі буде залежати від початкових умов при вимушеному русі. Велике значення при цьому має співвідношення моментів інерції дисків і валу.

В [81] розглянуто випадок коливання валу малого діаметра з двома обертовими кінцевими масами з різними моментами інерції  $I_1$  і  $I_2$ .

Якщо до кінців валу докласти дві рівні, але протилежно спрямовані зкручуючі пари сил, а потім їх видалити раптово, то виникнуть крутильні коливання, в процесі яких кінцеві маси будуть обертатися в протилежних напрямках.

Це впливає з закону збереження головного моменту кількості руху.

$$I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \cdot \omega_2 = 0, \tag{1.37}$$

де  $\omega_1$  і  $\omega_2$  – кутові швидкості обертання дисків.

Перетворивши рівняння 1.37 в  $\omega_2 = -(I_1/I_2) \cdot \omega_1$  бачимо, що маси обертаються в протилежних напрямках, тож існує деякий проміжний поперечний переріз валу, який в процесі коливань залишається нерухомим і його положення може бути знайдено з умови, що обидві ділянки валу ліворуч і праворуч від цього нерухомого перетину повинні мати однаковий період коливань, в іншому разі не буде дотримано умову, що маси на кінцях весь час обертаються в протилежних напрямках.

Таким чином, період коливань еквівалентний кількості циклів в секунду

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_1}{I_1}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_2}{I_2}}, \quad (1.38)$$

де  $K_1$  і  $K_2$  – коефіцієнти жорсткості частин валу зліва і праворуч від нерухомого перетину.

Для циліндричного валу

$$K = \frac{\pi d^4 \cdot G}{32l}, \quad (1.39)$$

де  $d$  – діаметр валу;

$G$  – модуль зсуву;

$l$  – довжина валу.

Константи співвідносяться наступним чином

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{I_1}{I_2}, \quad (1.40)$$

і враховуючи, що полярний момент інерції кола  $I = \pi d^4/32$ , отримаємо остаточний вираз для частоти коливань у вигляді [81]

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{I \cdot G(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2 \cdot l}}. \quad (1.41)$$

Підхід з точки зору дослідження в конструкції автомобіля дозволяє зробити кількісну їх оцінку і з'ясувати причину їх виникнення.

### 1.3 Способи підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідного автомобіля

Зважаючи на вищенаведене стає очевидною актуальність проблеми компенсації кінематичного розузгодження в русі заблокованих мостів повнопривідного ТТЗ. Основними способами компенсації, запропонованими дослідниками, є:

- введення диференціальних зв'язків між мостами;
- вирівнювання радіусів кочення заблокованих коліс.

Важливо відзначити, що прихильники обох способів не роблять однозначних висновків, відкидаючи блокування в першому випадку або диференціал у другому. Всі сходяться на думці, що відмінність умов роботи повнопривідної колісної машини в той чи інший момент часу вимагає від трансмісії можливості працювати як в диференціальному, так і в заблокованому режимі. Однак прихильники першого напряму стоять на позиції використання переважно диференціального приводу на мости яке забезпечує раціональний (рівномірний) розподіл крутильних моментів з введенням в нього механізмів автоматичного блокування. Інші ж відстоюють думку, що виконання основних операцій повнопривідна машина, зокрема трактор, повинна здійснювати в режимі заблокованого приводу, який дозволяє максимально використовувати зчіпну вагу, а усувати кінематичну розузгодженість, яка виникає, необхідно шляхом вирівнювання радіусів кочення коліс в кожному конкретному випадку.

З метою підвищення прохідності тракторів міжосьові і міжколісні диференціали обладнують механізмами блокування або роблять їх самоблокувальними. В останніх блокування здійснюється за рахунок внутрішнього тертя [52, 74, 82]. На тракторах набули поширення самоблокучі диференціали з муфтою тертя, при використанні яких моменти на валах приводу ведучих коліс при русі на поворотах або по нерівностях

залишаються постійними. Характеристикою таких диференціалів є коефіцієнт блокування, рівний

$$K_{\delta} = \frac{M''}{M'}, \quad (1.47)$$

де  $M'$  і  $M''$  – відповідно більший і менший моменти на виході диференціалу.

При забіганні або пробуксовці коліс одного з мостів диференціал підвищеного тертя підвищує тягове зусилля на іншому мосту в  $K_{\delta}$  раз. Очевидно, що зі збільшенням коефіцієнта  $K_{\delta}$  зчіпна вага трактора використовується більш повно, але це наближає диференційний привід до заблокованого. Тому, як зазначають І.П. Каневич і В.В. Гуськов, вибір коефіцієнта блокування є найважливішим питанням при розробці диференціалів підвищеного тертя.

Цьому питанню присвячені роботи ряду авторів: В.В. Ванцевіча, С.І. Стригунова і Л.Л. Лукерчіка; В.С. Баєва, В.І. Смирнова та інших.

У роботах В.В. Ванцевіча і С.І. Стригунова [82, 83] наведені результати експериментального дослідження впливу міжколісних диференціалів підвищеного тертя з різним коефіцієнтом блокування на тягові властивості тракторів 4x4. Тягові випробування проводилися з зусиллям на гаку 10 кН. При коефіцієнті блокування переднього мосту  $K_{\delta} = 2,6$  диференціал, спрацювавши, не забезпечував блокування коліс. Коливання  $P_{кр}$  викликали значний перерозподіл моментів між колесами (коефіцієнти варіації доходили до (30%). При  $K_{\delta} = 3,14$  та 4,4, незважаючи на значні коефіцієнти варіації моментів по колесах, буксування їх були однаковими у всьому діапазоні  $P_{кр}$ , що пояснюється високими блокуючими властивостями диференціалу. Тими ж авторами було проведено дослідження впливу величини блокуючого моменту муфти блокування заднього мосту на тягові властивості трактора.

Воно показало, що автоматичне блокування коліс не забезпечувало постійного їх блокування при тиску масла в муфті до 0,45 МПа.

В.С. Баєв [84] зазначає, що міжосьовий диференціал підвищеного тертя поєднує в собі властивості диференціала підвищеного тертя, у якого момент тертя зростає зі збільшенням сили тяги, і властивості звичайного диференціала, у якого момент тертя зростає при зменшенні сили тяги нижче певного рівня. Підвищення моменту тертя ( $M_{mp}$ ) диференціалу зі збільшенням  $P_k$  сприяє підвищенню тягових властивостей трактора з навантаженнями на гаку. Збільшення ж  $M_{mp}$  при зменшенні  $P_k$  нижче певного значення сприяє підвищенню тягових властивостей, коли на колесах одного моста  $P_k$  може досягти граничного за зчеплення значення або при попаданні коліс будь-якого моста в несприятливі зчипні умови. У зв'язку з останньою обставиною, автор вважає серйозним аргументом проти застосування міжосьових диференціалів на ТТЗ втрати їх прохідності через розвантаження коліс якогось мосту.

Необхідність блокування диференціалів відстоюється В.І. Смірновим [85]. Він пропонує оцінювати ефективність блокування міжколісних диференціалів шарнірно-зчленованих тракторів коефіцієнтом швидкості  $K_v$ , що визначається співвідношенням ККД мостів з різним силовим і кінематичним зв'язком ведучих коліс

$$K_v = \frac{\eta''}{\eta'}, \quad (1.48)$$

де  $\eta'$  і  $\eta''$  – ККД ведучих мостів, відповідно з меншим і більшим ступенем блокування.

Аналізуючи представлені роботи, можна зробити висновок про те, що при граничній складності конструкції, підвищеною матеріаломісткістю і вартості самоблокуючі диференціали не забезпечують надійного блокування ведучих мостів, а при підвищених значеннях коефіцієнта  $K_\delta$  не можуть

повністю компенсувати кінематичну розузгодженість яка виникає при русі ведучих коліс.

У зв'язку з цим сформувався напрямок досліджень з без диференціальної компенсації кінематичного розузгодження. Вирішенню цього завдання присвятили роботи такі дослідники, як А.Д. Анан'їн і Б.М. Беляєв; Ю.А. Коцар і А.С. Дурманов; А.Ф. Шкарлет і В.А. Оберемок; А.В. Войтиков і В.П. Бойков; В.Є. Гореліков і інші.

Як зазначалося вище, прихильники цього напрямку відстоюють ідею компенсації кінематичного розузгодження шляхом вирівнювання радіусів кочення коліс різних ведучих мостів. Аналізуючи основні фактори, що впливають на величину радіуса кочення, можна позначити ряд заходів з вирівнювання  $r_{k_1}$  і  $r_{k_2}$  :

- ретельний підбір шин за критерієм подібності вільного радіуса і коефіцієнта тангенціальної еластичності та ступеня зношеності протектора;
- регулювання тиску повітря в шинах і узгодження його з величиною нормального навантаження на осі колеса.

Академік Є.О. Чудаков в своїх роботах [25, 26] вказував, що при виготовленні звичайних шин коливання вільного радіуса від номіналу можуть досягати 3-4%. Згідно ГОСТ 5513–97 «Шини пневматичні для вантажних автомобілів, причепів до них, автобусів та тролейбусів» [50], а так само ГОСТ 4754–97 «Шини пневматичні для легкових автомобілів, причепів до них, легких вантажних автомобілів та автобусів особливо малої місткості» допуск на виготовлення шин 3% на вільний радіус колеса.

Про вплив конструктивних параметрів шини, зокрема нашарування корду, на тангенціальну еластичність, нормальну жорсткість і контурну площу контакту йдеться в роботі Н.Ф. Бочарова і В.І. Гусева [70]. Ними відзначено зміна коефіцієнту тангенціальної еластичності шин в залежності від їх зносу, зокрема, для шин 13,00–18 з повністю зношеним протектором величина  $\lambda$  майже на 25% менша початкового значення. Крім того, знос



протектора бігової доріжки зменшує вільний радіус колеса, а з ним і радіус кочення [70].

У статті А.В. Войтікова і В.П. Бойкова [86] відзначається, що комплектування повнопривідних тракторів "Білорусь" різними шинами здатне змінити структурну кінематичну невідповідність між мостами. Підбір же шин на передні і задні колеса трактора може дати зміну коефіцієнта  $K_n$  на 12,4 - 16,8% [86].

Ю.А. Коцар і А.С. Дурманов [87, 88, 89] також говорять про можливість змінювати силу тяги кожного моста від нуля до максимуму, впливаючи на величину початкових радіусів коліс. Дослідники стверджують, що на величину кінематичного розузгодження найбільш суттєво впливають кут дії сили на гаку і внутрішній тиск в шинах. Отже, розробивши механізм управління кінематичною розузгодженністю, можна отримувати оптимальний розподіл ведучого моменту по мостах.

Забезпечення кінематичної відповідності можливо шляхом підбору відповідних тисків повітря в шинах з урахуванням конструктивних особливостей ТТЗ (розподіл ваги по осях) і умов його експлуатації. Тиск необхідно підбирати таким чином, щоб в зоні номінальних навантажень відбувалося приблизне вирівнювання радіусів кочення коліс [23]. Дослідження В.Є. Горелікова показали, що при нормальному навантаженні в експлуатаційних межах зміною тиску повітря в шині ФД-12 можна отримати зміну радіуса кочення в веденому режимі до 4%.

Таким чином, оптимальна величина тиску в шинах непостійна і повинна змінюватися в залежності від типу ТТЗ, умов його роботи (рельєфу місцевості).

Про необхідність пристрою централізованого регулювання тиску в шинах на повнопривідних колісних машинах йдеться в цілій низці робіт [75, 88, 90, 91], причому для досягнення кращих результатів бажано мати автоматичну систему [92].

У пропорованих на цей час подібних системах оптимізація тиску за критерієм мінімуму енерговитрат на рух проводиться в залежності від зміни вертикальних навантажень на колесах [93, 94], деформацій шин [95] або від спільної дії вертикальних і поздовжніх навантажень на колесі [96].

З огляду на те, що параметром оптимізації роботи колісних машин 4x4 в режимі заблокованого приводу є крутильний момент, необхідно відзначити опосередкованість дії пропорованих пристроїв і систем, неможливість їх адекватного спрацьовування при зміні крутильних моментів на осях при інших рівних умовах. Отже, існуючі системи і пристрої автоматичного регулювання тиску в шинах вимагають доопрацювання і вдосконалення.

В рамках бездиференціального напрямку досліджень деякі автори вважають за доцільне вводити штучну розузгодженність в рух мостів з метою його подальшої компенсації під дією робочого навантаження. Але, як відзначають В.В. Кацігін і Г.С. Горін [97], це виправдано тільки як засіб розширення робочого діапазону транспортного засобу і підвищення його прохідності при значних значеннях  $P_{кр}$  шляхом більшого завантаження ведучої осі, що має запас по зчепленню. У робочому діапазоні слід вибирати кінематично узгоджені або близькі до них режими приводу ведучих коліс.

Таким чином, експлуатаційну ефективність повнопривідного колісного ТТЗ можна значно підвищити за рахунок компенсації кінематичного розузгодження в процесі руху при заблокованих ведучих мостах.

#### 1.4 Структурно-логічна схема дослідження

Дисертаційна робота складається з 5 взаємопов'язаних розділів (рис. 1.6), які у сукупності вирішують актуальне наукове завдання підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідного автомобіля. У першому розділі проведено аналіз літературних джерел, що стосуються зазначеного актуального наукового завдання. Встановлено, що на сьогоднішній день у літературі недостатньо висвітлені питання щодо підвищення

функціональної стабільності роботи трансмісії і коліс повнопривідних автомобілів. Відсутні теоретичні основи створення системи управління тиском в шинах повнопривідного автомобіля, що дозволяє усунути втрати потужності, які викликані кінематичною розузгодженістю в трансмісії та ведучих колесах. Тож за результатами першого розділу сформульовано 4 завдання дослідження, вирішенню яких присвячено відповідно 4 розділи роботи (розділи 2 - 5). За результатами першого розділу формулюється перший загальний висновок по дослідженню.

У другому розділі виконується теоретичне дослідження робочих процесів в системі «трансмісія – колеса» повнопривідного автомобіля, а саме:

- формується математична модель скручування вала трансмісії під час відсутності та під час наявності змушуючого крутильного моменту;
- визначаються втрати енергії, обумовлені кінематичною неузгодженістю в трансмісії повнопривідного автомобіля.

За результатами другого розділу формулюється другий загальний висновок по дослідженню.

У третьому розділі виконується дослідження впливу конструктивних і експлуатаційних факторів на функціональну стабільність параметрів автомобільного колеса при роботі у неусталеному режимі, а саме:

- визначається вектор дотичної реакції дороги при коченні колеса під дією штовхаючої сили і крутильного моменту;
- розглядається процес кочення колеса під час гальмування колісної машини при блокованому приводі передніх і задніх коліс;
- експериментально оцінюється вплив зсуву центру тяжіння автомобіля на величину кінематичного радіуса колеса;
- визначається величина енергії, що витрачається на зминання шин повнопривідної колісної машини при русі з блокованим приводом.

За результатами третього розділу формулюються з третього по п'ятий загальні висновки.



Рисунок 1.6 – Структурно-логічна схема дослідження

У четвертому розділі наводяться результати дорожніх експериментальних досліджень параметрів руху повнопривідного автомобіля при зміні тиску в шинах і навантаження на колеса.

За результатами четвертого розділу формулюється шостий загальний висновок.

У п'ятому розділі на базі отриманих результатів досліджень, виконаних у розділах 2-4, здійснюється розробка системи підвищення функціональної

стабільності елементів трансмісії і коліс повнопривідних автомобілів, підсистем запропонованої системи та синтез алгоритмів їх роботи.

За результатами п'ятого розділу формулюється сьомий загальний висновок.

Таким чином дослідження дозволяє узагальнити методи формування функціональної стабільності елементів шасі повнопривідних автомобілів та вирішити наукове завдання підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідного автомобіля.

### Висновки за розділом 1 і постановка задач дослідження

В результаті аналізу досліджень функціонування повнопривідних колісних ТТЗ можна зробити наступні висновки:

1. Огляд різних варіантів ходових систем повнопривідних ТТЗ показав, що найбільш ефективною схемою приводу є блокована, з системою автоматичного регулювання тиску в кожній шині.

2. Робота повнопривідного ТТЗ із заблокованим приводом на ведучі мости в реальних умовах майже завжди супроводжується кінематичним розузгодженням в швидкостях руху передніх і задніх коліс.

3. Поява кінематичного розузгодження призводить до зниження тягового ККД ТТЗ в результаті недовикористання зчепних властивостей коліс одного з мостів; підвищення енерговитрат на рух ТТЗ; появи додаткового навантаження на елементи трансмісії і викликає додаткові втрати потужності.

4. Енергетика процесу компенсації кінематичного розузгодження багато в чому визначається кінематичними радіусами кочення ведучих коліс і характеристиками шин, зокрема їх окружною еластичністю, чим вона вища, тим менше величина пружного моменту, який навантажує силовий контур трансмісії. Разом з тим, не в повному обсязі вивчені особливості формування кінематичного радіуса кочення коліс на різних опорних поверхнях, а також

вплив параметрів навантаження колеса і параметрів будови шин на величину окружної еластичності.

5. Покращення експлуатаційних властивостей ТТЗ 4x4, що працюють в заблокованому режимі, можна досягти шляхом ретельного підбору параметрів силового і кінематичного ланцюга, в тому числі регулюванням внутрішнього тиску в шинах.

6. У розглянутій літературі не в повній мірі розкрито механізм компенсації кінематичного розузгодження в межах можливостей шини, не визначена не тільки структура, але і методика кількісної оцінки всіх втрат потужності, пов'язаних з цим явищем.

7. Існуючі пристрої автоматичного регулювання тиску в шинах не здатні своєчасно та адекватно реагувати на зміни кінематичного зв'язку коліс переднього і заднього мостів.

Аналіз виконаних раніше робіт виявив необхідність подальшого дослідження явища кінематичного розузгодження, розкриття механізму його компенсації і дозволив поставити такі завдання дослідження:

- виконати теоретичне дослідження робочих процесів в системі «трансмсія – колеса» автомобіля;
- оцінити вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на параметри роботи автомобільного колеса в несталому режимі руху;
- виконати експериментальне дослідження параметрів руху повнопривідного автомобіля при зміні тиску повітря в шинах і навантаженні на колеса;
- синтезувати алгоритм роботи системи підвищення функціональної стабільності елементів трансмісії і коліс повнопривідного автомобіля.

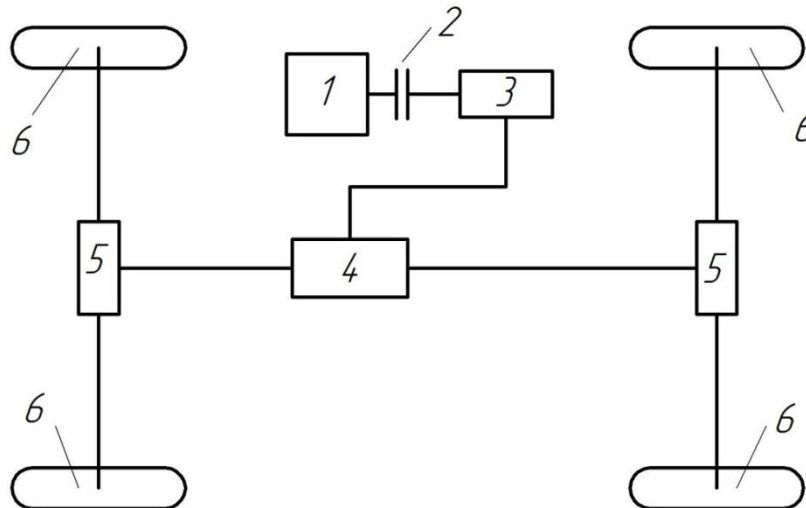
Основні результати дослідження по даному розділу опубліковані в роботах [5, 6, 7, 14, 15, 19, 20].

## РОЗДІЛ 2

ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ В СИСТЕМІ  
«ТРАНСМІСІЯ – КОЛЕСА» ПОВНОПРИВІДНИХ КОЛІСНИХ ЗАСОБІВ  
ТРАНСПОРТУ

## 2.1 Розрахункова модель

Схема передачі руху від двигуна через передавальний механізм до робочих органів машини – ведучих коліс автомобіля і їх взаємозв'язок в процесі руху представлена на рисунку 2.1.



1 – двигун, 2 – зчеплення, 3 – коробка передач, 4 – роздавальна коробка,  
5 – головна передача, 6 – колеса автомобіля

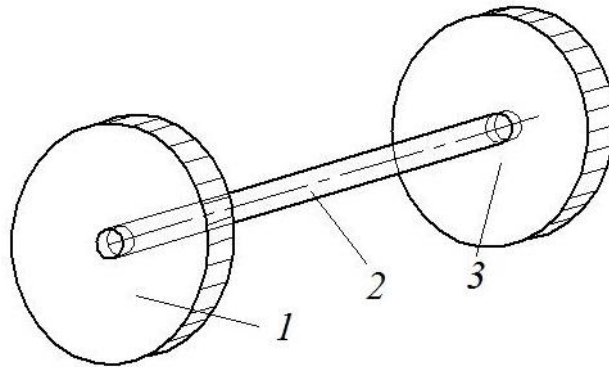
Рисунок 2.1 – Схема автомобіля

Будемо вважати, що у випадку роботи автомобіля в повнопривідному режимі, карданні вали переднього і заднього моста з'єднані в роздавальній коробці абсолютно жорстко, тому її можна виключити з розгляду і вважати, що передній і задній мости з'єднані одним валом.

В цьому випадку моменти інерції окремих елементів можна привести до валу трансмісії. Моменти інерції елементів трансмісії визначалися

методом крутильних коливань на тріфілярному підвісі. При цьому оговоримо, що моменти інерції деталей трансмісії, що з'єднують цей вал, з ведучими шестернями головних передач ми включаємо в масу вала, а деталі ведучих мостів з шестернями диференціала в масу дисків.

Тоді розрахункова схема набуде вигляду, представленого на рисунку 2.2.



1 – диск з приведеним моментом інерції обертових деталей переднього моста; 2 – вал з приведеним моментом інерції обертових деталей трансмісії; 3 – диск з приведеним моментом інерції обертових деталей заднього моста

Рисунок 2.2 – Розрахункова схема трансмісії повнопривідного автомобіля без міжосьового диференціала

Дана розрахункова схема дає можливість розглянути характер виникнення напружень в валу трансмісії при різних моментах інерції першого і другого дисків з урахуванням різних моментів опору руху.

2.2 Математична модель скручування вала трансмісії під час відсутності змушуючого крутильного моменту

Для опису явищ, що відбуваються у валу трансмісії під дією інерційних сил і сил опору, розглянемо циліндричний вал довжини  $l$  і радіуса  $R$ , один кінець якого закручений на кут  $\theta$  по відношенню до іншого, як показано на рисунку 2.3.



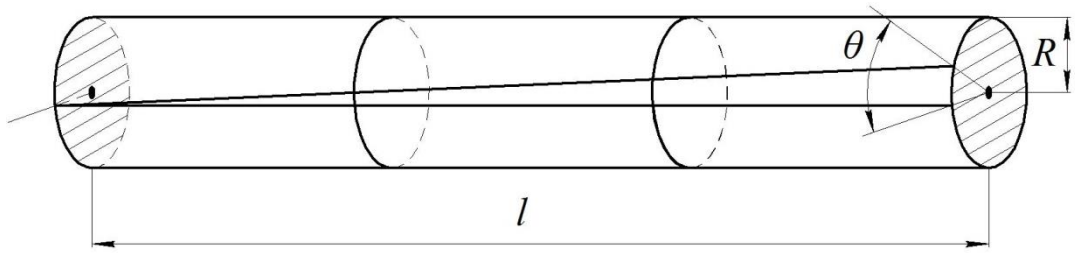


Рисунок 2.3 – Закручування валу

Для з'ясування зв'язку кута закрутки з силами прикладеними до валу представимо вал таким, що складається з безлічі концентричних циліндричних оболонок і з'ясуємо, що відбувається в кожній з цих оболонок.

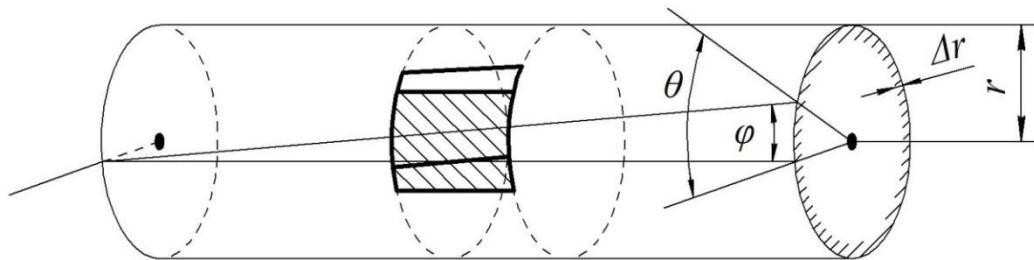


Рисунок 2.4 – Закручування циліндричної оболонки

Розглянемо тонкостінний короткий циліндр радіусом  $r$  (меншого ніж  $R$ ) і товщиною  $\Delta r$ , як показано на рисунку 2.4. Візьмемо елемент стінки цього циліндра настільки маленький, що ми з високим ступенем точності можемо вважати квадратом поверхню елемента стінки перпендикулярної радіусу циліндра, з довжиною боку квадрата, що дорівнює  $\Delta b$ . Товщина бічної грані ділянки стінки (яку ми можемо з високим ступенем точності вважати паралелепіпедом) –  $\Delta r$ . В результаті закрутки дві сторони квадратики, які до закрутки були паралельні осі циліндра і перпендикулярні двом іншим сторонам які є дугами поперечних перерізів циліндра, перестали бути паралельні осі (і перпендикулярні двом іншим сторонам) але залишилися

паралельні один одному. Тобто квадрат прийняв форму паралелограма, як зображено на рисунку 2.5.

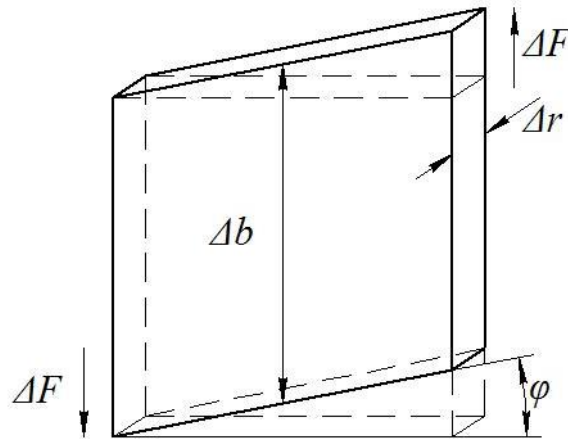


Рисунок 2.5 – Зрушення нескінченно малого елемента оболонки

Кожен елемент циліндра (тобто такий паралелограм) зсувається, при цьому кут зсуву  $\varphi$  дорівнює

$$\varphi = \frac{r\theta}{l}. \quad (2.1)$$

Напругу зсуву  $g$  в матеріалі можна визначити з залежності

$$g = G\varphi = G \frac{r\theta}{l}, \quad (2.2)$$

де  $G$  – модуль зсуву.

З іншого боку, напруга зсуву дорівнює тангенціальній силі  $\Delta F$ , що діє на кінець нашого шматочка стінки циліндричної оболонки, поділеної на площу його бічної сторони  $\Delta r \Delta b$  рисунок 2.5

$$g = \frac{\Delta F}{\Delta r \Delta b}. \quad (2.3)$$

Сила  $\Delta F$ , що діє на кінець квадратики, створює відносно осі вала момент сил  $\Delta M$

$$\Delta M = r\Delta F, \quad (2.4)$$

що з урахуванням (2.3) дає

$$\Delta M = rg\Delta r\Delta b. \quad (2.5)$$

Повний момент сили  $M$  дорівнює сумі таких моментів по всьому колу циліндра. Довжина окружності циліндра дорівнює  $2 \cdot \pi \cdot r$ , тобто для обчислення повного моменту сили ми повинні прийняти  $\Delta b = 2 \cdot \pi \cdot r$ . Отже, повний момент сили для циліндра, вірніше для пустотілої труби (тобто стінки циліндра) дорівнює

$$M = rg\Delta r(2\pi r) \quad (2.6)$$

або з урахуванням (2.1)

$$M = 2\pi G \frac{r^3 \Delta r \theta}{l}. \quad (2.7)$$

Далі ми вважаємо, що вал складається з цілої серії таких концентричних труб, кожна з яких закручена на кут  $\theta$ . Повний момент дорівнює сумі моментів необхідних для скручування кожної оболонки ("труби"), так що для всього валу маємо

$$M = 2\pi G \frac{\theta}{l} \int_0^R r^3 dr. \quad (2.8)$$

Після інтегрування, отримуємо

$$M = G \frac{\pi R^4}{2l} \theta . \quad (2.9)$$

### 2.3 Динамічні процеси у валу – хвилі крутіння

Розглянемо динамічні процеси у валу. Нехай  $x$  – відстань від лівого кінця вала до деякої точки, яка лежить на осі вала між його торцями. Якщо сили, що діють на вал, постійні (прикладений статичний момент сил), то цей момент на всьому протязі вала один і той же і пропорційний, як видно з рівняння (2.9), відношенню повного кута закрутки до довжини вала, тобто  $\theta/l$ . Якщо ж збільшення кута закрутки різні для різних значень  $x$ , то тоді нам необхідно оперувати з місцевою деформацією, і ми повинні замінити  $\theta/l$  на  $\frac{\partial \theta}{\partial x}$ , тобто на відношення нескінченно малого збільшення кута закрутки до нескінченно малого приросту довжини. Тоді рівняння (2.9) набуде вигляду

$$M(x) = G \frac{\pi R^4}{2} \frac{\partial \theta}{\partial x} . \quad (2.10)$$

Тепер розглянемо, що відбувається з елементом об'єму вала  $\Delta x$ , який наведено в збільшеному вигляді на рисунку 2.6. На лівому кінці малого відрізка вала (з координатою  $x$ ) діє момент  $M(x)$ , на правому кінці (з координатою  $x + \Delta x$ ) – момент  $M(x + \Delta x)$ . Вважаючи, що приріст  $\Delta x$  малий, можна розкласти  $M(x + \Delta x)$  в ряд Тейлора, і, відкинувши через їхню малість всі члени ряду, які містять  $\Delta x$  в ступені більш ніж перша, написати

$$M(x + \Delta x) = M(x) + \left( \frac{\partial M}{\partial x} \right) \Delta x. \quad (2.11)$$

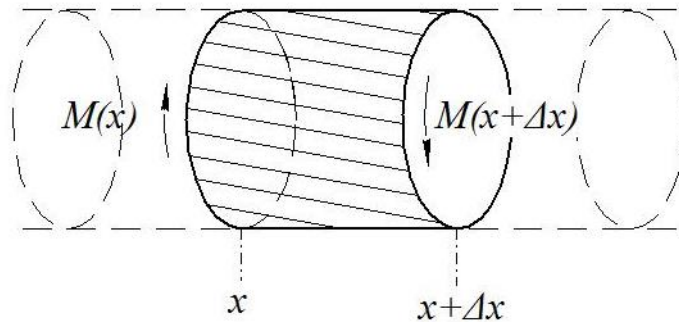


Рисунок 2.6 – Моменти, які діють на границях елемента обсягу вала

Повний момент сили, який діє на дуже малий відрізок вала (тобто розташований між двома близько віддаленими поперечними перетинами) дорівнює різниці  $M(x + \Delta x)$  і  $M(x)$

$$\Delta M = M(x + \Delta x) - M(x) = \left( \frac{\partial M}{\partial x} \right) \Delta x. \quad (2.12)$$

Підставляючи (2.10) в (2.12), отримуємо

$$\Delta M = G \frac{\pi R^4}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \Delta x. \quad (2.13)$$

Дія цього кутового моменту повинна викликати прискорення відрізка вала. Маса  $\Delta m$  цього відрізка дорівнює добутку щільності матеріалу вала  $\rho$  на об'єм, який, в свою чергу, дорівнює добутку площі перерізу вала на відстань між перетинами  $\Delta x$ ,

$$\Delta M = \pi R^2 \Delta x \rho. \quad (2.14)$$

Момент інерції  $I$  кругового циліндра радіуса  $R$  і масою  $m$  дорівнює

$$I = \frac{mR^2}{2}. \quad (2.15)$$

Підставляючи в (2.15) в якості  $m$  знайдене зі співвідношення (2.14) значення  $\Delta m$ , отримуємо

$$\Delta I = \frac{\pi}{2} \rho R^4 \Delta x. \quad (2.16)$$

Згідно з другим законом Ньютона момент сили  $M$  дорівнює добутку моменту інерції  $I$  на кутове прискорення  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$ , що в нашому випадку дає

$$\Delta M = \Delta I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}. \quad (2.17)$$

Підставляючи в (2.17) значення  $\Delta I$  з (2.16), знаходимо

$$\Delta M = \frac{\pi}{2} \rho R^4 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Delta x. \quad (2.18)$$

Прирівнюючи значення  $\Delta M$ , знайдене з рівняння (2.18) і з рівняння (2.13), отримаємо

$$G \frac{\pi R^4}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Delta x = \frac{\pi}{2} \rho R^4 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Delta x. \quad (2.19)$$

Розділимо це рівняння на  $\Delta x$ . Отримаємо

$$G \frac{\pi R^4}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = \frac{\pi}{2} \rho R^4 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}. \quad (2.20)$$

Для зручності подальших обчислень у формулі (2.20) не проведене скорочення на  $\pi R^4/2$ . Величина  $\pi R^4/2$  – це полярний момент інерції  $I_p$  кола з радіусом  $R$ . З іншого боку величина  $\pi \cdot \rho \cdot R^4/2$  – це момент інерції  $I$  одиниці довжини вала. З урахуванням цих позначень рівняння (2.20) приймає вигляд

$$GI_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}. \quad (2.21)$$

І остаточно, вводячи величину  $a$

$$a = \sqrt{\frac{GI_p}{I}}, \quad (2.22)$$

отримуємо

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}. \quad (2.23)$$

Отриманий вираз (2.23) – хвильове рівняння в часткових похідних, вирішення якого може бути знайдено тільки з урахуванням крайових умов. До крайових умов відносяться: початкові умови, що описують стан системи в початковий момент часу, і граничні умови, яким повинна задовольняти шукана функція. В результаті можна отримати опис процесу поширення коливань в трансмісії. Розглянемо ці умови.

Момент інерції диска, прикріпленого до кінця вала, який має координату  $x = 0$  позначимо через  $I_1$ , прикріпленого до кінця вала, який має координату  $x = l$ , позначимо через  $I_2$ . Момент  $M_0$  сили, що діє на кінці вала

з координатою  $x = 0$ , виходячи з формули (2.10) та з урахуванням позначення

$$I_p = \frac{\pi R^4}{2}, \text{ дорівнює}$$

$$M_0 = GI_p \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0}. \quad (2.24)$$

З іншого боку, цей момент дорівнює моменту сил, які викликаються кутовим прискоренням диска, і відповідно дорівнює добутку моменту інерції диска  $I_I$  на значення кутового прискорення  $\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$  на кінці вала з координатою  $x$ , яка дорівнює 0

$$M_0 = I_1 \left. \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right|_{x=0}. \quad (2.25)$$

Прирівнюючи праві частини (2.24) і (2.25), отримуємо

$$I_1 \left. \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right|_{x=0} = GI_p \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0}. \quad (2.26)$$

За аналогією, враховуючи, що напрямок закрутки кінця вала з координатою  $x = l$  протилежно напрямку закрутки на кінці з координатою  $x = 0$ , отримуємо на кінці з координатою  $x = l$

$$I_2 \left. \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right|_{x=l} = -GI_p \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=l}. \quad (2.27)$$

Разом отримуємо такі вирази для граничних умов на кінцях вала



$$I_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} ; \quad (2.28)$$

$$I_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = -GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=l} . \quad (2.29)$$

Або вводячи позначення

$$d_1 = \sqrt{\frac{GI}{I_1}} ; d_2 = \sqrt{\frac{GI}{I_2}} , \quad (2.30)$$

отримуємо граничні умови у вигляді

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=0} = d_1^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} ; \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=l} = -d_2^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=l} . \quad (2.32)$$

Початкові умови запишемо у вигляді

$$\theta(x,t) \Big|_{t=0} = f(x) . \quad (2.33)$$

Таким чином, початковий кут закрутки нескінченно тонкого перетину з координатою  $x$  дорівнює  $f(x)$ ,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} \Big|_{t=0} = F(x) \quad (2.34)$$

і початкова кутова швидкість нескінченно тонкого перетину вала з координатою  $x$  дорівнює  $F(x)$ . В результаті, отримана початково–крайова задача для хвильового рівняння.

#### 2.4 Рішення початкової крайової задачі методом Фур'є

Рішення отриманого рівняння (2.23) будемо шукати, використовуючи метод Фур'є, в основу якого покладена можливість отримання рішення з використанням застосування допоміжних задач, які призводять до вирішення за допомогою звичайних диференціальних рівнянь. Для цього покладемо, що  $\theta(x,t) = T(t)X(x)$ , тобто функцію  $\theta(x,t)$  можна представити у вигляді добутку двох функцій, одна з яких,  $T$  – залежить тільки від часу, друга  $X$  – залежить тільки від просторової координати  $x$ . Підставляючи  $\theta(x,t) = T(t)X(x)$  в (2.23), отримуємо

$$\frac{\partial^2(T(t)X(x))}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2(T(t)X(x))}{\partial x^2}, \quad (2.35)$$

або згідно [98]

$$T''(t)X(x) = a^2 T(t)X''(x). \quad (2.36)$$

Поділяючи перемінні, отримуємо

$$\frac{T''(t)}{T(t)} = a^2 \frac{X''(x)}{X(x)}. \quad (2.37)$$

Ця рівність, ліва частина якого залежить тільки від  $t$ , а права – тільки від  $x$ , можлива тільки в тому випадку, якщо обидві її частини не залежать ні

від  $x$ , ні від  $t$ , тобто являють собою одну й ту ж постійну [99], яку зручно записати у вигляді  $(-\lambda^2)$ . Тоді

$$\frac{T''(t)}{T(t)} = a^2 \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda^2. \quad (2.38)$$

Або інакше,

$$\frac{T''(t)}{T(t)} = -\lambda^2, \quad (2.39)$$

звідки слідує

$$T''(t) + \lambda^2 T(t) = 0 \quad (2.40)$$

і

$$a^2 \frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda^2. \quad (2.41)$$

Тоді

$$X''(x) + \frac{\lambda^2}{a^2} X(x) = 0. \quad (2.42)$$

Отже, функції  $X(x)$  і  $T(t)$  можна знайти, інтегруючи наступні звичайні диференціальні рівняння

$$T''(t) + \lambda^2 T(t) = 0; \quad (2.43)$$

$$X''(x) + \frac{\lambda^2}{a^2} X(x) = 0. \quad (2.44)$$

Тепер підставляючи  $\theta(x,t) = T(t)X(x)$  в граничні умови (2.31) і (2.32), отримуємо

$$\left. \frac{\partial^2 T(t)X(x)}{\partial t^2} \right|_{x=0} = d_1^2 \left. \frac{\partial T(t)X(x)}{\partial x} \right|_{x=0}, \quad (2.45)$$

або

$$T''(t)X(x)|_{x=0} = d_1^2 X'(x)|_{x=0}. \quad (2.46)$$

Поділивши ліву і праву частини на  $T(t)$ , отримуємо

$$\frac{T''(t)}{T(t)} X(x)|_{x=0} = d_1^2 X'(x)|_{x=0}. \quad (2.47)$$

Підставивши вираз (2.39) у вираз (2.47), отримуємо на кінці вала з координатою  $x = 0$  граничну умову для функції  $X(x)$

$$d_1^2 X'(0) + \lambda^2 X(0) = 0. \quad (2.48)$$

Аналогічно для  $x = l$  отримуємо граничну умову

$$d_2^2 X'(l) - \lambda^2 X(l) = 0. \quad (2.49)$$

Інтегруючи рівняння (2.44), що є рівнянням гармонійних коливань, отримаємо

$$X(x) = C_1 \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right). \quad (2.50)$$

Підставляючи в граничні умови (2.48), (2.49) вираз (2.50), знаходимо

$$\begin{aligned} & d_1^2 \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) \right) \Big|_{x=0} + \\ & + \lambda^2 \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) \right) \Big|_{x=0} = 0 \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} & d_2^2 \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) \right) \Big|_{x=l} - \\ & - \lambda^2 \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) \right) \Big|_{x=l} = 0 \end{aligned} \quad (2.52)$$

Обчислимо похідну від (2.50) по  $x$

$$X'(x) = \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) \right)' = -C_1 \frac{\lambda}{a} \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \frac{\lambda}{a} \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right). \quad (2.53)$$

Підставимо в (2.51) вираз (2.53), в результаті чого гранична умова на кінці вала координатою  $x = 0$  набуде вигляду

$$\begin{aligned} & d_1^2 \left( -C_1 \frac{\lambda}{a} \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \frac{\lambda}{a} \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) \right) \Big|_{x=0} + \\ & + \lambda^2 \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda x}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda x}{a}\right) \right) \Big|_{x=0} = 0. \end{aligned} \quad (2.54)$$

Або підставляючи 0 в (2.54) в якості значення  $x$

$$d_1^2 \left( -C_1 \frac{\lambda}{a} \sin\left(\frac{\lambda \cdot 0}{a}\right) + C_2 \frac{\lambda}{a} \cos\left(\frac{\lambda \cdot 0}{a}\right) \right) + \lambda^2 \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda \cdot 0}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda \cdot 0}{a}\right) \right) = 0, \quad (2.55)$$

так як  $\sin(0) = 0$ , а  $\cos(0) = 1$ , отримаємо

$$d_1^2 \frac{\lambda}{a} C_2 + \lambda^2 C_1 = 0. \quad (2.56)$$

Аналогічно вираз (2.52) для граничної умови на кінці вала з координатою  $x = l$  приводимо до виду

$$d_1^2 \left( -C_1 \frac{\lambda}{a} \sin\left(\frac{\lambda l}{a}\right) + C_2 \frac{\lambda}{a} \cos\left(\frac{\lambda l}{a}\right) \right) - \lambda^2 \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda l}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda l}{a}\right) \right) = 0. \quad (2.57)$$

Рівняння (2.57) можна дещо спростити, скоротивши на  $\lambda$

$$d_1^2 \left( -C_1 \frac{1}{a} \sin\left(\frac{\lambda l}{a}\right) + C_2 \frac{1}{a} \cos\left(\frac{\lambda l}{a}\right) \right) - \lambda \left( C_1 \cos\left(\frac{\lambda l}{a}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\lambda l}{a}\right) \right) = 0. \quad (2.58)$$

З рівняння (2.56) знайдемо співвідношення між  $C_1$  і  $C_2$

$$C_2 = -\frac{a\lambda}{d_1^2} C_1. \quad (2.59)$$

З цього співвідношення випливає, що  $C_1$  і  $C_2$  можуть бути одночасно або дорівнювати нулю або ні. Прийнемо що  $C_1$  і  $C_2$  не дорівнюють 0. Підставимо вираз для  $C_2$  через  $C_1$  в рівняння (2.58), отримаємо

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{a} \left( \frac{a^2 C_1 \lambda^2}{d_1^2} \sin\left(\frac{l\lambda}{a}\right) - d_2^2 C_1 \sin\left(\frac{l\lambda}{a}\right) - \right. \\ & \left. - \frac{a d_2^2 C_1 \lambda}{d_1^2} \cos\left(\frac{l\lambda}{a}\right) + a C_1 \lambda \cos\left(\frac{l\lambda}{a}\right) \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Скорочуючи (2.60) на  $C_1$  і примножуючи його на  $a \cdot d_1^2$ , отримуємо

$$\begin{aligned} & a^2 \lambda^2 \sin\left(\frac{l\lambda}{a}\right) + d_1^2 d_2^2 \sin\left(\frac{l\lambda}{a}\right) + \\ & + a d_2^2 \lambda \cos\left(\frac{l\lambda}{a}\right) - a d_1^2 \lambda \cos\left(\frac{l\lambda}{a}\right) = 0. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Поділимо (2.61) на  $\sin\left(\frac{l\lambda}{a}\right)$  та отримаємо

$$\frac{a d_2^2 \lambda \cos\left(\frac{l\lambda}{a}\right)}{\sin\left(\frac{l\lambda}{a}\right)} - \frac{a d_1^2 \lambda \cos\left(\frac{l\lambda}{a}\right)}{\sin\left(\frac{l\lambda}{a}\right)} + a^2 \lambda^2 + d_1^2 d_2^2 = 0. \quad (2.62)$$

В результаті знаходимо таке трансцендентне рівняння для визначення власних чисел  $\lambda$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\lambda}{a}\right) = \frac{-(a^2 \lambda^2 + d_1^2 d_2^2)}{a \lambda (d_1^2 - d_2^2)}. \quad (2.63)$$

Для зручності введемо

$$\mu = \frac{\lambda l}{a}. \quad (2.64)$$

Відповідно

$$\lambda = \frac{\mu a}{l}. \quad (2.65)$$

Тоді

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\lambda l}{a}\right) = \operatorname{ctg}(\mu) - \left(\frac{a^2 \lambda^2 + d_1^2 d_2^2}{a \lambda (d_1^2 - d_2^2)}\right) = \frac{-(a^4 \mu^2 + d_1^2 d_2^2 l^2)}{\mu a^2 (d_1^2 - d_2^2)}, \quad (2.66)$$

і рівняння (2.63) набуде вигляду

$$\operatorname{ctg}(\mu) = \frac{-(a^4 \mu^2 + d_1^2 d_2^2 l^2)}{\mu a^2 (d_1^2 - d_2^2)}. \quad (2.67)$$

З огляду на те, що функції  $\operatorname{ctg}$  періодичні, дане рівняння має безліч рішень  $\mu_k$  і, отже, визначає нескінченно багато власних чисел  $\lambda_k^2 = \left(\frac{\mu_k a}{l}\right)^2$ .

Кожному власному числу  $\lambda_k$  відповідає власна функція

$$X_k(x) = C_{1k} \cos\left(\frac{\lambda_k x}{a}\right) + C_{2k} \sin\left(\frac{\lambda_k x}{a}\right).$$

Підставляючи  $C_2 = -\frac{n\lambda}{d_1^2} C_1$ , отримуємо

$$X_k(x) = C_{1k} \left( \cos\left(\frac{\lambda_k x}{a}\right) - \frac{a \lambda_k}{d_1^2} \sin\left(\frac{\lambda_k x}{a}\right) \right). \quad (2.68)$$



Беручи до уваги, що  $\lambda_k = \frac{\mu_k a}{l}$ , випишемо  $X_k$  у вигляді

$$X_k(x) = C_{1k} \left( \cos\left(\frac{\mu_k}{l} x\right) - \frac{a^2 \mu_k}{l d_1^2} \sin\left(\frac{\mu_k}{l} x\right) \right). \quad (2.69)$$

$X_k$  не утворюють ортогональної системи функцій. Для двох різних власних функцій  $X_i$  і  $X_j$ , що відповідають двом різним власним числам  $\lambda_i$  і  $\lambda_j$ .

$$X_i''(x) + \frac{\lambda_i^2}{a^2} X_i(x) = 0; \quad (2.70)$$

$$X_j''(x) + \frac{\lambda_j^2}{a^2} X_j(x) = 0. \quad (2.71)$$

Або переносячи доданки, що не містять похідної, в праву частину

$$X_i''(x) = -\frac{\lambda_i^2}{a^2} X_i(x); \quad (2.72)$$

$$X_j''(x) = -\frac{\lambda_j^2}{a^2} X_j(x). \quad (2.73)$$

Надалі будемо позначати  $X_i(x)$  і  $X_j(x)$  через  $X_i$  і  $X_j$  відповідно. Домножимо (2.72) на  $X_j$ , а (2.73) на  $X_i$ . Отримаємо

$$X_i'' X_j = -\frac{\lambda_i^2}{a^2} X_i X_j; \quad (2.74)$$

$$X_j'' X_i = -\frac{\lambda_j^2}{a^2} X_j X_i. \quad (2.75)$$

Проінтегруємо (2.74) і (2.75) по довжині вала

$$\int_0^l X_i'' X_j dx = -\frac{\lambda_i^2}{a^2} \int_0^l X_i X_j dx; \quad (2.76)$$

$$\int_0^l X_j'' X_i dx = -\frac{\lambda_j^2}{a^2} \int_0^l X_j X_i dx. \quad (2.77)$$

Віднімаючи (2.77) з (2.76) маємо

$$\int_0^l (X_i'' X_j - X_j'' X_i) dx = -\frac{1}{a^2} (\lambda_i^2 - \lambda_j^2) \int_0^l X_i X_j dx. \quad (2.78)$$

Розглянемо ліву частину рівняння (2.76). Застосовуючи формулу інтегрування по частинам, отримаємо

$$\int_0^l X_i'' X_j dx = (X_j X_i') \Big|_0^l - \int_0^l X_j' X_i' dx. \quad (2.79)$$

Аналогічно для лівої частини (2.77) отримуємо

$$\int_0^l X_j'' X_i dx = (X_i X_j') \Big|_0^l - \int_0^l X_j' X_i' dx. \quad (2.80)$$

Введемо позначення

$$X_i(x) \Big|_{x=0} = x_{i0}, \quad X_j(x) \Big|_{x=0} = x_{j0}; \quad (2.81)$$

$$X_i(x) \Big|_{x=l} = x_{il}, \quad X_j(x) \Big|_{x=l} = x_{jl}. \quad (2.82)$$

У позначеннях (2.81) і (2.82) співвідношення (2.79) і (2.80) приймуть вигляд

$$\int_0^l X_i'' X_j dx = (X_{jl} X_{il}' - X_{j0} X_{i0}') - \int_0^l X_i' X_j' dx; \quad (2.83)$$

$$\int_0^l X_j'' X_i dx = (X_{il} X_{jl}' - X_{i0} X_{j0}') - \int_0^l X_j' X_i' dx. \quad (2.84)$$

Підставляючи (2.83) і (2.84) в (2.78), отримаємо

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{a^2} (\lambda_i^2 - \lambda_j^2) \int_0^l X_i X_j dx = \\ & = (X_{jl} X_{il}' - X_{j0} X_{i0}') - \int_0^l X_i' X_j' dx - (X_{il} X_{jl}' - X_{i0} X_{j0}') + \int_0^l X_i' X_j' dx. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Після перетворень отримаємо

$$\frac{(X_{jl} X_{il}' - X_{il} X_{jl}') - (X_{j0} X_{i0}' - X_{i0} X_{j0}')}{(\lambda_i^2 - \lambda_j^2)} = -\frac{1}{a^2} \int_0^l X_i X_j dx. \quad (2.86)$$

Запишемо граничні умови (2.48) і (2.49) у вигляді

$$X'(0) = -\frac{\lambda^2}{d_1^2} X(0); \quad (2.87)$$

$$X'(l) = \frac{\lambda^2}{d_2^2} X(l) \quad (2.88)$$

і випишемо їх для двох різних власних функцій  $X_i$  і  $X_j$ , застосувавши позначення (2.81) і (2.82)

$$X'_{i0} = -\frac{\lambda_i^2}{d_1^2} X_{i0}; \quad (2.89)$$

$$X'_{j0} = -\frac{\lambda_j^2}{d_1^2} X_{j0}; \quad (2.90)$$

$$X'_{il} = -\frac{\lambda_i^2}{d_2^2} X_{il}; \quad (2.91)$$

$$X'_{jl} = -\frac{\lambda_j^2}{d_2^2} X_{jl}. \quad (2.92)$$

Підставивши  $X'_{i0}$ ,  $X'_{j0}$ ,  $X'_{il}$ ,  $X'_{jl}$ , виражені через  $X_{i0}$ ,  $X_{j0}$ ,  $X_{il}$ ,  $X_{jl}$ , з (2.89), (2.90), (2.91), (2.92) в (2.86), отримаємо

$$\left( \frac{\lambda_i^2}{d_2^2} X_{il} X_{jl} - \frac{\lambda_j^2}{d_2^2} X_{jl} X_{il} \right) - \left( \left( -\frac{\lambda_i^2}{d_1^2} X_{i0} \right) X_{j0} - \left( -\frac{\lambda_j^2}{d_1^2} X_{j0} \right) X_{i0} \right) = \frac{1}{a^2} (\lambda_i^2 - \lambda_j^2) \int_0^l X_i X_j dx. \quad (2.93)$$

Приведемо подібні та отримаємо

$$(\lambda_i^2 - \lambda_j^2) \frac{1}{d_2^2} X_{il} X_{jl} + (\lambda_i^2 - \lambda_j^2) \frac{1}{d_1^2} X_{i0} X_{j0} = -\frac{1}{a^2} (\lambda_i^2 - \lambda_j^2) \int_0^l X_i X_j dx. \quad (2.94)$$

Скоротимо рівняння (2.94) на вираз  $\lambda_i^2 - \lambda_j^2$ , яке не дорівнює 0, так як  $\lambda_i$  і  $\lambda_j$  – два різних числа, остаточно отримаємо

$$\frac{1}{d_2^2} X_{il} X_{jl} + \frac{1}{d_1^2} X_{i0} X_{j0} = -\frac{1}{a^2} \int_0^l X_i X_j dx. \quad (2.95)$$

Умова ортогональності, коли інтеграл добутку дорівнює 0.

Обчислюючи  $X_{i0}, X_{j0}, X_{jl}, X_{j0}$ , скориставшись виразом (2.69) взявши його для двох різних значень  $\lambda_i$  і  $\lambda_j$  і підставляючи в нього  $x = 0$ , і  $x = l$  отримуємо (приймаючи довільну постійну  $C_{Ik}$  рівною 1)

$$-\frac{1}{a^2} \int_0^l X_i X_j dx = \frac{1}{d_2^2} \left( \cos(\mu_i) - \frac{a^2 \mu_i}{ld_1^2} \sin(\mu_i) \right) \left( \cos(\mu_j) - \frac{a^2 \mu_j}{ld_1^2} \sin(\mu_j) \right) + \frac{1}{d_1^2}. \quad (2.96)$$

З огляду на лінійну незалежність функцій  $\cos(x)$  і  $\sin(x)$ , будь-яка їх лінійна комбінація в тому числі і

$$\cos(\mu_i) - \frac{a^2 \mu_i}{ld_1^2} \sin(\mu_i) \quad (2.97)$$

буде дорівнювати 0 тільки в тому випадку, якщо коефіцієнти, що стоять при  $\cos$  і  $\sin$ , дорівнюватимуть 0. Очевидно, що як мінімум коефіцієнт, який стоїть при  $\cos(\mu_i)$ , дорівнює 1, тобто не дорівнює 0. Отже, і вся лінійна комбінація (2.97) не дорівнює нулю, а вираз, що стоїть в правій частині (2.96) не дорівнює нулю. І значить інтеграл, що стоїть в лівій частині (2.96), теж не дорівнює нулю, з чого випливає, що  $X_k$  не утворюють ортогональної системи функцій.

Для побудови ортогональної системи функцій на базі  $X_k$ , скористаємося методом, описаним С.П. Тимошенко в [80]. Подальші обчислення нам буде зручно проводити, повернувшись від коефіцієнтів  $a, d_1, d_2$  до величин  $G, I_p, I, I_1, I_2$ . Запишемо рівняння (2.44) у вигляді

$$GI_p X''(x) + \lambda^2 IX(x) = 0. \quad (2.98)$$

Тоді співвідношення (2.74) і (2.75) приймуть вигляд відповідно

$$GI_p \int_0^l X_i'' X_j dx = -\lambda_i^2 I \int_0^l X_i X_j dx; \quad (2.99)$$

$$GI_p \int_0^l X_j'' X_i dx = -\lambda_j^2 I \int_0^l X_j X_i dx. \quad (2.100)$$

Запишемо граничні умови (2.48) і (2.49) у вигляді

$$GI_p X'(0) = -I_1 \lambda^2 X(0); \quad (2.101)$$

$$GI_p X'(l) = -I_2 \lambda^2 X(l); \quad (2.102)$$

і випишемо їх для двох різних власних функцій  $X_i$  і  $X_j$ , застосовуючи позначення (2.81) і (2.82)

$$GI_p X'_{i0} = -I_1 \lambda_i^2 X_{i0}; \quad (2.103)$$

$$GI_p X'_{j0} = -I_1 \lambda_j^2 X_{j0}; \quad (2.104)$$

$$GI_p X'_{il} = I_2 \lambda_i^2 X_{il}; \quad (2.105)$$

$$GI_p X'_{jl} = I_2 \lambda_j^2 X_{jl}. \quad (2.106)$$

Домножимо (2.103) на  $X_{j0}$ , (2.104) на  $X_{i0}$ , (2.105) на  $X_{jl}$ , (2.106) на  $X_{il}$ .

Отримаємо

$$GI_p X'_{i0} X_{j0} = -I_1 \lambda_i^2 X_{i0} X_{j0}; \quad (2.107)$$

$$GI_p X'_{j0} X_{i0} = -I_1 \lambda_j^2 X_{j0} X_{i0}; \quad (2.108)$$

$$GI_p X'_{il} X_{jl} = I_2 \lambda_i^2 X_{il} X_{jl}; \quad (2.109)$$

$$GI_p X'_{jl} X_{il} = I_2 \lambda_j^2 X_{jl} X_{il}. \quad (2.110)$$

Тепер складемо почленно (2.99) і (2.107) і віднімемо з цієї суми (2.109).

Отримаємо

$$\begin{aligned} GI_p \left( \int_0^l X_i'' X_j dx X'_{i0} X_{j0} - X'_{il} X_{jl} \right) = \\ = -\lambda_i^2 \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right). \end{aligned} \quad (2.111)$$

Аналогічно додамо (2.100) до (2.108) і віднімемо (2.110). Отримаємо

$$\begin{aligned} GI_p \left( \int_0^l X_j'' X_i dx + X'_{j0} X_{i0} - X'_{jl} X_{il} \right) = \\ = -\lambda_j^2 \left( I \int_0^l X_j X_i dx + I_1 X_{j0} X_{i0} + I_2 X_{jl} X_{il} \right). \end{aligned} \quad (2.112)$$

З урахуванням формул (2.83) і (2.84) ліва частина (2.111) може бути записана у вигляді

$$\begin{aligned} GI_p \left( \int_0^l X_i'' X_j dx + X'_{i0} X_{j0} - X'_{il} X_{jl} \right) = \\ = GI_p \left( X_{jl} X'_{il} - X_{j0} X'_{i0} - \int_0^l X_i' X_j' dx + X'_{i0} X_{j0} - X'_{il} X_{jl} \right) = \\ = -GI_p \int_0^l X_i' X_j' dx, \end{aligned} \quad (2.113)$$

а ліва частина (2.112) – у вигляді

$$GI_p \left( \int_0^l X_j'' X_i dx + X_{j0}' X_{i0} - X_{jl}' X_{il} \right) = -GI_p \int_0^l X_j' X_i' dx. \quad (2.114)$$

Отже, ми отримуємо наступні рівняння

$$-GI_p \int_0^l X_i' X_j' dx = -\lambda_i^2 \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right); \quad (2.115)$$

$$-GI_p \int_0^l X_i' X_j' dx = -\lambda_j^2 \left( I \int_0^l X_j X_i dx + I_1 X_{j0} X_{i0} + I_2 X_{jl} X_{il} \right). \quad (2.116)$$

Віднімаючи (2.116) з (2.115) і вважаючи, що  $i \neq j$ , тобто  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , маємо

$$-(\lambda_i^2 - \lambda_j^2) \left( I \int_0^l X_j X_i dx + I_1 X_{j0} X_{i0} + I_2 X_{jl} X_{il} \right) = 0. \quad (2.117)$$

Так як  $\lambda_i \neq \lambda_j$ , то  $\lambda_i - \lambda_j \neq 0$  і це означає, що дорівнює нулю другий множник, тобто

$$I \int_0^l X_j X_i dx + I_1 X_{j0} X_{i0} + I_2 X_{jl} X_{il} = 0. \quad (2.118)$$

Тоді з (2.118) і (2.115), (2.111) випливає (підставляючи в праві частини (2.115), (2.111) 0 замість  $I \int_0^l X_j X_i dx + I_1 X_{j0} X_{i0} + I_2 X_{jl} X_{il}$  при  $i \neq j$ )

$$-GI_p \int_0^l X_j' X_i' dx = 0; \quad (2.119)$$

$$GI_p \left( \int_0^l X_i'' X_j dx + X_{i0}' X_{j0} - X_{il}' X_{jl} \right) = 0. \quad (2.120)$$



При  $i = j$  маємо  $\lambda_i^2 - \lambda_i^2 = \lambda_i^2 - \lambda_i^2 = 0$

$$\begin{aligned} & -(\lambda_i^2 - \lambda_i^2) \cdot \left( I \int_0^l X_j X_i dx + I_1 X_{j0} X_{i0} + I_2 X_{jl} X_{il} \right) = \\ & = -(\lambda_i^2 - \lambda_i^2) \cdot \left( I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2 \right) = \\ & = 0 \cdot \left( I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2 \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.121)$$

Отже, множник  $I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2$  ми можемо вважати рівним довільній сталій. Ми можемо припустити

$$I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2 = I. \quad (2.122)$$

І значить при  $i = j$  можна підставити в праві частини (2.115), (2.111)  $I$  замість  $I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2$ . Отримаємо

$$GI_p \left( \int_0^l X_i'' x_i dx + X_{i0}' X_{i0} - X_{il}' x_{il} \right) = -\lambda_i^2 I; \quad (2.123)$$

$$GI_p \int_0^l (X_i')^2 dx = -\lambda_i^2 I. \quad (2.124)$$

Ми отримали умови ортогональності і нормування для функцій  $X_\kappa$ . Тепер ми можемо перейти до побудови рішення  $\theta$  рівняння (2.23) при початкових умовах (2.33) і (2.34). Маємо

$$\theta = \sum_{i=1}^{\infty} \theta_i = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) T_i(t), \quad (2.125)$$

де  $X_i(x)$  нами розглянуті вище, а  $T_i(t)$  – рішення рівняння (2.43), які відповідають різним власним значенням  $\lambda_i$

$$T_i''(t) + \lambda_i^2 T_i(t) = 0. \quad (2.126)$$

Загальне рішення рівняння (гармонійних коливань) (2.126) має вигляд

$$T_i(t) = D_{1i} \cos(\lambda_i t) + D_{2i} \sin(\lambda_i t). \quad (2.127)$$

Далі, для зручності, будемо використовувати позначення  $T_i(t)|_{t=0} = T_{0i}$ ,  $T_i'(t)|_{t=0} = T'_{0i}$ . Через  $X_{i0}$  і  $X'_{i0}$ ,  $X_{il}$  і  $X'_{il}$  як і раніше будемо позначати  $X_i(x)|_{x=0}$ ,  $X_i'(x)|_{x=0}$ ,  $X_i(x)|_{x=l}$ ,  $X_i'(x)|_{x=l}$ . Нехай величини  $T_{0i}$  і  $T'_{0i}$  нам відомі. Тоді

$$T_{0i} = T_i(0) = D_{1i} \cos(\lambda_i \cdot 0) + D_{2i} \sin(\lambda_i \cdot 0) = D_{1i}; \quad (2.128)$$

$$T'_{0i} = T_i'(0) = -\lambda_i D_{1i} \sin(\lambda_i \cdot 0) + \lambda_i D_{2i} \cos(\lambda_i \cdot 0) = \lambda_i D_{2i}. \quad (2.129)$$

Отже  $D_{1i} = T_{0i}$ ,  $D_{2i} = T'_{0i} / \lambda_i$ . І значить

$$T_i(t) = T_{0i} \cos(\lambda_i t) + \frac{T'_{0i}}{\lambda_i} \sin(\lambda_i t). \quad (2.130)$$

Або підставляючи  $\lambda_i = \frac{\mu_i a}{l}$

$$T_i(t) = T_{0i} \cos\left(\frac{\mu_i a}{l} t\right) + \frac{l T'_{0i}}{\mu_i a} \sin\left(\frac{\mu_i a}{l} t\right). \quad (2.131)$$

Знайдемо  $T_{0i}$  і  $T'_{0i}$  з початкових умов (2.33) і (2.34). Початкові умови представлені в вигляді рядів за функціями часу  $T_i$  і переміщення  $X_i$ , матимуть вигляд для вала

$$\sum_{i=1}^{\infty} T_{0i} X_i = f(x); \quad (2.132)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} T'_{0i} X_i = F(x), \quad (2.133)$$

і для дисків

$$\sum_{i=1}^{\infty} T_{0i} X_{i0} = f(0); \quad (2.134)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} T'_{0i} X_{i0} = F(0); \quad (2.135)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} T_{0i} X_{il} = f(l); \quad (2.136)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} T'_{0i} X_{il} = F(l). \quad (2.137)$$

Помножимо вирази (2.132) і (2.133) на  $IX_j$  і проінтегруємо по довжині вала. Отримаємо

$$I \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^l T_{0i} X_i X_j dx = I \int_0^l f(x) X_j dx; \quad (2.138)$$

$$I \sum_{i=1}^{\infty} \int_0^l T'_{0i} X_i X_j dx = I \int_0^l F(x) X_j dx. \quad (2.139)$$

Помножимо (2.134) і (2.135) на  $I_l X_{j0}$ . Отримаємо

$$\sum_{i=1}^{\infty} I_1 T_{0i} X_{i0} X_{j0} = I_1 f(0) X_{j0}; \quad (2.140)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} I_1 T'_{0i} X_{i0} X_{j0} = I_1 F(0) X_{j0}. \quad (2.141)$$

Помножимо (2.136) і (2.137) на  $I_2 X_{jl}$ . Отримаємо

$$\sum_{i=1}^{\infty} I_2 T_{0i} X_{il} X_{jl} = I_2 f(l) X_{jl}; \quad (2.142)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} I_2 T'_{0i} X_{il} X_{jl} = I_2 F(l) X_{jl}. \quad (2.143)$$

Додаючи (2.140) і (2.142) до (2.138), а також (2.141) і (2.143) до (2.139), отримаємо наступні співвідношення

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} T_{0i} \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right) = \\ & = I \int_0^l f(x) X_j dx + I_1 f(0) X_{j0} + I_2 f(l) X_{jl}; \end{aligned} \quad (2.144)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} T'_{0i} \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right) = \\ & = I \int_0^l F(x) X_j dx + I_1 F(0) X_{j0} + I_2 F(l) X_{jl}. \end{aligned} \quad (2.145)$$

Розглянемо ліві частини виразів (2.144) і (2.145). З (2.118) бачимо, що вираз, який стоїть в дужках в лівих частинах виразів (2.144) і (2.145), дорівнює 0

для всіх  $i \neq j$ . Отже в сумах  $\sum_{i=1}^{\infty} T_{0i} \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right)$  і

$\sum_{i=1}^{\infty} T'_{0i} \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right)$  всі складові крім одного, того для якого

$i = j$  дорівнюють нулю. І, значить, рівняння (2.144) и (2.145) перетворюються до вигляду

$$\begin{aligned} T_{0j} \left( I \int_0^l X_j X_j dx + I_1 X_{j0} X_{j0} + I_2 X_{jl} X_{jl} \right) &= \\ &= I \int_0^l f(x) X_j dx + I_1 f(0) X_{j0} + I_2 f(l) X_{jl}; \end{aligned} \quad (2.146)$$

$$\begin{aligned} T'_{0j} \left( I \int_0^l X_j X_j dx + I_1 X_{j0} X_{j0} + I_2 X_{jl} X_{jl} \right) &= \\ &= I \int_0^l F(x) X_j dx + I_1 F(0) X_{j0} + I_2 F(l) X_{jl}. \end{aligned} \quad (2.147)$$

Або, беручи до уваги те, що нам байдуже, яким символом позначений індекс підсумовування, і внаслідок цього, маючи можливість замінити  $j$  на  $I$ , а також замінюючи добутки виду  $X_i X_i$ , на  $X_i^2$ , отримуємо

$$T_{0i} \left( I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2 \right) = I \int_0^l f(x) X_i dx + I_1 f(0) X_{i0} + I_2 f(l) X_{il}; \quad (2.148)$$

$$T'_{0i} \left( I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2 \right) = I \int_0^l F(x) X_i dx + I_1 F(0) X_{i0} + I_2 F(l) X_{il}. \quad (2.149)$$

Беручи до уваги (2.122), замінюємо в лівих частинах отриманих залежностей  $I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 + I_2 X_{il}^2$  на  $I$ , після перетворень отримаємо

$$T_{0i} = \int_0^l f(x) X_i dx + \frac{I_1}{I} f(0) X_{i0} + \frac{I_2}{I} f(l) X_{il}; \quad (2.150)$$

$$T'_{0i} = \int_0^l F(x) X_i dx + \frac{I_1}{I} F(0) X_{i0} + \frac{I_2}{I} F(l) X_{il}. \quad (2.151)$$

## 2.5 Математична модель задачі скручування вала при наявності змушуючого крутильного моменту

Знайдемо рішення, яке описує більш загальний випадок вимушених коливань. Змушуючий крутильний момент позначимо через  $Q(x,t)$ . Тоді в цьому випадку рівняння (2.21) запишемо у вигляді

$$I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = GI_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + Q(x,t), \quad (2.152)$$

яке відрізняється від (2.21) наявністю функції  $Q(x,t)$  в правій частині рівняння. Перепишемо це рівняння у вигляді

$$I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} - GI_p \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = Q(x,t). \quad (2.153)$$

Запишемо граничні умови (2.28) і (2.29) у вигляді

$$I_1 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=0} - GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \quad (2.154)$$

$$I_2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \Big|_{x=l} + GI_p \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0. \quad (2.155)$$

Підставимо в (2.153)  $\theta$  у вигляді (2.125). Отримаємо

$$\sum_{i=1}^{\infty} (IT_i''(t)X_i(x) - GI_p T_i(t)T_i''(x)) = Q(x,t). \quad (2.156)$$

Домножимо на  $X_j$  і проінтегруємо по довжині вала. Отримаємо

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left( I T_i'' \int_0^l X_i X_j dx - G I_p T_i \int_0^l X_i'' X_j dx \right) = \int_0^l Q(x, t) X_j dx. \quad (2.157)$$

Підставляючи (2.125) в (2.154) і (2.155), отримуємо

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left( I_1 T_i''(t) X_i(x) - G I_p T_i(t) X_i'(x) \right) \Big|_{x=0} = 0; \quad (2.158)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left( I_2 T_i''(t) X_i(x) - G I_p T_i(t) X_i'(x) \right) \Big|_{x=l} = 0. \quad (2.159)$$

Або домножимо першу граничну умову на  $X_{j0}$ , а другу на  $X_{jl}$ , отримаємо

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left( I_1 T_i'' X_{i0} X_{j0} - G I_p T_i(t) X_{i0}' X_{j0} \right) = 0; \quad (2.160)$$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left( I_2 T_i'' X_{il} X_{jl} - G I_p T_i(t) X_{il}' X_{jl} \right) = 0. \quad (2.161)$$

Складаючи почленно (2.157), (2.160) і (2.161), отримуємо

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{\infty} T_i'' \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right) - \\ & - \sum_{i=1}^{\infty} G I_p T_i \left( \int_0^l X_i'' X_j dx + X_{i0}' X_{j0} + X_{il}' X_{jl} \right) = \int_0^l Q(x, t) X_j dx. \end{aligned} \quad (2.162)$$

В силу (2.103) і (2.105) отримуємо, що в сумах, які стоять в лівій частині (2.162), не дорівнює нулю тільки тий доданок, для якого  $i = j$ . Отже, рівняння перетвориться до виду

$$\begin{aligned}
& T_i'' \left( I \int_0^l X_i X_j dx + I_1 X_{i0} X_{j0} + I_2 X_{il} X_{jl} \right) - \\
& - GI_p T_i \left( \int_0^l X_i'' X_j dx + X_{i0}' X_{j0} + X_{il}' X_{jl} \right) = \int_0^l Q(x,t) X_j dx
\end{aligned} \quad , \quad (2.163)$$

або

$$\begin{aligned}
& T_i'' \left( I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 X_{j0} + I_2 X_{il}^2 \right) - \\
& - GI_p T_i \left( \int_0^l X_i'' X_i dx + X_{i0}' X_{i0} - X_{il}' X_{il} \right) = \int_0^l Q(x,t) X_i dx.
\end{aligned} \quad (2.164)$$

З огляду на (2.109) і (2.110) і підставляючи в ліву частину  $I$  і  $-\lambda^2 I$   
 $I \int_0^l X_i^2 dx + I_1 X_{i0}^2 X_{j0} + I_2 X_{il}^2$  і  $GI_p T_i \left( \int_0^l X_i'' X_i dx + X_{i0}' X_{i0} - X_{il}' X_{il} \right)$  відповідно,  
отримуємо

$$IT_i'' - \lambda^2 IT_i = \int_0^l Q(x,t) X_i dx , \quad (2.165)$$

або остаточно

$$T_i'' - \lambda^2 T_i = \frac{1}{I} \int_0^l Q(x,t) X_i dx. \quad (2.166)$$

Будемо шукати загальне рішення рівняння (2.166) методом варіації довільної сталої. Покладемо, що загальне рішення рівняння (2.166) має вигляд

$$T_i(t) = D_{1i}(t) z_{1i}(t) + D_{2i}(t) z_{2i}(t), \quad (2.167)$$



де  $D_{1i}(t)z_{1i}(t) + D_{2i}(t)z_{2i}(t)$  – фундаментальна система рішень рівняння (2.166). Тоді

$$T_i'(t) = D_{1i}'(t)z_{1i}(t) + D_{2i}'(t)z_{2i}(t) + D_{1i}(t)z_{1i}'(t) + D_{2i}(t)z_{2i}'(t). \quad (2.168)$$

Так як функції  $D_{1i}$  і  $D_{2i}$  довільні, вважаємо, що ці функції, крім рівняння (2.166), пов'язує наступне співвідношення

$$D_{1i}'(t)z_{1i}(t) + D_{2i}'(t)z_{2i}(t) = 0. \quad (2.169)$$

Тобто вибираємо співвідношення, яке зв'язує  $D_{1i}$  і  $D_{2i}$  таким чином, щоб похідна  $T_i'$  від  $T_i$  мала той же вираз, як і у випадку коли б  $D_{1i}$  і  $D_{2i}$  були б постійними. Випишемо вираз для  $T_i'$  з урахуванням співвідношення (2.169)

$$T_i'(t) = D_{1i}(t)z_{1i}'(t) + D_{2i}(t)z_{2i}'(t). \quad (2.170)$$

Обчислюючи першу похідну від  $T_i'$ , отримуємо вираз для другої похідної  $T_i''$

$$T_i''(t) = D_{1i}'(t)z_{1i}'(t) + D_{1i}(t)z_{1i}''(t) + D_{2i}'(t)z_{2i}'(t) + D_{2i}(t)z_{2i}''(t). \quad (2.171)$$

Підставляючи вирази (2.170) і (2.171) в рівняння (2.166), і вводячи позначення

$$h(t) = \frac{1}{I} \int_0^t Q(x,t) X_i dx, \quad (2.172)$$

отримуємо

$$D'_{1i}(t)z'_{1i}(t) + D_{1i}(t)z''_{2i}(t) + D'_{2i}(t)z'_{2i}(t) + D_{2i}(t)z''_{2i}(t) + \lambda^2(D_{1i}(t)z_{1i}(t) + D_{2i}(t)z_{2i}(t)) = h(t), \quad (2.173)$$

або перегруповуючи складові і виносячи загальні множники

$$D'_{1i}(t)z'_{1i}(t) + D'_{2i}(t)z'_{2i}(t) + D_{1i}(t)(z''_{1i}(t) + \lambda^2 z_{1i}(t)) + D_{2i}(t)(z''_{2i}(t) + \lambda^2 z_{2i}(t)) = h(t). \quad (2.174)$$

Так як  $z_{1i}$  і  $z_{2i}$  є фундаментальними рішеннями рівняння (2.166), то

$$z''_{1i}(t) + \lambda^2 z_{1i}(t) = 0; \quad (2.175)$$

$$z''_{2i}(t) + \lambda^2 z_{2i}(t) = 0. \quad (2.176)$$

З урахуванням (2.175) і (2.176) співвідношення (2.174) набуває вигляду

$$D'_{1i}(t)z'_{1i}(t) + D'_{2i}(t)z'_{2i}(t) = h(t). \quad (2.177)$$

Співвідношення (2.169) і (2.177) утворюють систему двох лінійних рівнянь відносно  $D_{1i}$  і  $D_{2i}$

$$\begin{cases} D'_{1i}(t)z_{1i}(t) + D'_{2i}(t)z_{2i}(t) = 0; & (2.178) \\ D'_{1i}(t)z'_{1i}(t) + D'_{2i}(t)z'_{2i}(t) = h(t). & (2.179) \end{cases}$$

Вирішуємо цю систему як алгебраїчну лінійну відносно невідомих  $D'_{1i}$  і  $D'_{2i}$ . З першого рівняння (2.178) системи знаходимо

$$D'_{2i}(t) = -D'_{1i}(t) \frac{z_{1i}(t)}{z_{2i}(t)}. \quad (2.180)$$

Підставляючи в друге рівняння (2.179) системи, отримуємо

$$D'_{1i}(t)z'_{1i}(t) + \left( -D'_{1i}(t) \frac{z_{1i}(t)}{z_{2i}(t)} \right) z'_{2i}(t) = h(t). \quad (2.181)$$

Виносячи  $D'_{1i}(t)$  за дужки, маємо

$$D'_{1i}(t) \left( z'_{1i}(t) - \frac{z_{1i}(t)}{z_{2i}(t)} z'_{2i}(t) \right) = h(t) \quad (2.182)$$

або

$$D'_{1i}(t) \frac{z'_{1i}(t)z_{2i}(t) - z_{1i}(t)z'_{2i}(t)}{z_{2i}(t)} = h(t). \quad (2.183)$$

І в результаті отримуємо такий вираз для  $D'_{1i}(t)$

$$D'_{1i}(t) = \frac{z_{2i}(t)}{z'_{1i}(t)z_{2i}(t) - z_{1i}(t)z'_{2i}(t)} h(t). \quad (2.184)$$

Підставляючи (2.184) в (2.180) отримуємо вираз для  $D_{2i}$

$$D'_{2i}(t) = \frac{z_{1i}(t)}{z'_{2i}(t)z_{1i}(t) - z_{2i}(t)z'_{1i}(t)} h(t). \quad (2.185)$$

Так як

$$z_{1i}(t) = \cos(\lambda_i t); \quad (2.186)$$

$$z_{2i}(t) = \sin(\lambda_i t); \quad (2.187)$$

$$z'_{1i}(t) = -\lambda_i \sin(\lambda_i t); \quad (2.188)$$

$$z'_{2i}(t) = \lambda_i \cos(\lambda_i t), \quad (2.189)$$

то

$$\begin{aligned} z_{1i}(t)z'_{2i}(t) - z'_{1i}(t)z_{2i}(t) &= \\ &= \lambda_i (\cos^2(\lambda_i t) + \sin^2(\lambda_i t)) = \lambda_i; \end{aligned} \quad (2.190)$$

$$\begin{aligned} z'_{1i}(t)z_{2i}(t) - z_{1i}(t)z'_{2i}(t) &= \\ &= \lambda_i (-\cos^2(\lambda_i t) - \sin^2(\lambda_i t)) = -\lambda_i, \end{aligned} \quad (2.191)$$

і в результаті отримуємо

$$D'_{1i}(t) = -\frac{1}{\lambda_i} h(t) \sin(\lambda_i t); \quad (2.192)$$

$$D'_{2i}(t) = \frac{1}{\lambda_i} h(t) \cos(\lambda_i t). \quad (2.193)$$

Тепер ми можемо визначити функції  $D_{1i}(t)$  і  $D_{2i}(t)$ , інтегруючи отримані вирази (2.192) і (2.193) для  $D'_{1i}(t)$  і  $D'_{2i}(t)$ . Інтегрування зручніше зробити, скориставшись певним інтегралом із змінною верхньою межею  $t$  поклавши нижню межу рівною моменту  $t = 0$  початку відліку часу

$$D_{1i}(t) = -\frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(t) \sin(\lambda_i t) dt + C_{1i}; \quad (2.194)$$

$$D_{2i}(t) = \frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(t) \cos(\lambda_i t) dt + C_{2i}, \quad (2.195)$$

де  $C_{1i}$  і  $C_{2i}$  – довільні постійні.

Оскільки в правій частині як (2.194) так і (2.195)  $t$  має два сенсу – змінна інтегрування і верхня межа, то краще змінну інтегрування позначити якимось інакше, наприклад  $\tau$

$$D_{1i}(t) = -\frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(\tau) \sin(\lambda_i \tau) d\tau + C_{1i}; \quad (2.196)$$

$$D_{2i}(t) = \frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(\tau) \cos(\lambda_i \tau) d\tau + C_{2i}. \quad (2.197)$$

Підставляючи (2.194) і (2.195), а також  $z_{1i}$  і  $z_{2i}$  з відповідно (2.186) і (2.187) в (2.167), отримаємо

$$\begin{aligned} T_i(t) = & \left( -\frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(\tau) \sin(\lambda_i \tau) d\tau + C_{1i} \right) \cos(\lambda_i t) + \\ & + \left( \frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(\tau) \cos(\lambda_i \tau) d\tau + C_{2i} \right) \sin(\lambda_i t). \end{aligned} \quad (2.198)$$

Розкриємо дужки, внесемо  $\cos(\lambda_i t)$  і  $\sin(\lambda_i t)$  під знак інтеграла (ми не могли б цього зробити не помінявши змінну інтегрування з  $t$  на  $\tau$ ) і об'єднаємо обидва інтеграла. Отримаємо

$$\begin{aligned} T_i(t) = & \frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(\tau) (-\cos(\lambda_i t) \sin(\lambda_i \tau) + \sin(\lambda_i t) \cos(\lambda_i \tau)) d\tau + \\ & + C_{1i} \cos(\lambda_i t) + C_{2i} \sin(\lambda_i t). \end{aligned} \quad (2.199)$$

Застосовуючи формулу синуса різниці двох кутів, отримуємо

$$T_i(t) = \frac{1}{\lambda_i} \int_0^t h(\tau) (\sin(\lambda_i(t - \tau))) d\tau + C_{1i} \cos(\lambda_i t) + C_{2i} \sin(\lambda_i t). \quad (2.200)$$

І, використовуючи співвідношення (2.185), отримуємо остаточно

$$T_i(t) = \frac{1}{\lambda_i I} \int_0^l X_i \int_0^t Q(x, \tau) \sin(\lambda_i(t - \tau)) d\tau dx + \quad (2.201)$$

$$+ C_{1i} \cos(\lambda_i t) + C_{2i} \sin(\lambda_i t).$$

Вид отриманого нами рішення добре відповідає відомому факту. Загальне рішення звичайного неоднорідного лінійного диференціального рівняння є сумою загального рішення відповідного однорідного рівняння (в нашому випадку (2.43) або (2.126)) і часткового рішення неоднорідного рівняння (в нашому випадку (2.166)). Підстановка (2.201) (без урахування частини, яка є загальним розв'язком рівняння (2.43), тобто  $C_{1i} \cos(\lambda_i t) + C_{2i} \sin(\lambda_i t)$  в (2.125) дає наступне часткове рішення рівняння (2.153)

$$\theta = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i}{\lambda_i I} \int_0^l X_i \int_0^t Q(x, \tau) \sin(\lambda_i(t - \tau)) dt dx. \quad (2.202)$$

У разі застосування зосередженого крутильного моменту в деякій точці з координатою  $x_l$  маємо в правій частині рівняння (2.157) функцію  $Q(t)$ , що залежить тільки від часу. У цьому випадку для визначення  $T_i$  маємо рівняння

$$T_i'' + \lambda_i^2 T_i = \frac{1}{I} \int_0^l Q(t) X_i dx, \quad (2.203)$$

частинне рішення якого має вигляд

$$T_i = \frac{1}{\lambda_i I} X_{1i} \int_0^l Q(t) \sin(\lambda_i(t - \tau)) d\tau dx, \quad (2.204)$$

де через  $X_{1i}$  позначена функція  $X_i$  відповідна додатком одиничного крутильного моменту в точці  $x_1$ . Відповідно (2.202) перетвориться в

$$\theta = \frac{X_i X_{1i}}{\lambda_i I} \int_0^l Q(t) \sin(\lambda_i(t - \tau)) d\tau dx. \quad (2.205)$$

З урахуванням початкових умов (2.33) і (2.34) отримаємо

$$T_i = T_{0i} \cos(\lambda_i t) + \frac{T'_{0i}}{\lambda_i} \sin(\lambda_i t) + \frac{1}{\lambda_i I} \int_0^l X_i \int_0^t Q(x, \tau) \sin(\lambda_i(t - \tau)) d\tau dx, \quad (2.206)$$

де  $T_{0i}$  і  $T'_{0i}$  визначаються з (2.150) і (2.151).

Або для випадку зосередженого крутильного моменту

$$T_i = T_{0i} \cos(\lambda_i t) + \frac{T'_{0i}}{\lambda_i} \sin(\lambda_i t) + \frac{1}{\lambda_i I} X_{1i} \int_0^t Q(\tau) \sin(\lambda_i(t - \tau)) d\tau dx. \quad (2.207)$$

Для кількісного оцінювання, що більш важливо для практичних інженерних задач, необхідно визначити енергію вимушених коливань, тобто силовий характер навантаження трансмісії. Загальну енергію визначимо за формулою

$$U = \frac{1}{2} \int_0^t T_i^2(x, t) dt, \quad (2.208)$$

де  $T_i(x, t)$  – знайдене рішення хвильового рівняння з урахуванням крайових і початкових умов.

## 2.6 Визначення втрат енергії, обумовлених кінематичним розузгодженням в трансмісії повнопривідного автомобіля

### 2.6.1 Експериментальне визначення моментів інерції деталей трансмісії повнопривідного автомобіля.

Для визначення втрат енергії, обумовлених кінематичною неузгодженістю, необхідні дані по величинам моментів інерції всіх обертових деталей трансмісії. Експериментальне визначення моментів інерції цих деталей нами здійснено з використанням відомого методу крутильних коливань на трифілярному підвісі [100]. Опис використаного трифілярного підвісу наведено в додатку А.

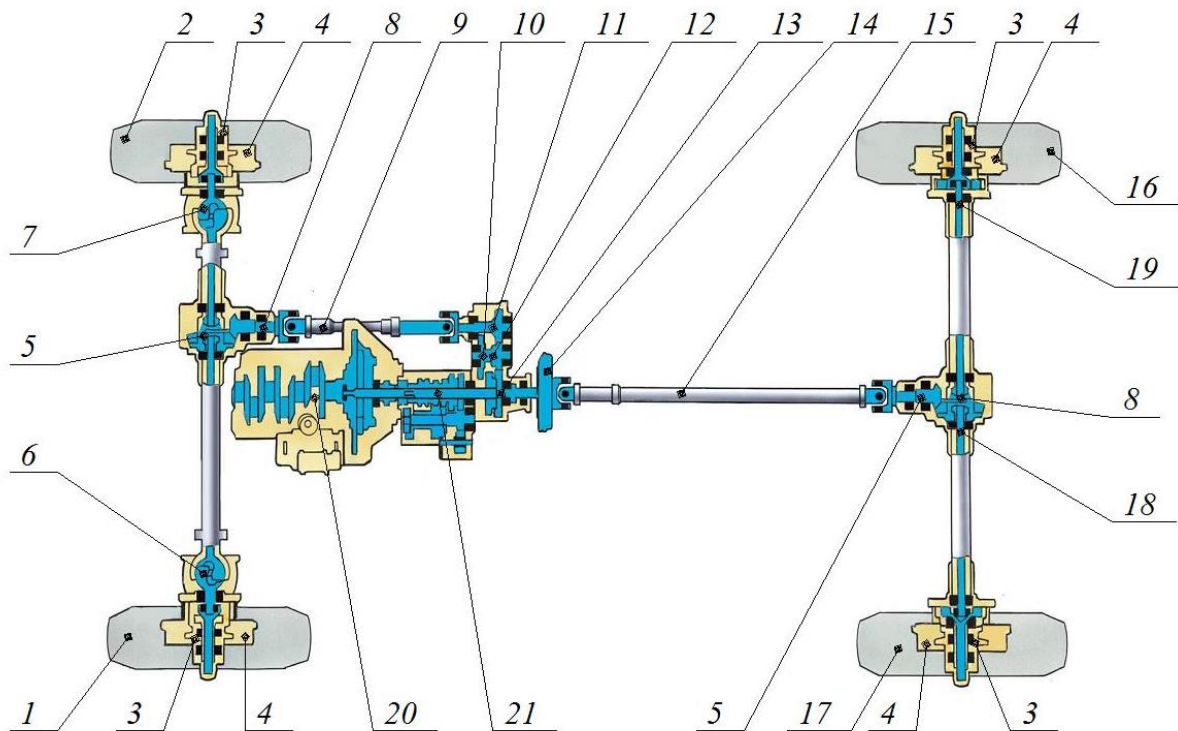
В експерименті використовується зв'язок між періодом коливань крутильного маятника і його моментом інерції. У якості маятника обрана кругла платформа, підвішена в полі тяжіння на трьох довгих нитках (трифілярний підвіс). Платформа може здійснювати крутильні коливання навколо вертикальної осі. На платформу поміщаються тіла різної форми, вимірюються періоди коливань маятника і визначаються значення моментів інерції цих тіл.

Силова передача повнопривідного автомобіля представлена на рисунку 2.7.

У процесі проведення експериментального дослідження з використанням трифілярного підвісу визначалися наступні параметри:

- маси деталей трансмісії  $m_i$ , кг;
- період коливання підвісу  $T$ , с;
- період коливання підвісу зі встановленою на нього деталлю  $T_i$ , с.





1 – переднє ліве колесо; 2 – переднє праве колесо; 3 – маточина;  
 4 – гальмівний барабан; 5 – диференціал в зборі; 6 – передня велика напіввісь; 7 – передня мала напіввісь; 8 – ведуча шестерня головної передачі з фланцем; 9 – передній кардан; 10 – проміжний вал; 11 – вал приводу переднього моста; 12 – шестерня включення переднього моста; 13 – вал приводу заднього моста; 14 – барабан ручного гальма; 15 – задній кардан; 16 – заднє праве колесо; 17 – заднє ліве колесо; 18 – задня велика напіввісь; 19 – задня мала напіввісь; 20 – двигун; 21 – КПП.

Рисунок 2.7 – Силова схема повнопривідного автомобіля УАЗ – 3303

Маса деталей визначалася згідно ДСТУ EN 45501 діє до: 2017 [101] за допомогою електронних ваг марки ТВЕ1–15–5–13ра–М з дискретністю показань 5 гр. і похибкою вимірювань до  $\pm 2,5$  гр. Період коливань трифілярного підвісу визначався з використанням зразкового спортивного секундоміра СОСпр–2б–2–000 (2 класу точності згідно з ДСТУ 7230: 2011) з ціною поділки 0,2 с. Фіксувався час 10 повних коливань, які здійснював підвіс. Отримане значення ділилося, відповідно, на вказану кількість коливань, що давало усереднене значення періоду коливань  $T_i$ . Сумарний момент інерції  $J_{\Sigma_i}$

підвісу з встановленою деталлю визначався за формулою (А.14). Момент інерції деталі визначався як різниця сумарного моменту інерції  $J_{\Sigma_i}$  і моменту інерції безпосередньо самого підвісу  $J_{nid\delta}$ .

$$J_i = J_{\Sigma_i} - J_{nid\delta}. \quad (2.209)$$

Результати експериментального дослідження, а також результати розрахунків моментів інерції деталей трансмісії автомобіля УАЗ – 3303 зведені до таблиці 2.1.

Всі подальші міркування будемо проводити з умови прямолінійного руху автомобіля. Так само обговоримо, що в разі експлуатації автомобіля в повнопривідному режимі карданні вали переднього і заднього мостів з'єднуються в роздавальній коробці абсолютно жорстко, причому важіль включення переднього моста знаходиться в такому положенні, при якому КПП відключена. Дана умова дає можливість уявити кардани і роздавальну коробку єдиним валом. Обумовимо, що маси, а, отже, і моменти інерції шестерень роздавальної коробки, масу барабана гальма стоянки, маси ведучих шестерень головних передач і маси фланців переднього і заднього мостів ми включаємо в масу вала.

Розглянемо передній міст з наступними моментами інерції:

- момент інерції лівого колеса  $J_{л.к.}$  ;
- момент інерції правого колеса  $J_{п.к.}$  ;
- момент інерції гальмівного барабана  $J_{г.б.}$  ;
- момент інерції маточини  $J_{м.}$  ;
- момент інерції малої напівосі  $J_{м.п.}$  ;
- момент інерції великої напівосі  $J_{в.п.}$  ;
- момент інерції диференціала  $J_{диф.}$  .

Таблиця 2.1 – Експериментальні значення моментів інерції деталей трансмісії автомобіля УАЗ – 3303

Назва деталі	Маса деталі $m$ , кг	Період $T$ , с	Сумарний з підвісом момент інерції $J_{\Sigma}$ , кг·м <sup>2</sup>	Момент інерції деталі $J_i$ , кг·м <sup>2</sup>
Власні коливання підвісу	2,73	8,08	0,03368	0
Маточина	4,4	5,9	0,04689	0,01322
Гальмівний барабан	7,54	9,713	0,18308	0,14940
Диференціал	11,44	5,43	0,07807	0,04440
Передня велика напіввісь	11,87	5,11	0,05022	0,01654
Передня мала напіввісь	8,35	4,93	0,04318	0,0095
Ведуча шестерня головної передачі з фланцем	2,1	8,31	0,03991	0,00623
Кардан передній	7,62	6,22	0,04469	0,01101
Проміжний вал	1,93	7,95	0,03883	0,00515
Вал приводу переднього моста	1,84	7,93	0,03861	0,00493
Шестерня включення переднього моста	0,66	7,69	0,03791	0,00424
Вал приводу заднього моста	1,21	7,84	0,03722	0,00354
Барабан ручного гальма	2,69	6,89	0,05448	0,01657
Кардан задній	7,68	5,21	0,0452	0,01152
Задня велика напіввісь	9,65	4,95	0,04609	0,01241
Задня мала напіввісь	8,74	5,15	0,04388	0,0102

Оскільки вісь обертання перерахованих деталей переднього моста одна і та ж, за умови, що параметри коліс однієї осі збігаються, і автомобіль рухається прямолінійно, то і кутова швидкість їх обертання одна і та ж, тоді момент інерції обертових деталей переднього моста можна представити у вигляді їх суми .

$$J_{п.м.} = J_{л.к.} + J_{п.к.} + 2 \cdot J_{т.б.} + 2 \cdot J_{ст.} + J_{м.п.} + J_{б.п.} + J_{диф.} \quad (2.210)$$

При прийнятих умовах можна розглядати єдину кутову швидкість переднього мосту  $\omega_{пер.м.}$ .

Розглянемо передній міст, міркування і обчислення для заднього – абсолютно аналогічні. Надалі для зручності будемо називати колеса переднього моста і напіввісі, на яких колеса закріплені, поняттями "перше" і "друге". Маємо такі моменти інерції: момент інерції першого колеса  $J_{\omega_1}$  ( $\omega$  від англійського *wheel* – колесо) і момент інерції напівосі  $J_{s_1}$  ( $s$  від англійського *shaft* – вал, вісь), на якій закріплено перше колесо. Так як вісь обертання першої напівосі і закріпленого на ній колеса одна і та ж і кутова швидкість їх обертання  $\omega_1$  одна і та ж, то момент інерції системи "перше колесо плюс напіввісь, на якій воно закріплене" дорівнює просто сумі моментів інерції  $J_{\omega_1}$  і  $J_{s_1}$ . Аналогічно, для другого колеса і напівосі, на якій воно закріплене, маємо, що їх сукупний момент інерції дорівнює сумі  $J_{\omega_2}$  і  $J_{s_2}$ . Якщо тиск в шинах обох коліс переднього моста однаковий, то моменти інерції  $J_{\omega_1}$  і  $J_{\omega_2}$  співпадають. Отже, в разі збігу  $J_{\omega_1}$  і  $J_{\omega_2}$  доцільно ввести момент  $J_{\omega_f}$  ( $f$  від англійського *front* – передній),  $J_{\omega_f} = J_{\omega_1} = J_{\omega_2}$ . Якщо автомобіль рухається прямолінійно, то в цьому випадку  $\omega_1 = \omega_2$ , де  $\omega_2$  – кутова швидкість другого колеса (і, отже, другої напівосі) переднього моста. Тобто в цьому випадку можна замінити величини  $\omega_1$  і  $\omega_2$  єдиною кутовою швидкістю коліс переднього моста  $\omega_{\omega_f}$ . Позначимо момент інерції відомої

шестерні диференціала переднього мосту, з урахуванням того моменту інерції, який додають паразитні шестірні з їх валами, через  $J_{dgf}$  ( $d$  від англійського *driven* – ведений і  $g$  від *gear* – шестерня). Кутову швидкість обертання веденої шестерні диференціала переднього моста позначимо через  $\omega_{dgf}$ . Кутову швидкість вала, який з'єднує передній і задній мости, позначимо через  $\omega_s$ , його момент інерції – через  $J_s$ . Тепер ми можемо виразити загальну кінетичну енергію обертання  $E_{r1}$  ( $r$  – від англійського *rotation* – обертання) системи, яка складається з передніх коліс, напівосей, на яких вони закріплені, головної шестерні диференціала і вала, що зв'язує передній і задній мости, через моменти інерції і кутові швидкості складових, що входять в неї

$$E_{r1} = J_s \omega_s^2 + J_{dgf} \omega_{dgf}^2 + (J_{\omega f} + J_{s1}) \omega_{\omega f}^2 + (J_{\omega f} + J_{s2}) \omega_{\omega f}^2. \quad (2.211)$$

Відповідно приведений момент інерції даної системи  $J_{rd}$  ( $rd$ , від англійського *reduced*) відносно осі обертання валу, який з'єднує передній і задній мости, дорівнює  $\frac{E_{r1}}{\omega_s^2}$  або

$$\begin{aligned} J_{rd} &= J_s + J_{dgf} \frac{\omega_{dgf}^2}{\omega_s^2} + (J_{\omega f} + J_{s1}) \frac{\omega_{\omega f}^2}{\omega_s^2} + (J_{\omega f} + J_{s2}) \frac{\omega_{\omega f}^2}{\omega_s^2} \\ &= J_s + J_{dgf} \frac{\omega_{dgf}^2}{\omega_s^2} + (2J_{\omega f} + J_{s1} + J_{s2}) \frac{\omega_{\omega f}^2}{\omega_s^2}. \end{aligned} \quad (2.212)$$

Віднімаючи з отриманого виразу для  $J_{rd}$  момент інерції  $J_s$  самого вала, який з'єднує задній і передній мости, отримуємо момент інерції  $J_{eqdf}$  (*eqdf* – від «*equivalent disk front*») якогось "умовного диска", прикріпленого до переднього кінця цього валу, і еквівалентного наведеного до осі обертання

валу моменту інерції системи, що складається з коліс, напівосей, до яких прикріплені ці колеса, і головної шестерні переднього диференціала

$$J_{eqdf} = J_{dgf} \frac{\omega_{dgf}^2}{\omega_s^2} + (2J_{of} + J_{s1} + J_{s2}) \frac{\omega_{of}^2}{\omega_s^2}. \quad (2.213)$$

2.6.2 Моделювання коливань енергії в трансмісії повнопривідного автомобіля при різних радіусах коліс.

Комп'ютерне моделювання коливань енергії в трансмісії повнопривідного автомобіля при різних радіусах коліс проводилося в пакеті прикладних програм Matrix Laboratory (ліцензія №901531) з подальшим графічним відображенням результатів. Моделювання здійснювалося з використанням виразу (2.208), отриманого нами раніше. В якості вихідних даних для розрахунків були використані значення параметрів, що відповідають реальному автомобілю УАЗ – 3303 з колісною формулою 4x4. Розрахункові довжини валів трансмісії різних діаметрів були приведені до одного еквівалентного валу довжиною  $L$  [80]

$$L = l_1 + l_2 \frac{d_1^4}{d_2^4}, \quad (2.214)$$

де  $l_1, l_2$  – довжини ділянок трансмісії з різними діаметрами;

$d_1, d_2$  – діаметри ділянок трансмісії.

У загальному випадку, якщо є вал, що складається з ділянок різних діаметрів, можна не змінюючи коефіцієнтів жорсткості вала замінити будь-яку ділянку довжиною  $l_1$  і діаметра  $d_1$  ділянками вала довжиною  $l_2$  і діаметром  $d_2$  [80].

Моделювання коливань енергії в трансмісії повнопривідного автомобіля в пакеті прикладних програм Matrix Laboratory базувалося на

вирішенні хвильового рівняння (2.207) і формулі загальної енергії системи (2.208). Проведене моделювання дозволило побудувати графіки зміни енергії крутильних коливань в трансмісії автомобіля в часі (рис. 2.8, 2.9). Програма побудови зазначених графіків наведена в додатку Б.

На рисунку 2.8 наведено графік зміни енергії крутильних коливань трансмісії протягом 1 хвилини при максимально можливій різниці радіусів кочення ведучих коліс повнопривідного автомобіля УАЗ–3303.

З графіків наочно видно, що зміна амплітуди коливань є процес типу «білий шум». Звідси випливає, що при реально взятих значеннях параметрів навантаження трансмісії через різницю діаметрів коліс, практично не відбувається збільшення (зміна) енергії крутильних коливань. Цей результат добре кореспондується з ККД трансмісії, який становить більше ніж 90%.

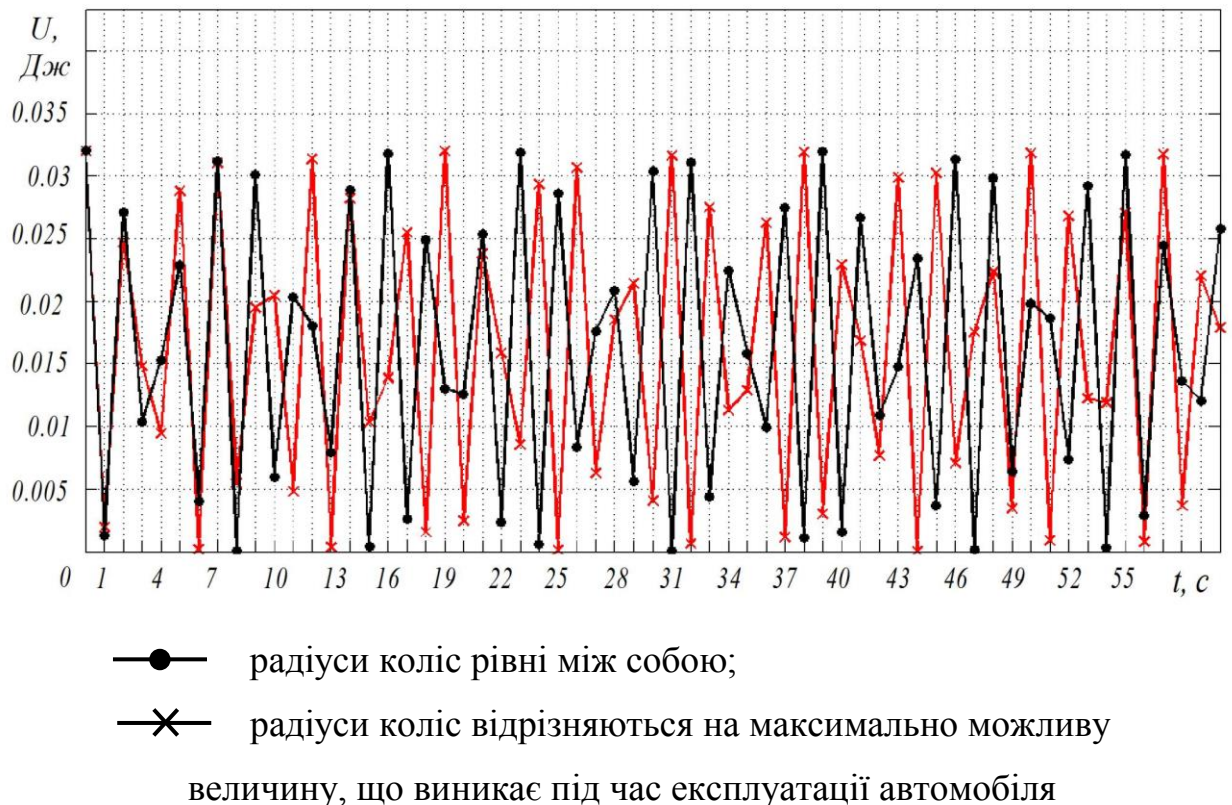


Рисунок 2.8 – Графік зміни енергії крутильних коливань в трансмісії автомобіля при максимально можливій різниці радіусів коліс

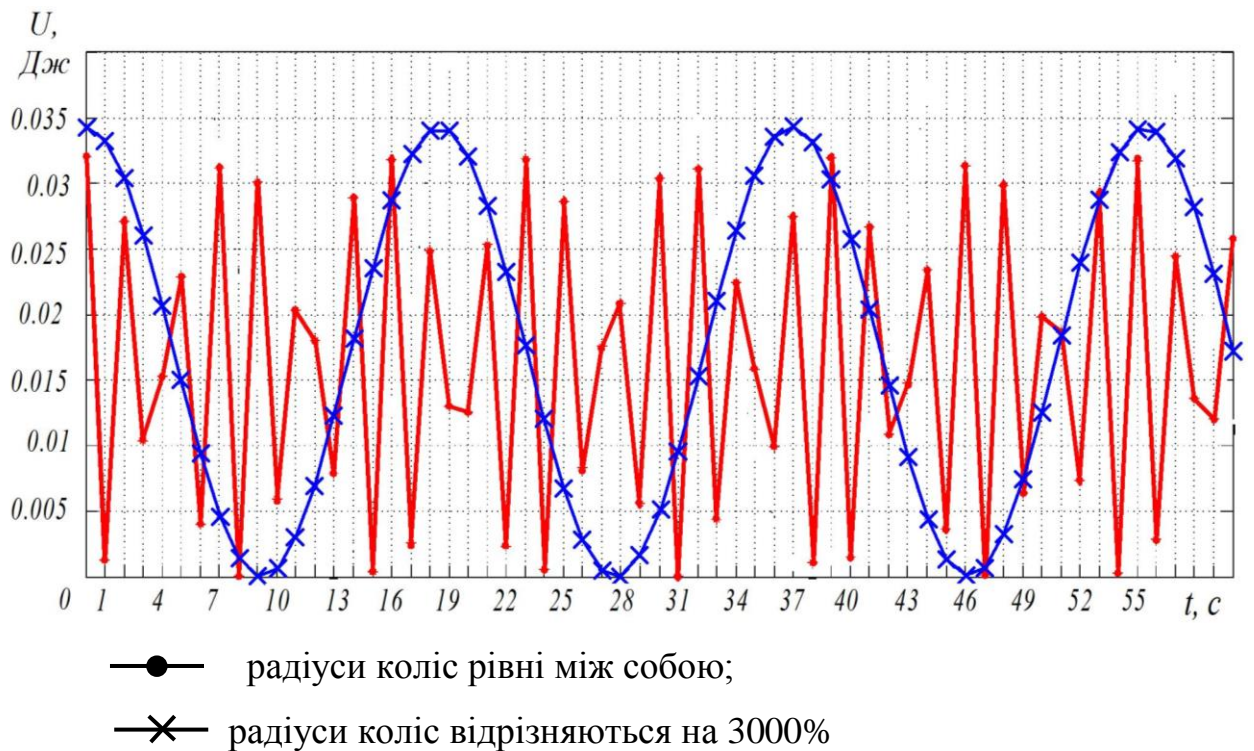


Рисунок 2.9 – Графік зміни енергії крутильних коливань в трансмісії автомобіля при гіпотетичній різниці радіусів коліс

На рисунку 2.9 представлені графіки з яких видно, що при зміні діаметрів більше ніж в 30 разів, спостерігається коливальний процес в трансмісії, що неможливо в умовах реальної експлуатації.

## Висновки за розділом 2

1. Розроблена розрахункова схема трансмісії повнопривідного автомобіля без міжосьового диференціала (із заблокованим міжосьовим диференціалом) враховує моменти інерції обертових деталей трансмісії і дозволяє змодельовати в ній коливальний процес, викликаний кінематичним розузгодженням.

2. Отримана математична модель описує взаємозв'язок кута закручування валу трансмісії зі статичними силами до нього прикладеними (сили інерції, сили опору руху), і дозволяє в подальшому описати коливальні процеси в трансмісії.



3. Отриманий взаємозв'язок між діючою силою, яка змінюється в часі, і кутом закрутки приведенного валу трансмісії, дозволив змоделювати характер розвитку коливань в трансмісії і здійснити комп'ютерне моделювання зазначеного процесу з урахуванням початкових і граничних умов.

4. Експериментально визначені моменти інерції обертових елементів трансмісії дозволяють реалізувати запропоновану модель коливальних енергетичних процесів для конкретної моделі повнопривідного автомобіля. Максимальне значення моменту інерції склало у гальмівного барабану –  $0,1494 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ , а мінімальне  $0,00354 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$  – у вала приводу заднього моста.

5. За результатами комп'ютерного моделювання визначена енергія коливань при різних законах зміни моменту опору на колесах повнопривідного автомобіля, максимальна амплітуда якої склала  $0,033 \text{ Дж}$ . Встановлено, що при існуючих різницях радіусів кочення коліс повнопривідних автомобілів, в трансмісії практично не виникає коливальний процес. У той же час, розрахунки показали, що лише при гіпотетичній різниці радіусів ведучих коліс повнопривідного автомобіля в 30 разів і більше, спостерігаються помітні коливання енергії в трансмісії, що неможливо в умовах реальної експлуатації автомобіля.

6. Комп'ютерне моделювання також показало, що характер зміни моменту опору руху не впливає на зміну енергії коливань в трансмісії повнопривідного автомобіля при наявності кінематичного розузгодження.

7. Отримані теоретичні результати, пов'язані з вивченням динаміки трансмісії, дозволяють зробити висновок про те, що необхідно встановити чинники, які впливають на додаткові втрати палива в автомобілі при його експлуатації в повнопривідному режимі.

Основні результати дослідження по даному розділу опубліковані в роботах [11, 12, 14, 15].

### РОЗДІЛ 3

## ВПЛИВ КОНСТРУКТИВНИХ І ЕКСПЛУАТАЦІЙНИХ ФАКТОРІВ НА ПАРАМЕТРИ РОБОТИ АВТОМОБІЛЬНОГО КОЛЕСА У НЕСТАЛОМУ РЕЖИМІ

Виконані дослідження, представлені в розділі 2 даної дисертаційної роботи, показали, що втрати енергії в валах трансмісії повнопривідних ТТЗ в процесі руху з блокованим приводом і при наявності кінематичного розузгодження – незначні. Однак при експлуатації ТТЗ з блокованим приводом, спостерігається перевантаження двигуна, а як наслідок і збільшення витрати палива на 20-30% [25, 26, 27, 18] в порівнянні з режимом руху без блокування міжосьових диференціалів. У зв'язку з цим виникає необхідність розглянути додаткові втрати енергії безпосередньо в ведучих колесах таких ТТЗ, що виникають при русі з блокованим приводом.

### 3.1 Кочення колеса при дії штовхаючої сили і крутильного моменту

У класичній теорії автомобіля, запропоновано розглядати п'ять режимів кочення автомобільного колеса: ведучий, вільний, нейтральний, ведений, гальмівний. При ведучому і гальмівному режимах до колеса прикладені крутильний і гальмівний моменти відповідно. При веденому режимі – сила, що штовхає. При вільному режимі момент опору коченню врівноважується моментом від штовхаючої сили. При цьому дотична реакція дороги в зоні контакту дорівнює нулю. При нейтральному режимі кочення величина дотичної реакції в зоні контакту змінюється в межах від нуля до сили опору коченню. Однак не розглянутий режим кочення колеса при одночасній дії штовхаючої сили і крутильного моменту, що характерно для випадку циркуляції потужності бездиференціального автомобіля з декількома ведучими мостами.

У роботах Е.А. Чудакова [25, 26] визначено п'ять основних режимів кочення автомобільного колеса:

- ведучий режим (до колеса прикладений активний крутильний момент);
- ведений режим (до колеса прикладена активна штовхаюча сила);
- вільний режим (кoleso навантажено невеликим активним обертовим моментом, рівним за величиною моменту опору коченню), в цьому випадку дотична реакція дороги на колесі дорівнює нулю;
- нейтральний режим, який характеризується тим, що кочення колеса здійснюється і активним крутильним моментом (за величиною меншим від моменту опору коченню) і активною штовхаючою силою; при цьому дотична реакція дороги на колесо змінюється від нуля до величини, рівної силі опору коченню [26];
- гальмівний режим, при якому колесо навантажено гальмівним моментом.

Таким чином, нейтральний режим займає проміжне положення між веденим і вільним режимами в тому випадку, якщо оцінювання здійснювати за величиною і напрямком дотичної реакції, що виникає в контакті колеса з дорогою.

Зазначені режими розглядалися в роботах Петрушова В.А. з співавторами [45]. Однак у відомих дослідженнях [25, 26, 45, 48, 102-105] не розглянутий режим руху автомобільного колеса при дії активних крутильного моменту і штовхаючої сили, прикладеної до осі. Цей режим руху займає проміжне положення між ведучим і веденим режимами, оскільки дотична реакція дороги на колесі може приймати як позитивне, так і негативне спрямування в залежності від співвідношення величин активних крутильного моменту і штовхаючої сили. Такий режим руху автомобільного колеса можна назвати вимушеним режимом, що є наслідком виникнення кінематичного розузгодження в автомобілях з декількома ведучими мостами при відсутності міжосьових диференціалів.

### 3.1.1 Визначення вектора дотичної реакції дороги.

На рисунку 3.1 наведена схема навантаження жорсткого одиночного автомобільного колеса при дії на нього активних крутильного моменту і штовхаючої сили.

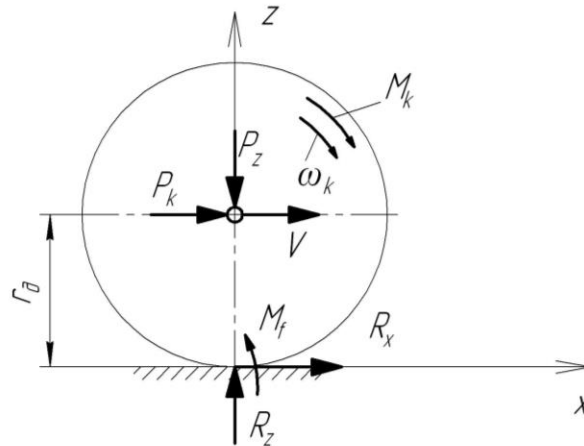


Рисунок 3.1 – Схема навантаження одиночного жорсткого автомобільного колеса при дії активних крутильного моменту  $M_k$  і штовхаючої сили  $P_k$

Рівняння плоскопаралельного руху колеса

$$\begin{cases} m_k \cdot \dot{V} = P_k + R_x; & (3.1) \\ J_k \cdot \dot{\omega}_k = M_k - M_f - R_x \cdot r_{\dot{a}}, & (3.2) \end{cases}$$

де  $m_k$  – маса колеса;

$\dot{V}; \dot{\omega}$  – лінійні і кутові прискорення колеса;

$R_x$  – дотична реакція на колесі;

$r_{\dot{a}}$  – динамічний радіус колеса;

$P_k; M_k$  – активна штовхаюча сила і крутильний момент;

$M_f$  – момент опору коченню колеса,

$$M_f = R_z \cdot f \cdot r_\partial, \quad (3.3)$$

де  $R_z$  – вертикальна реакція дороги на колесі;

$f$  – коефіцієнт опору коченню.

З рівняння (3.2) з урахуванням (3.3) визначимо дотичну реакцію на колесі

$$R_x = \frac{M_k}{r_\partial} - R_z \cdot f - \frac{J_k}{r_\partial} \cdot \dot{\omega}_k. \quad (3.4)$$

За умови відсутності ковзання (буксування) в контактї колеса з дорогою, тобто приймаючи цей зв'язок ідеальним, маємо відоме співвідношення

$$\dot{\omega}_k = \frac{\dot{V}}{r_\partial}. \quad (3.5)$$

Підставляючи вираз (3.4) в рівняння (3.1), отримаємо з урахуванням (3.5)

$$m_k \cdot \left( 1 + \frac{J_k}{m_k \cdot r_\partial^2} \right) \cdot \dot{V} = P_k + \frac{M_k}{r_\partial} - R_z \cdot f. \quad (3.6)$$

У рівнянні (3.6)

$$m_k \cdot \left( 1 + \frac{J_k}{m_k \cdot r_\partial^2} \right) = m_{knn}, \quad (3.7)$$

де  $m_{knn}$  – приведена маса колеса.

Відповідно

$$1 + \frac{J_k}{m_k \cdot r_\partial^2} = \delta_{ep}. \quad (3.8)$$

Враховуючи, що

$$J_k = m_k \cdot i_k^2, \quad (3.9)$$

де  $i_k$  – радіус інерції колеса, перетворимо вираз (3.8) до вигляду

$$\delta_{ep} = 1 + \left( \frac{i_k}{r_\partial} \right)^2. \quad (3.10)$$

З виразу (3.6) з урахуванням (3.10) визначимо лінійне прискорення осі колеса

$$\dot{V} = \frac{P_k + \frac{M_k}{r_\partial} - R_z \cdot f}{m_k \left( 1 + \frac{i_k^2}{r_\partial^2} \right)}. \quad (3.11)$$

Підставляючи вираз (3.11) в рівняння (3.5), а останнє в (3.4), отримаємо після перетворень

$$R_x = \frac{\frac{M_k}{r_\partial} - P_k \cdot \frac{i_k^2}{r_\partial^2}}{1 + \frac{i_k^2}{r_\partial^2}} - R_z \cdot \frac{f}{1 + \frac{i_k^2}{r_\partial^2}}. \quad (3.12)$$

### 3.1.2 Аналіз рівняння для дотичної реакції на колесі.

Таким чином, отримано рівняння (3.12), що зв'язує величину дотичної

реакції в контактї жорсткого колеса з дорогою з величинами активних крутильного моменту і штовхаючої сили.

У сталому режимі руху  $\dot{V} = 0$  і  $\dot{\omega}_k = 0$ . Рівняння (3.1) і (3.2) в цьому випадку приймуть вигляд

$$\begin{cases} P_k + R_x = 0; \\ M_k - M_f - R_x \cdot r_\partial = 0. \end{cases} \quad (3.13)$$

$$(3.14)$$

Підставляючи (3.13) в (3.14), отримаємо умову рівномірного руху колеса при наявності ідеальних зв'язків

$$M_k + P_k \cdot r_\partial = M_f. \quad (3.15)$$

Таким чином, рівняння (3.15) виражає умову рівномірного руху колеса при відсутності ковзання (буксування) в контактї з дорогою. При малих значеннях  $M_f$  це можливо при малому значенні суми  $M_k + P_k \cdot r_\partial$ . Таким чином, можна зробити висновок про те, що рівномірний рух колеса можливий тільки при малих значеннях активних крутильного моменту і штовхаючої сили, спрямованих в одну сторону. Дотична реакція на колесі в цьому випадку дорівнює штовхаючій силі, але спрямована в протилежний бік.

З рівняння (3.12) визначимо умову рівності нулю дотичної реакції  $R_x$

$$M_k - P_k \cdot \frac{i_k^2}{r_\partial} - R_z \cdot f \cdot r_\partial = 0. \quad (3.16)$$

Дотична реакція буде направлена в бік руху колеса в разі

$$M_k - P_k \cdot \frac{i_k^2}{r_\partial} - R_z \cdot f \cdot r_\partial > 0 \quad (3.17)$$

і в протилежну, якщо

$$M_k - P_k \cdot \frac{i_k^2}{r_\partial} - R_z \cdot f \cdot r_\partial < 0. \quad (3.18)$$

Умова відсутності ковзання (буксування) колеса

$$|R_x| \leq \varphi \cdot R_z, \quad (3.19)$$

де  $\varphi$  – коефіцієнт зчеплення колеса з дорогою.

Умову (3.19) краще записати у вигляді

$$R_x^2 \leq \varphi^2 \cdot R_z^2. \quad (3.20)$$

Підставляючи вираз (3.12) в нерівність (3.20), отримаємо після перетворень

$$\left( \frac{M_k}{r_\partial} - P_k \cdot \frac{i_k^2}{r_\partial^2} - R_z \cdot f \right)^2 - \varphi^2 \cdot R_z^2 \left( 1 + \frac{i_k^2}{r_\partial^2} \right)^2 \leq 0. \quad (3.21)$$

Після подальших перетворень отримаємо

$$\frac{\left( \frac{M_k}{r_\partial \cdot \varphi \cdot R_z} - \frac{P_k}{\varphi \cdot R_z} \cdot \frac{i_k^2}{r_\partial^2} - \frac{f}{\varphi} \right)^2}{\left( 1 + \frac{i_k^2}{r_\partial^2} \right)^2} - 1 \leq 0. \quad (3.22)$$

Нерівність (3.22) виражає умову відсутності ковзання (буксування) жорсткого автомобільного колеса при дії на нього активних крутильного



моменту і штовхаючої сили. При невиконанні зазначеної умови і  $R_x > 0$  колесо буде буксувати, а при  $R_x < 0$  – ковзати.

### 3.2 Гальмування колісної машини при блокованому приводі передніх і задніх коліс

При гальмуванні деяких колісних ТТЗ, що мають гальмівні механізми на колесах однієї осі (як правило, задній), використовується блокування приводу передніх і задніх коліс. Це дозволяє підвищити ефективність гальмування машини без установки гальмівних механізмів на колесах іншої осі. При встановленні гальмівних механізмів на всі колеса, блокування приводу дозволяє наблизити дійсний розподіл сумарних дотичних реакцій між колесами різних осей до ідеального, що забезпечує курсову стійкість при гальмуванні.

Використання трансмісії для передачі гальмівних моментів до ведучих коліс широко використовується [106] в конструкціях деяких колісних ТТЗ. Набули поширення, так звані, центральні гальма, встановлені в трансмісії. Крім того, на окремих ТТЗ гальмівні механізми встановлюються на колесах тільки однієї осі і ці гальма через трансмісію здійснюють гальмування коліс другого ведучого моста. У цьому випадку, з початком гальмування відбувається автоматичне підключення зазначеного (додаткового) ведучого моста до іншої частини трансмісії.

У автомобілів, що мають блокований привід переднього і заднього (задніх) ведучих мостів, також відбувається перерозподіл через трансмісію гальмівних моментів між колесами відповідно до нормального навантаження, яке припадає на них, і коефіцієнта зчеплення з дорогою.

Хоча законодавчо заборонено [107-109] встановлювати гальмівні механізми таким чином, щоб між ними і гальмівними колесами перебували механічні передачі, відбувається навантаження трансмісії крутильними моментами при гальмуванні.

У відомій літературі [60, 110-114], присвяченій динаміці транспортно-тягових колісних машин, не розглянутий процес гальмування при жорсткому зв'язку між передніми і задніми колесами.

Процес передачі гальмівних моментів через трансмісію є різновидом процесу, названого в відомій літературі [26] циркуляцією паразитної потужності. В цьому випадку змінюється співвідношення сумарних дотичних реакцій на колесах передньої і задньої осей. У тяговому режимі руху ведучі колеса рухаються при дії штовхаючих сил і крутильних моментів. При рівномірному русі такий режим кочення коліс названий «нейтральним» [6]. В підрозділі 3.1, роботі [10] досліджено процес нерівномірного руху жорсткого колеса автомобіля при дії крутильного моменту і штовхаючої сили (такий режим в роботі [10] названий «вимушеним»). Визначено, що в залежності від співвідношення величини крутильного моменту на колесі і штовхаючої сили, напрямок дотичної реакції в зоні контакту з дорогою може як збігатися з напрямком руху (тяговий режим), так і бути йому протилежним (гальмівний режим). В окремому випадку дотична реакція в зоні контакту колеса з дорогою може дорівнювати нулю. Такий режим кочення колеса відомий під назвою «вільний» [26]. Однак у відомих дослідженнях не розглянуто питання кочення колеса при одночасній дії гальмівного і крутильного моментів, що можливо при гальмуванні колісної машини, що має через трансмісію жорстке з'єднання передніх і задніх коліс. Цікавим є оцінювання можливості появи тягових зусиль на колесах, що знаходяться на межі блокування при гальмуванні, що може погіршити гальмівні властивості колісних машин.

3.2.1 Кочення колеса при спільній дії гальмівного і крутильного моментів.

Дотична реакція дороги в цьому випадку визначається співвідношенням величини гальмівного і крутильного моментів.

Використовуючи рисунок 3.2, складемо рівняння динаміки обертального руху колеса

$$J_{\kappa}^{np} \cdot \dot{\omega}_k = R_x \cdot r_{\partial} - M_f - M_T + M_k, \quad (3.23)$$

де  $J_{\kappa}^{np}$  – приведений до колеса момент інерції оберткових мас трансмісії, включаючи власний момент інерції колеса;

$\dot{\omega}_k$  – кутове прискорення колеса;

$R_x$  – дотична реакція дороги на колесо;

$r_{\partial}$  – динамічний радіус колеса;

$M_T; M_k$  – гальмівний і крутильний моменти, прикладені до колеса;

$M_f$  – момент опору коченню колеса.

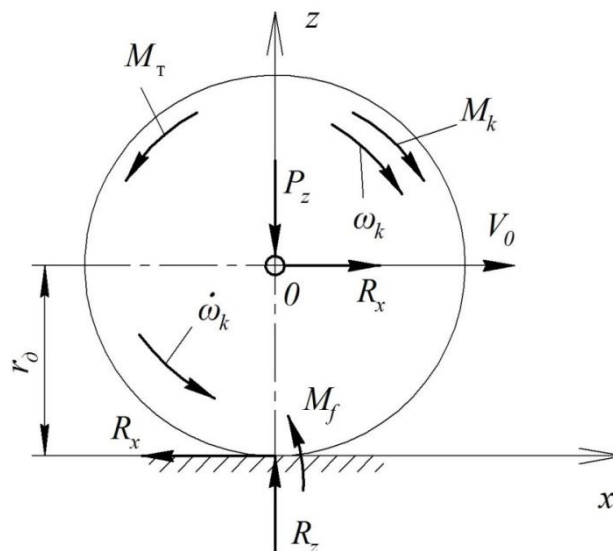


Рисунок 3.2 – Схема сил, що діють на одиночне колесо при спільній дії гальмівного і крутильного моментів

Момент опору коченню колеса

$$M_f = R_z \cdot f \cdot r_{\partial}, \quad (3.24)$$

де  $R_z$  – нормальна реакція дороги на колесо;

$f$  – коефіцієнт опору коченню.

З рівняння (3.23) з урахуванням (3.24) визначимо дотичну реакцію дороги на колесі

$$R_x = \frac{J_{\kappa}^{np}}{r_{\partial}} \cdot \dot{\omega}_k - \frac{M_k}{r_{\partial}} + \frac{M_{\tau}}{r_{\partial}} + f \cdot R_z. \quad (3.25)$$

Гальмівний режим кочення колеса буде забезпечений при  $R_x > 0$  і  $\dot{\omega}_k < 0$ . З рівняння (3.25) визначимо умову отримання гальмівного режиму кочення колеса

$$M_k < M_{\tau} + J_{\kappa}^{np} \cdot \dot{\omega}_k + R_z \cdot f \cdot r_{\partial}. \quad (3.26)$$

Рух в тяговому режимі буде забезпечено при  $R_x < 0$  і  $\dot{\omega}_k > 0$ , тобто

$$M_k > M_{\tau} + J_{\kappa}^{np} \cdot \dot{\omega}_k + R_z \cdot f \cdot r_{\partial}. \quad (3.27)$$

Рух у вільному режимі виникне при  $R_x = 0$  і  $\dot{\omega}_k = 0$

$$M_k = M_{\tau} + R_z \cdot f \cdot r_{\partial}. \quad (3.28)$$

3.2.2 Гальмування колісної машини при блокованому приводі передніх і задніх коліс.

При гальмуванні і жорсткому кінематичному зв'язку між передніми і задніми колесами машини колеса менш навантаженої осі додатково

навантажуються крутильним моментом  $M_{k_2}$ , переданим з боку коліс більш навантаженої осі (рис. 3.3).

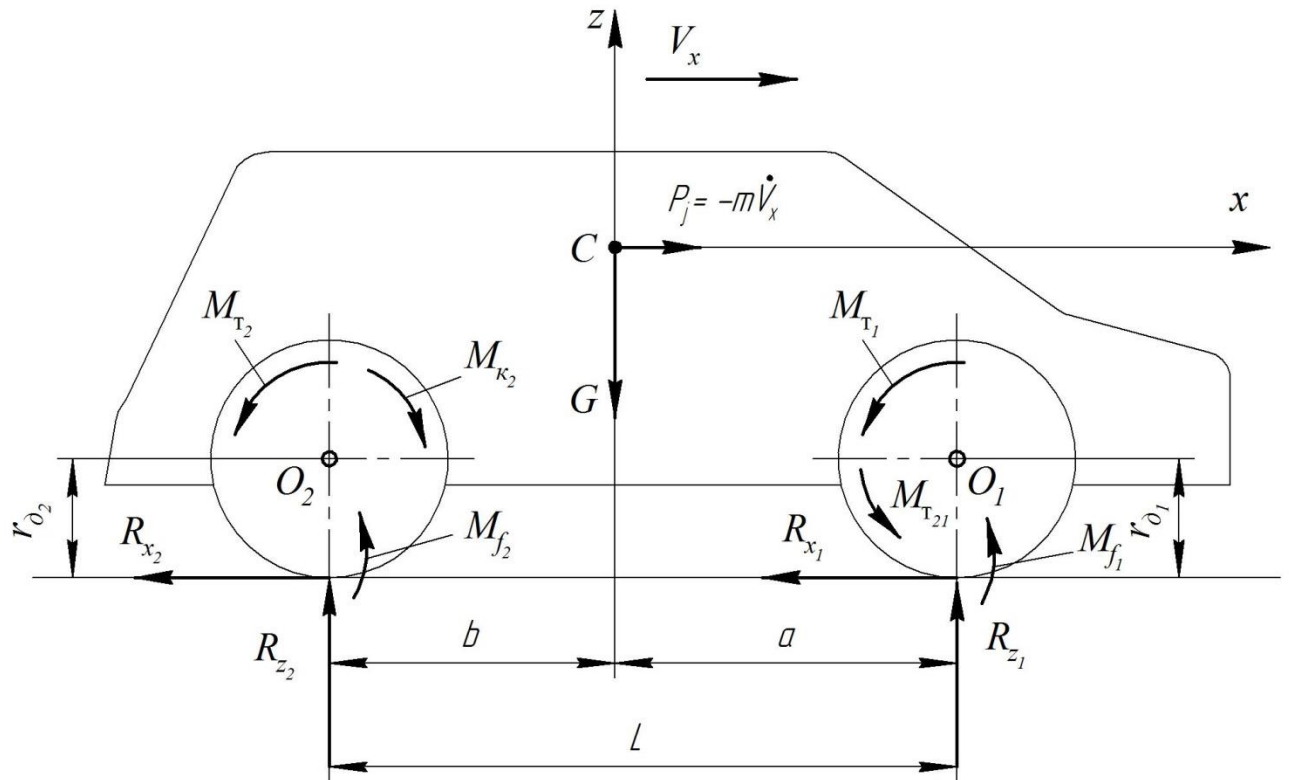


Рисунок 3.3 – Схема сил і моментів, що діють на повнопривідний автомобіль з блокованим міжосьовим приводом

Припустимо, що при розблокованому приводі передніх і задніх коліс першими доводяться до межі блокування задні колеса (найбільш імовірний випадок). При заблокованому приводі зазначених коліс сумарні дотичні реакції дороги на передніх і задніх колесах в процесі гальмування дорівнюватимуть

$$R_{x_1} = \frac{J_{k_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \cdot \dot{\omega}_{k_1} + \frac{M_{T_{21}}}{r_{\partial_1}} + \frac{M_{T_1}}{r_{\partial_1}} + f \cdot R_{z_1}; \quad (3.29)$$

$$R_{x_2} = \frac{J_{k_2}^{np}}{r_{\partial_2}} \cdot \dot{\omega}_{k_2} + \frac{M_{T_2}}{r_{\partial_2}} - \frac{M_{k_2}}{r_{\partial_2}} + f \cdot R_{z_2}, \quad (3.30)$$

де  $\dot{\omega}_{k_1}$ ;  $\dot{\omega}_{k_2}$  – кутові прискорення передніх і задніх коліс, відповідно;

$J_{\kappa_1}^{np}; J_{\kappa_2}^{np}$  – приведені до передніх і задніх коліс моменти інерції трансмісії;

$r_{\delta_1}; r_{\delta_2}$  – динамічні радіуси передніх і задніх коліс;

$R_{z_1}; R_{z_2}$  – сумарні нормальні реакції дороги, що припадають на передні і задні колеса;

$M_{T_1}; M_{T_2}$  – сумарні гальмівні моменти, створювані передніми і задніми гальмівними механізмами;

$M_{\kappa_2}$  – крутильний момент підводиться до задніх коліс через трансмісію від передніх коліс, що знаходяться в кращих умовах зчеплення з дорогою;

$M_{T_{21}}$  – додатковий гальмівний момент, що підводиться через трансмісію до передніх коліс від задніх коліс, що знаходяться в гірших умовах зчеплення з дорогою.

Приймаючи, що у автомобіля на передніх і задніх колесах встановлені шини однакового радіусу і допускаючи, що вони абсолютно жорсткі, отримаємо

$$r_{\delta_1} = r_{\delta_2} = r_{\delta}. \quad (3.31)$$

У колісних ТТЗ передні і задні колеса можуть мати різні діаметри, причому  $r_{\delta_2} > r_{\delta_1}$ . Очевидно, що

$$M_{\kappa_2} = \frac{M_{T_{21}}}{u_{2-1}}, \quad (3.32)$$

де  $u_{2-1}$  – передавальне відношення від задніх коліс до передніх.

Для повнопривідних автомобілів  $u_{2-1} = 1$ . Для колісних ТТЗ при  $r_{\delta_2} > r_{\delta_1}$

$$u_{2-1} = \frac{r_{\partial_1}}{r_{\partial_2}}. \quad (3.33)$$

При припущенні того, що трансмісія колісної машини являє собою абсолютно жорстке тіло (при крученні), отримаємо

$$\dot{\omega}_{k_2} = u_{2-1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} = \frac{r_{\partial_1}}{r_{\partial_2}} \cdot \dot{\omega}_{k_1}. \quad (3.34)$$

При  $r_{\partial_2} = r_{\partial_1}$  отримаємо

$$\dot{\omega}_{k_2} = \dot{\omega}_{k_1} = \dot{\omega}_k. \quad (3.35)$$

При розблокованому приводі передніх і задніх коліс машини найбільш ймовірним випадком є доведення до межі блокування задніх коліс. Для цього випадку, з рівняння (3.30) при  $M_{k_2} = 0$ , отримаємо

$$R_{x_{2\max}} = \frac{J_{k_2}^{np}}{r_{\partial_2}} \cdot \dot{\omega}_{k_2} + \frac{M_{T_2}}{r_{\partial_2}} + f \cdot R_{z_2} = \varphi_{x_{\max}} \cdot R_{z_2}, \quad (3.36)$$

де  $\varphi_{x_{\max}}$  – максимальне значення поздовжнього коефіцієнта зчеплення.

При блокуванні колеса  $\dot{\omega}_{k_2} = 0$ ;  $f = 0$  і рівняння (3.36) спроститься

$$R_{x_{2\max}} = \frac{M_{T_{2\max}}}{r_{\partial_2}} = \varphi_{x_{\max}} \cdot R_{z_2}. \quad (3.37)$$

При блокованому приводі ведучих коліс сумарний гальмівний момент на задніх колесах дорівнює

$$M_{\tau_2} = \frac{1 - \beta_1}{\beta_1} \cdot M_{\tau_1}, \quad (3.38)$$

де  $\beta_1$  – коефіцієнт розподілу загального гальмівного моменту на передню вісь машини,

$$\beta_1 = \frac{M_{\tau_1}}{M_{\tau_1} + M_{\tau_2}}. \quad (3.39)$$

З рівняння (3.29) визначимо

$$M_{\tau_{21}} = R_{x_1} \cdot r_{\partial_1} - J_{\kappa_1}^{np} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_1} - M_{\tau_1} - f \cdot R_{z_1}. \quad (3.40)$$

Величина  $M_{\tau_{21}} = (M_{\tau_{21}})_{\max}$  при

$$R_{x_1} = \varphi_{x_{max}} \cdot R_{z_1}. \quad (3.41)$$

Підставляючи (3.31) в (3.30), отримаємо

$$(M_{\tau_{21}})_{\max} = R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) \cdot r_{\partial_1} - J_{\kappa_1}^{np} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_1} - M_{\tau_1}. \quad (3.42)$$

Рівняння (3.30) з урахуванням (3.32), (3.33), (3.34) і (3.42) набуде вигляду



$$R_{x_2} = \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} r_{\partial_1} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \right) \cdot \dot{\omega}_{k_1} + G \cdot f - R_{z_1} \cdot \varphi_{x_{max}} + M_{T_1} \cdot \frac{1 + \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1}{r_{\partial_2}}. \quad (3.43)$$

Враховуючи, що

$$M_{T_1} = \beta_1 \cdot M_{T_\Sigma}, \quad (3.44)$$

перетворимо (3.43) до виду

$$R_{x_2} = \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} r_{\partial_1} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \right) \cdot \dot{\omega}_{k_1} + G \cdot f - R_{z_1} \cdot \varphi_{x_{max}} + M_{T_\Sigma} \cdot \frac{1 + \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1 \right)}{r_{\partial_2}}, \quad (3.45)$$

де  $M_{T_\Sigma}$  – сумарний гальмівний момент на передніх і задніх колесах,

$$M_{T_\Sigma} = M_{T_1} + M_{T_2}. \quad (3.46)$$

Сумарна дотична реакція  $R_{x_2}$  на задніх колесах отримує негативне значення в разі, якщо вектор сили реакції  $R_{x_2}$  отримує направлення в сторону руху машини (див. рис. 3.3). У цьому випадку, за умовою  $R_{x_2} < 0$  з (3.45) отримаємо нерівність

$$\left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} r_{\partial_1} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \right) \cdot \dot{\omega}_{k_1} + G \cdot f - R_{z_1} \cdot \varphi_{x_{max}} + M_{T_\Sigma} \cdot \frac{1 + \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1 \right)}{r_{\partial_2}} < 0. \quad (3.47)$$

Перетворюючи нерівність (3.47), визначимо

$$M_{T_{\Sigma}} < \frac{-G \cdot f + R_{z_1} \cdot \varphi_{x_{max}} - \dot{\omega}_{k_1} \cdot r_{\partial_1} \cdot \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right)}{\left( 1 + \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1 \right) \right) / r_{\partial_2}}. \quad (3.48)$$

Виконаємо почленне складання лівих і правих частин рівнянь (3.29) і (3.30). В результаті отримаємо з урахуванням співвідношень (3.32), (3.33)

$$R_{x_1} + R_{x_2} = \dot{\omega}_{k_1} \cdot r_{\partial_1} \left( \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} + \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right) + G \cdot f + \frac{M_{T_1}}{r_{\partial_1}} + \frac{M_{T_2}}{r_{\partial_2}}. \quad (3.49)$$

З урахуванням рівнянь (3.39) і (3.46) визначимо

$$\frac{M_{T_1}}{r_{\partial_1}} + \frac{M_{T_2}}{r_{\partial_2}} = M_{T_{\Sigma}} \cdot \frac{1 + \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1 \right)}{r_{\partial_2}}. \quad (3.50)$$

Приймаючи умову, що задні колеса знаходяться на межі буксування або буксують, отримаємо

$$R_{x_2} = \varphi_{x_{max}} \cdot R_{z_2}. \quad (3.51)$$

При цьому на передніх колесах також реалізується гранична сила за зчепленням, тобто

$$R_{x_1} = \varphi_{x_{max}} \cdot R_{z_1}. \quad (3.52)$$

Підставляючи (3.50), (3.51), (3.52) в рівняння (3.49), визначимо з останнього

$$M_{\tau\Sigma} = \frac{G(\varphi_{x_{max}} - f) - \dot{\omega}_{k_1} \cdot r_{\partial_1} \cdot \left( \frac{J_{k_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} + \frac{J_{k_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right)}{\left[ 1 + \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1 \right) \right] / r_{\partial_2}}. \quad (3.53)$$

Нерівність (3.48) після підстановки в його ліву частину правої частини (3.53) набуде вигляду після перетворень

$$G(\varphi_{x_{max}} - f) < G(\varphi_{x_{max}} - f) - R_{z_2} \cdot \varphi_{x_{max}} \quad (3.54)$$

або

$$-R_{z_2} \cdot \varphi_{x_{max}} > 0, \quad (3.55)$$

що суперечить фізичному змісту.

Таким чином, при гальмуванні колісної машини і блокуванні приводу передніх і задніх коліс режим руху коліс однієї з осей (що знаходиться в гірших умовах за зчепленням) не може бути тяговим.

3.2.3 Кочення колеса при дії гальмівного моменту і блокуванні трансмісії до міжосьового диференціала.

Виконаємо оцінювання можливості появи тягового режиму на колесах однієї з осей, в процесі гальмування, при заклинюванні трансмісії до міжосьового диференціала. Такий режим руху може виникнути на одній з осей при наявності міжосьового диференціала і заклинюванні трансмісії (наприклад, коробки передач або роздавальної коробки). В цьому випадку

обертання коліс різних осей буде відбуватися в протилежні сторони і на колесах однієї з них може виникнути тяговий режим руху в процесі гальмування.

В цьому випадку

$$M_{\kappa_2} = -\frac{M_{\tau_{21}}}{u_{2-1}} = -M_{\tau_{21}} \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}}; \quad (3.56)$$

$$\dot{\omega}_{\kappa_2} = -u_{2-1} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_1} = -\frac{r_{\partial_1}}{r_{\partial_2}} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_1}. \quad (3.57)$$

Сумарні дотичні реакції на передніх і задніх колесах з урахуванням (3.56) і (3.57) матимуть вигляд

$$R_{x_1} = \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_1} + \frac{M_{\tau_{21}}}{r_{\partial_1}} + \frac{M_{\tau_1}}{r_{\partial_1}} + f \cdot R_{z_1}; \quad (3.58)$$

$$R_{x_2} = \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_2} + \frac{M_{\tau_2}}{r_{\partial_2}} - \frac{M_{\kappa_2}}{r_{\partial_2}} + f \cdot R_{z_2}. \quad (3.59)$$

З огляду на рівняння (3.56) і (3.57), перетворимо рівняння (3.58) і (3.59) до вигляду

$$R_{x_1} = \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_1} + \frac{M_{\tau_{21}}}{r_{\partial_1}} + \frac{M_{\tau_1}}{r_{\partial_1}} + f \cdot R_{z_1}; \quad (3.60)$$

$$R_{x_2} = -\frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \cdot r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{\kappa_1} + \frac{M_{\tau_2}}{r_{\partial_2}} + \frac{M_{\tau_{21}}}{r_{\partial_1}} + f \cdot R_{z_2}. \quad (3.61)$$

Сумарна дотична реакція на всіх колесах автомобіля

$$R_{x_1} + R_{x_2} = G \cdot \varphi_{x_{max}} = \dot{\omega}_{k_1} \cdot r_{\partial_1} \cdot \left( \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} - \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right) + G \cdot f + 2 \frac{M_{T_{21}}}{r_{\partial_1}} + \frac{M_{T_1}}{r_{\partial_1}} + \frac{M_{T_2}}{r_{\partial_2}}. \quad (3.62)$$

Беручи до уваги, що

$$M_{T_1} = \beta_1 \cdot M_{T_\Sigma}; \quad (3.63)$$

$$M_{T_2} = (1 - \beta_1) \cdot M_{T_\Sigma}, \quad (3.64)$$

де  $M_{T_\Sigma}$  – сумарний гальмівний момент на всіх колесах,

$$M_{T_\Sigma} = M_{T_1} + M_{T_2}. \quad (3.65)$$

Підставляючи (3.63), (3.64), (3.65) в (3.62), отримаємо

$$G \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) = \dot{\omega}_{k_1} \cdot r_{\partial_1} \cdot \left( \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} - \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right) + 2 \frac{M_{T_{21}}}{r_{\partial_1}} + M_{T_\Sigma} \frac{1 + \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1 \right)}{r_{\partial_2}}. \quad (3.66)$$

З рівняння (3.58) визначимо

$$\frac{M_{T_{21}}}{r_{\partial_1}} = R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) - \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \cdot \dot{\omega}_{k_1} - \frac{\beta_1}{r_{\partial_1}} M_{T_\Sigma}. \quad (3.67)$$

Підставляючи рівняння (3.67) в (3.61), отримаємо з урахуванням (3.64)

$$\begin{aligned}
R_{x_2} = & -\frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \cdot r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} + f \cdot R_{z_2} + \frac{1 - \beta_1}{r_{\partial_2}} \cdot M_{T_\Sigma} + \\
& + R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) - \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \cdot \dot{\omega}_{k_1} - \frac{\beta_1}{r_{\partial_1}} M_{T_\Sigma}
\end{aligned} \quad (3.68)$$

або

$$\begin{aligned}
R_{x_2} = & -r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) + f \cdot (G - R_{z_1}) + \\
& + R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) + M_{T_\Sigma} \left( \frac{1 - \beta_1}{r_{\partial_2}} - \frac{\beta_1}{r_{\partial_1}} \right)
\end{aligned} \quad (3.69)$$

Провівши перетворення, отримаємо

$$R_{x_2} = -r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) + G \cdot f + R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f) + M_{T_\Sigma} \frac{1 - \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right)}{r_{\partial_2}}. \quad (3.70)$$

Тяговий режим на задніх колесах виникає при  $R_{x_2} < 0$ . З цієї умови

$$-r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) + G \cdot f + R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f) + M_{T_\Sigma} \frac{1 - \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right)}{r_{\partial_2}} < 0. \quad (3.71)$$

З нерівності (3.71) визначимо

$$M_{T\Sigma} < \frac{r_{\partial_2}}{1 - \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right)} \cdot \left[ r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) - G \cdot f - R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f) \right]. \quad (3.72)$$

Підставляючи (3.67) в (3.66), визначимо

$$M_{T\Sigma} = \frac{r_{\partial_2}}{1 - \beta_1} \cdot \left[ r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) + (\varphi_{x_{max}} - f) \cdot (R_{z_2} - R_{z_1}) \right]. \quad (3.73)$$

Підставляючи рівняння (3.73) в нерівність (3.72), отримаємо

$$\begin{aligned} & \frac{r_{\partial_2}}{1 - \beta_1} \cdot \left[ r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) + (\varphi_{x_{max}} - f) \cdot (R_{z_2} - R_{z_1}) \right] < \\ & < \frac{r_{\partial_2}}{1 - \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right)} \cdot \left[ r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) - G \cdot f - R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f) \right]. \end{aligned} \quad (3.74)$$

Враховуючи що

$$r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} = \dot{V}_x, \quad (3.75)$$

отримаємо

$$\dot{V}_x > \frac{\left( 1 - \frac{\beta_1}{1 - \beta_1} \cdot \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} \right) \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) \cdot (R_{z_2} - R_{z_1}) + G \cdot f + R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f)}{\frac{\beta_1}{1 - \beta_1} \cdot \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right)}, \quad (3.76)$$

де  $\dot{V}_x$  – лінійне прискорення автомобіля при гальмуванні ( $\dot{V}_x < 0$ ).

При  $r_{\delta_1} = r_{\delta_2} = r_\delta$  нерівність (3.76) набуде вигляду

$$\dot{V}_x > \frac{\frac{1-2\beta_1}{1-\beta_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) \cdot (R_{z_2} - R_{z_1}) + G \cdot f + R_{z_1} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f)}{\frac{\beta_1}{1-\beta_1} \cdot \frac{J_{\kappa_1}^{np} + J_{\kappa_2}^{np}}{r_\delta^2}}. \quad (3.77)$$

З огляду на те, що  $\dot{V}_x = -j_x$  і провівши перетворення, отримаємо

$$j_x > G \cdot r_\delta^2 \frac{\varphi_{x_{max}} - f}{J_{\kappa_1}^{np} + J_{\kappa_2}^{np}} \left[ \frac{R_{z_2}}{G} \left( 2 - \frac{\frac{1}{\beta_1} - 1}{1 - \frac{f}{\varphi_{x_{max}}}} \right) - 1 \right], \quad (3.78)$$

де  $j_x$  – уповільнення машини.

Нерівність (3.78) визначає умову виникнення тягового режиму кочення на задніх колесах при гальмуванні колісної машини з міжосьовим диференціалом при заклинюванні коробки передач або роздавальної коробки. Такий режим може виникнути при будь-якому уповільненні  $j_x$ , яке відмінне від нуля, якщо права частина нерівності (3.71) буде менше або дорівнювати нулю. Це можливо в разі

$$\beta_1 \leq \frac{1}{1 + \left( 2 - \frac{G}{R_{z_2}} \right) \left( 1 - \frac{f}{\varphi_{x_{max}}} \right)}. \quad (3.79)$$



Величина  $\beta_1$  не може бути більшою за 1, це означає, що  $\frac{G}{R_{z_2}} < 2$ .

Нормальна реакція на задніх колесах

$$R_{z_2} = G \frac{a}{L} - (R_{x_1} + R_{x_2}) \frac{h - r_\partial}{L} = G \frac{a}{L} - G \cdot \varphi_{x_{max}} \cdot \frac{h - r_\partial}{L}; \quad (3.80)$$

$$\frac{G}{R_{z_2}} < 2 \text{ при } \frac{1}{\frac{a}{L} - \varphi_{x_{max}} \frac{h - r_\partial}{L}} < 2; \quad (3.81)$$

$$\frac{a}{L} - \varphi_{x_{max}} \frac{h - r_\partial}{L} > 0,5. \quad (3.82)$$

Підставляючи (3.80) в (3.79), отримуємо

$$\beta_1 \leq \frac{1}{1 + \left( 2 - \frac{1}{\frac{a}{L} - \varphi_{x_{max}} \frac{h - r_\partial}{L}} \right) \left( 1 - \frac{f}{\varphi_{x_{max}}} \right)}. \quad (3.83)$$

Отримані співвідношення справедливі для випадку, при якому задні колеса машини перебувають в гірших по відношенню до передніх умовах зчеплення з дорогою.

Для випадку при якому передні колеса знаходяться в гірших умовах зчеплення з дорогою, з рівняння (3.61) визначимо

$$\frac{M_{\tau_{21}}}{r_{\partial_1}} = R_{x_2} + \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \cdot r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} - R_{z_2} \cdot f - \frac{1 - \beta_1}{r_{\partial_2}} M_{\tau_\Sigma} \quad (3.84)$$

або

$$\frac{M_{\tau_{21}}}{r_{\partial_1}} = R_{z_2} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) + \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \cdot r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} - \frac{1 - \beta_1}{r_{\partial_2}} M_{\tau_{\Sigma}}. \quad (3.85)$$

Підставляючи (3.85) в (3.60), отримаємо з урахуванням (3.63)

$$R_{x_1} = \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}} \cdot \dot{\omega}_{k_1} + f \cdot R_{z_1} + \frac{\beta_1}{r_{\partial_1}} M_{\tau_{\Sigma}} + R_{z_2} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) + \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \cdot r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} - \frac{1 - \beta_1}{r_{\partial_2}} M_{\tau_{\Sigma}}. \quad (3.86)$$

Провівши перетворення, отримаємо

$$R_{x_1} = r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} + \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right) + f \cdot G + R_{z_2} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f) + M_{\tau_{\Sigma}} \frac{\beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right) - 1}{r_{\partial_2}}. \quad (3.87)$$

Тяговий режим на передніх колесах виникає при  $R_{x_1} < 0$ . Це можливо в разі

$$r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} + \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right) + f \cdot G + R_{z_2} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f) + M_{\tau_{\Sigma}} \frac{\beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right) - 1}{r_{\partial_2}} < 0. \quad (3.88)$$

З нерівності (3.88) визначимо

$$M_{\tau_{\Sigma}} > \frac{r_{\partial_2}}{1 - \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right)} \cdot \left[ r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) + G \cdot f + R_{z_2} \cdot (\varphi_{x_{max}} - 2f) \right]. \quad (3.89)$$

Підставляючи (3.85) в (3.66), отримаємо

$$G \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) = \dot{\omega}_{k_1} \cdot r_{\partial_1} \cdot \left( \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} - \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right) + M_{T\Sigma} \frac{1 + \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} - 1 \right)}{r_{\partial_2}} +$$

$$+ 2 \left( R_{x_2} + \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \cdot r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} - R_{z_2} \cdot f - \frac{1 - \beta_1}{r_{\partial_2}} M_{T\Sigma} \right) \quad (3.90)$$

або

$$G \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) = \dot{\omega}_{k_1} \cdot r_{\partial_1} \cdot \left( \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} - \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} \right) + 2R_{z_2} \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) -$$

$$- M_{T\Sigma} \frac{1 - \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right)}{r_{\partial_2}}. \quad (3.91)$$

З рівняння (3.91) визначимо

$$M_{T\Sigma} > \frac{r_{\partial_2}}{1 - \beta_1 \left( \frac{r_{\partial_2}}{r_{\partial_1}} + 1 \right)} \cdot \left[ r_{\partial_1} \cdot \dot{\omega}_{k_1} \left( \frac{J_{\kappa_2}^{np}}{r_{\partial_2}^2} + \frac{J_{\kappa_1}^{np}}{r_{\partial_1}^2} \right) + (2R_{z_2} - G) \cdot (\varphi_{x_{max}} - f) \right]. \quad (3.92)$$

Підставляючи (3.92) в нерівність (3.89), отримаємо в результаті перетворень

$$R_{z_2} > G. \quad (3.93)$$

Таким чином, тяговий режим на передніх колесах виникнути не може при гальмуванні, оскільки

$$R_{z_2} < G. \quad (3.94)$$

3.3 Вплив зсуву центру тяжіння автомобіля на величину кінематичного радіуса колеса

### 3.3.1 Формування теоретичної гіпотези.

Зміна радіуса кочення колеса істотно впливає на експлуатаційні якості автомобіля [45, 48]. Зменшення радіуса коліс призводить до підвищеної деформації його покриття, що тягне за собою додаткові гістерезисні втрати при русі автомобіля.

У вантажних автомобілів спостерігається перерозподіл навантаження по його осях, тому що маса вантажу, що перевозиться, може значно перевищувати його власну масу. Різна зміна навантаження на осі буде приводити до різного зменшення радіусів його коліс. При експлуатації автомобіля в повнопривідному режимі необхідно враховувати кінематичну неузгодженість, що виникає внаслідок цього. Змінюючи тиск повітря в шинах можна змінювати їх радіуси і тим самим мінімізувати кінематичну неузгодженість.

Щоб зробити радіуси коліс однаковими, необхідно знати залежності їх зміни від навантаження і тиску повітря.

Результати досліджень, проведені рядом авторів [45, 48, 115] показали, що радіус кочення колеса для кожного типу шини  $T_u$  залежить від тиску в ній  $P_e$  і вертикального навантаження  $F_e$ , що діє на неї

$$r_k = f(F_e, P_e, T_u). \quad (3.95)$$

В залежності від цих параметрів радіус колеса змінюється в широкому діапазоні, із загальною тенденцією його зменшення при зменшенні тиску і збільшенні навантаження.

Стендові випробування визначення впливу цих параметрів на радіус коліс не відображають фактичну картину їх зміни при русі автомобіля для кожного з коліс окремо, тому що перерозподіляється навантаження на колеса, змінюється їх температура і змінюється жорсткість покриття [45, 48, 115].

Складність одночасного врахування багатьох факторів і їх взаємного впливу вимагають детального експериментального дослідження фактичної зміни радіусів всіх коліс автомобіля при його експлуатації.

Задачу розглянемо в двокоординатній площині (рис. 3.4).

Вважаємо, що відомі координати центру ваги ненавантаженого автомобіля, вага і положення центру ваги вантажу. Використовуючи метод групування, нові координати центру ваги системи вантаж-автомобіль визначимо з виразів

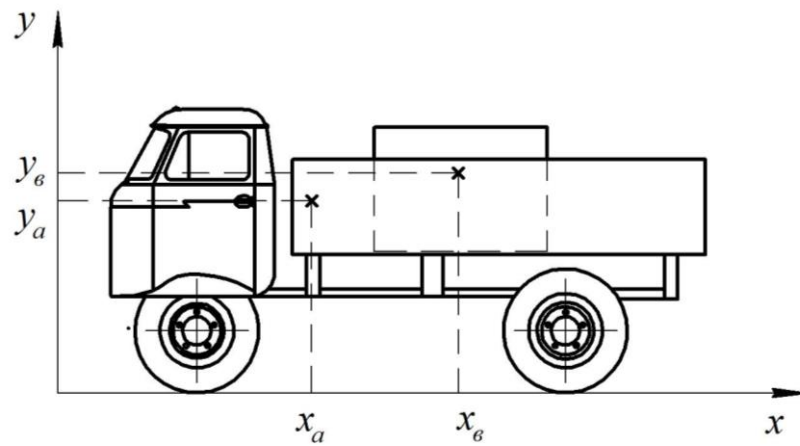
$$x_{в.а.} = \frac{\sum x_i G_i}{G}; \quad (3.96)$$

$$y_{в.а.} = \frac{\sum y_i G_i}{G}, \quad (3.97)$$

де

$$G = \sum_1^2 G_i; \quad (3.98)$$

де  $G_i$  – вага частин автомобіля і вантажу.



$x_a, y_a$  – координати центру ваги автомобіля,

$x_e, y_e$  – координати центру ваги вантажу

Рисунок 3.4 – Координати центрів ваги автомобіля і вантажу в двокоординатній площині

У нашому випадку рівняння (3.96) і (3.97) будуть складатися з двох доданків, і нові координати центру ваги будуть

$$x_{ц.м.} = \frac{x_a G_a + x_e G_e}{G_a + G_e}; \quad (3.99)$$

$$y_{ц.м.} = \frac{y_a G_a + y_e G_e}{G_a + G_e}. \quad (3.100)$$

де  $G_a$  – маса автомобіля;

$G_e$  – маса вантажу.

Вирішуючи поставлене завдання з визначення центра ваги стільки раз, скільки разів збільшували вантаж, отримаємо траєкторію зміщення центру ваги

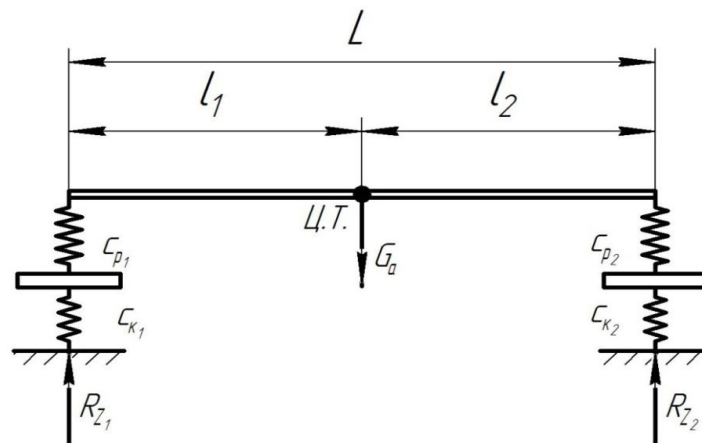
$$x_{ц.м.} = f(G), \quad (3.101)$$

яку з високим ступенем вірогідності можна представити у вигляді

$$\Delta l = k \cdot \Delta G, \quad (3.102)$$

де  $\Delta G$  – величина збільшення маси вантажу.

При вирішенні задачі будемо розглядати автомобіль як систему пружно пов'язаних твердих тіл (рис. 3.5). Маси всіх елементів автомобіля прийемо зосередженими. Будемо вважати, що розподіл мас автомобіля майже симетричний щодо передньої поздовжньої площини. Жорсткості пружних елементів вважаємо змінними. При прийнятих умовах автомобіль можна представити наступною розрахунковою схемою, замінивши схему з розподіленими параметрами схемою із зосередженими параметрами.



Ц.Т. – центр ваги автомобіля;  $L$  – база автомобіля;

$c_{p1}$  і  $c_{p2}$  – жорсткість передніх і задніх пружних елементів підвіски

відповідно;  $c_{k1}$  і  $c_{k2}$  – жорсткість передніх і задніх коліс;

$R_{z1}$  і  $R_{z2}$  – реакції на передніх і задніх колесах;  $l_1$  і  $l_2$  – відстань від осей до

центру ваги автомобіля;  $G_a$  – маса автомобіля

Рисунок 3.5 – Схема балансу сил, які діють на підвіску автомобіля

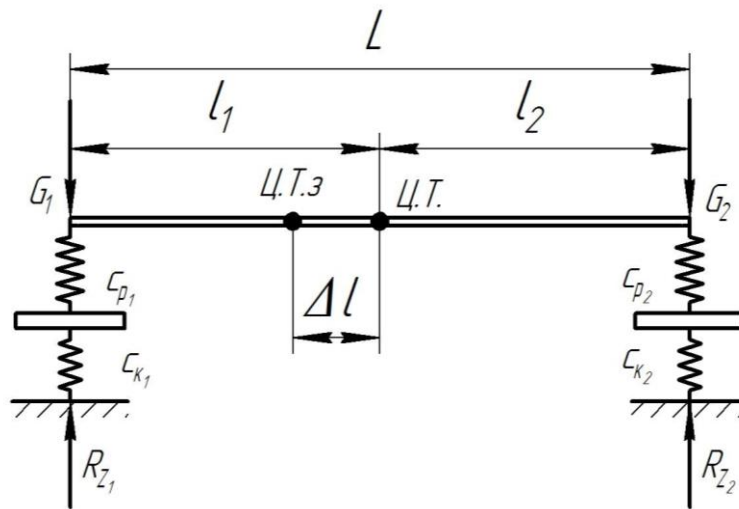
в спокої

Згідно з умовою рівноваги важеля, зусилля на опорах запишемо у вигляді

$$G_1 = \frac{G_a \cdot l_2}{L}; \quad (3.103)$$

$$G_2 = \frac{G_a \cdot l_1}{L}. \quad (3.104)$$

При збільшенні ваги автомобіля на величину  $\Delta G$  його центр ваги зміститься на величину  $\Delta l$ . Тоді розрахункова схема автомобіля набуде вигляду (рис. 3.6)



Ц.Т.з – зміщений центр ваги автомобіля,

$\Delta l$  – відстань від старого до нового центру ваги автомобіля

Рисунок 3.6 – Схема балансу сил, діючих на підвіску автомобіля

в спокої при збільшенні навантаження

Запишемо рівняння (3.103) і (3.104) з урахуванням зміни маси автомобіля і зміщення центру мас

$$G_1 = \frac{(G_a + \Delta G) \cdot (l_2 + \Delta l)}{L}; \quad (3.105)$$

$$G_2 = \frac{(G_a + \Delta G) \cdot (l_1 - \Delta l)}{L}. \quad (3.106)$$



Підставивши (3.102) в рівняння (3.106), отримаємо

$$G_2 = \frac{G_a \cdot l_1}{L} + \frac{l_1 - k \cdot G_a}{L} \cdot \Delta G - \frac{k}{L} \cdot \Delta G^2. \quad (3.107)$$

Позначимо

$$\frac{G_a \cdot l_1}{L} = c; \quad (3.108)$$

$$\frac{l_1 - k \cdot G_a}{L} = b; \quad (3.109)$$

$$\frac{k}{L} = a, \quad (3.110)$$

і тоді вираз (3.107) набуде більш зручного для аналізу вигляду квадратного тричлена,

$$-a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0. \quad (3.111)$$

Аналіз його показує, що в разі  $b \cdot x > a \cdot x^2$ , то  $G_2$  – зростає, а якщо  $b \cdot x < a \cdot x^2$ , то  $G_2$  – зменшується.

Сумарна жорсткість підвіски визначається жорсткістю всіх її елементів. При моделюванні будемо враховувати сумарну жорсткість пружного елемента і шини, з'єднаних послідовно [25, 33].

Тоді

$$c_c = \frac{c_y \cdot c_{ш}}{c_y + c_{ш}}, \quad (3.112)$$

де  $c_y$  – жорсткість пружного елемента;

$c_{ш}$  – жорсткість шини.

Автомобільна шина має пружність в радіальному, бічному і тангенціальному напрямках, яка залежить від її технології виконання, статичного навантаження і тиску повітря в ній [45, 48, 115].

Під час експлуатації автомобіля його шина піддається різним навантаженням, що може істотно змінювати її початкові параметри (тиск повітря в шині, температура, вертикальне навантаження, тощо). Багатьма авторами доведено, що жорсткість шини змінюється при зміні навантаження і тиску в ній, причому характер цих залежностей носить нелінійний характер [45, 48, 115].

Жорсткість автомобільної ресори, як пружного елемента, теж не лінійна [25, 33, 115], і вона збільшується зі збільшенням навантаження.

Отже, жорсткість всієї опори також буде носити нелінійний характер.

Величину деформації опори можна визначити з рівняння

$$\delta = \frac{F_{нав}}{c_o}, \quad (3.113)$$

де  $F_{нав}$  – навантаження на опору.

Величина деформації опори залежить від жорсткості системи, а тому вона носить нелінійний характер. Тому і величина деформації опори буде також нелінійна. З огляду на аналіз рівняння (3.107) можна висунути гіпотезу, що при зміщенні центра ваги можуть виникнути умови, при яких крива зміни радіуса колеса може мати точку екстремуму.

3.3.2 Проведення експериментального дослідження з метою підтвердження висунутої гіпотези.

Для реального визначення зміни величини радіусів коліс при різному навантаженні і тиску в шинах слід провести експериментальне дослідження на автомобілі для всіх коліс окремо.

З цією метою проведено експеримент на повнопривідному автомобілі УАЗ–3303 (рис. 3.7). На автомобілі встановлені шини, рекомендовані заводом-виробником, зі зносом протектора не більше 10%.

В експериментальному дослідженні автомобіль встановлювався на горизонтальній ділянці дороги без поздовжнього і поперечного ухилу дороги на жорсткому зчепленні з аналогічним автомобілем. Зчіпка рушала з місця і фіксувався шлях, пройдений кожним колесом автомобіля за 10 обертів.

Масу вантажу в кузові автомобіля збільшували від 0 до 900 кг через кожні 300 кг. Його розміщували таким чином, щоб не виникало перекидного моменту щодо задньої осі. Тиск в шинах змінювався від  $0,7 \cdot 10^5$  Па до  $2,7 \cdot 10^5$  Па через  $0,5 \cdot 10^5$  Па.

ДСТУ 4521: 2006 «Техніка сільськогосподарська мобільна. Норми дії ходових систем на ґрунт» встановлює максимальний тиск на ґрунт рушіїв, який в весняний період має становити не більше  $0,8 \cdot 10^5$  Па. У практиці експлуатації автомобіля для підвищення його стійкості при перевантаженнях, тиск в шинах підвищують до  $2,7 \cdot 10^5$  Па. Виходячи з вимог заводу-виробника, а також різних експлуатаційних факторів, автомобіль експлуатується в діапазоні зміни тисків в шинах від  $0,8 \cdot 10^5$  Па до  $2,7 \cdot 10^5$  Па.

Навантаження на автомобіль реалізовували шляхом рівномірного розміщення площиною кузова мішків з піском масою 30 кг кожен. Похибка вимірювання склала  $\pm 100$  г на один мішок. При цьому вважаємо, що вологість вантажу під час проведення експерименту не змінюється. Максимальна кількість мішків – 30 од.



Рисунок 3.7 – Автомобіль УАЗ–3303 під час експериментальної перевірки висунутої гіпотези

Згідно довідковій літературі [116] в спорядженому стані навантаження на осі автомобіля складає 55% на передню вісь і 45% на задню вісь відповідно. При повній масі навантаження на передню вісь складає 45% і 55% на задню вісь, що свідчить про значний перерозподіл вертикального навантаження на осі автомобіля під час його експлуатації.

Тиск в шинах вимірювався двома зразковими манометрами ГОСТ 6521–72 з верхньою межею вимірювання у першого  $10^6$  Па і точністю вимірювання  $0,05 \cdot 10^5$  Па, та  $2,5 \cdot 10^5$  Па у другого з точністю вимірювання  $0,015 \cdot 10^5$  Па.

Радіус колеса в кожному експерименті визначався за формулою

$$r = \frac{S}{2\pi \cdot n}, \quad (3.114)$$

де  $S$  – шлях, пройдений кожним колесом автомобіля;

$n$  – число обертів коліс.

Двофакторне експериментальне дослідження проводилося на горизонтальній ділянці дороги в суворій відповідності до розробленого плану, який наведено в таблиці 3.1.

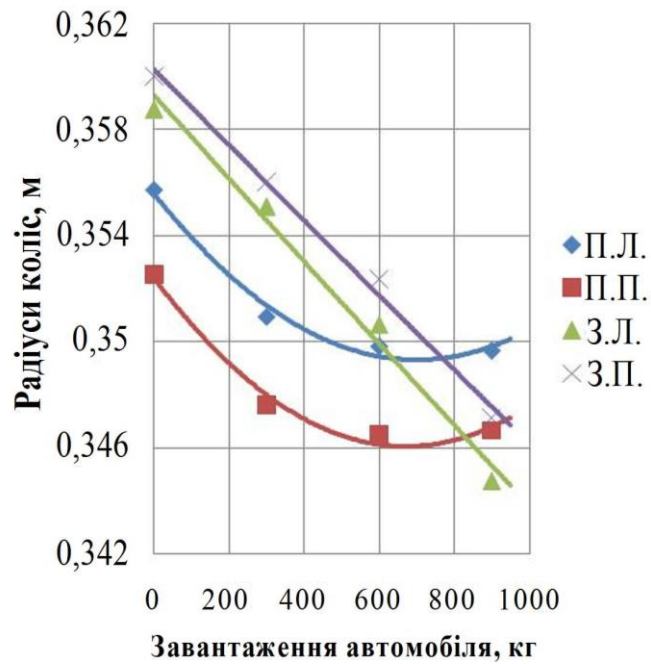
Таблиця 3.1 – План проведення двофакторного експерименту

Навантаження	Тиск				
$G_1$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$
$G_2$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$
$G_3$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$
$G_4$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$

Результати проведеного експериментального дослідження зведені в таблицю і наведені в додатку В. За даними таблиці В.1 побудовано графіки залежності радіуса кочення коліс автомобіля УАЗ–3303 від величини завантаження автомобіля при різних значеннях тиску повітря в шинах. Графіки наведено на рисунках 3.7 - 3.11. Отримані експериментальні криві апроксимувались поліномом виду

$$r_k = a_0 + a_1 \cdot G + a_2 \cdot G^2 + \dots + a_k \cdot G^n, \quad (k < n). \quad (3.115)$$

Апроксимацію проводили в програмному пакеті Microsoft Excel.

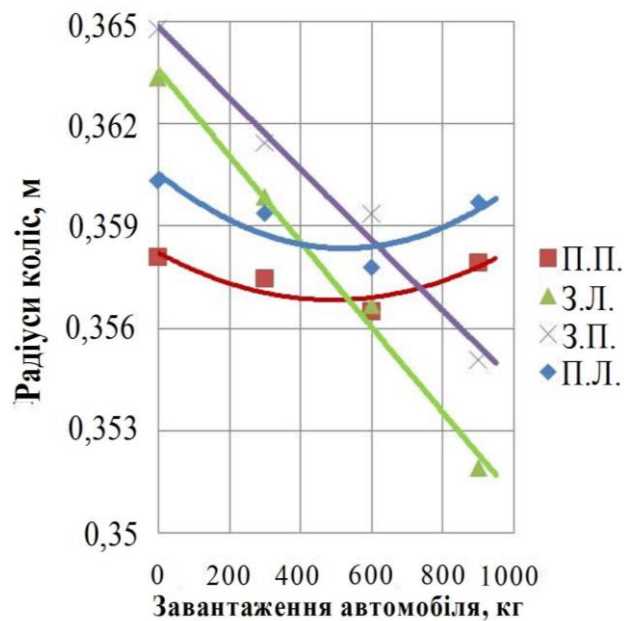


П.Л. – переднє ліве колесо; П.П. – переднє праве колесо;

З.Л. – заднє ліве колесо; З.П. – заднє праве колесо

Рисунок 3.7 – Зміна радіусів коліс автомобіля УАЗ–3303 при фіксованому тиску у всіх шинах ( $0,7 \cdot 10^5$  Па)

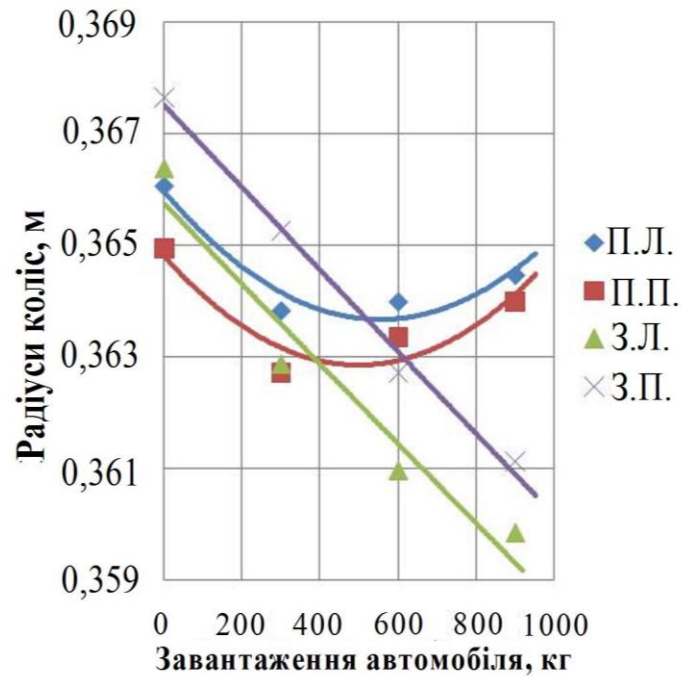
від завантаження автомобіля



П.Л. – переднє ліве колесо; П.П. – переднє праве колесо;

З.Л. – заднє ліве колесо; З.П. – заднє праве колесо

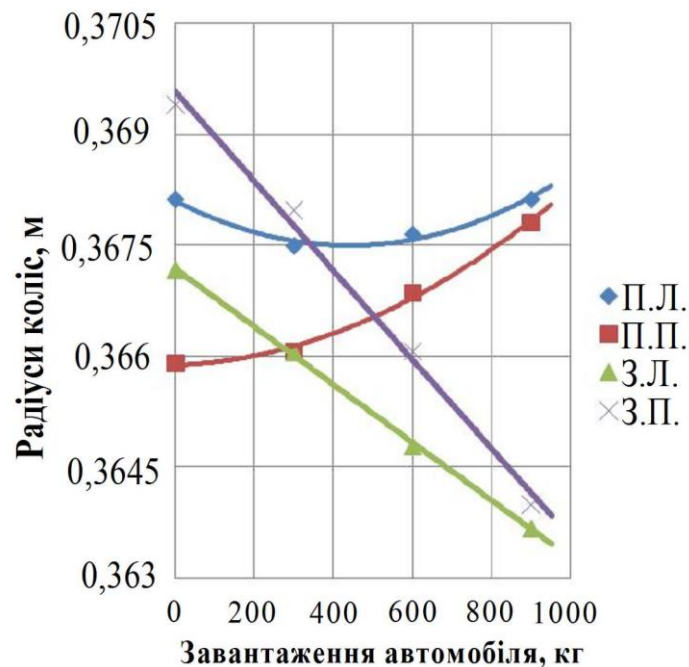
Рисунок 3.8 – Зміна радіусів коліс автомобіля УАЗ–3303 при фіксованому тиску у всіх шинах ( $1,2 \cdot 10^5$  Па) від завантаження автомобіля



П.Л. – переднє ліве колесо; П.П. – переднє праве колесо;

З.Л. – заднє ліве колесо; З.П. – заднє праве колесо

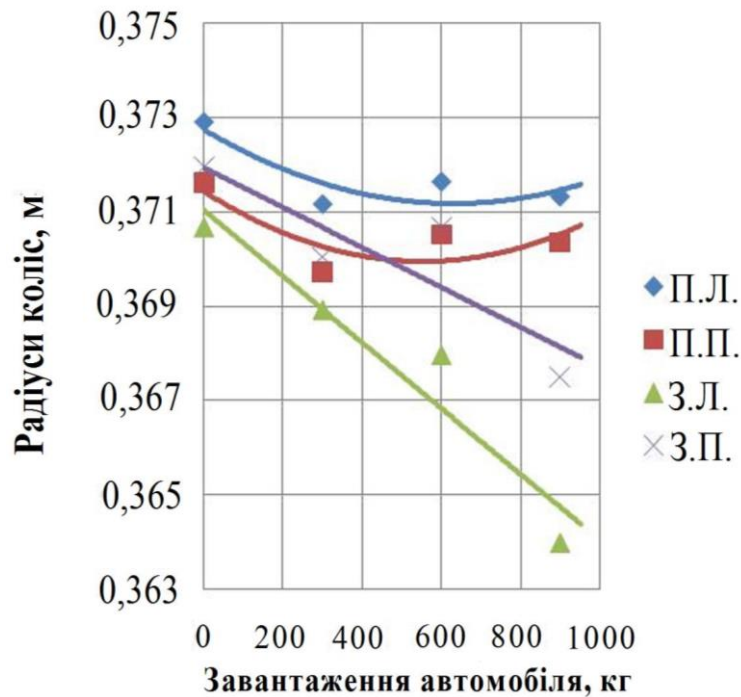
Рисунок 3.9 – Зміна радіусів коліс автомобіля УАЗ-3303 при фіксованому тиску у всіх шинах ( $1,7 \cdot 10^5$  Па) від завантаження автомобіля



П.Л. – переднє ліве колесо; П.П. – переднє праве колесо;

З.Л. – заднє ліве колесо; З.П. – заднє праве колесо

Рисунок 3.10 – Зміна радіусів коліс автомобіля УАЗ-3303 при фіксованому тиску у всіх шинах ( $2,2 \cdot 10^5$  Па) від завантаження автомобіля



П.Л. – переднє ліве колесо; П.П. – переднє праве колесо;

З.Л. – заднє ліве колесо; З.П. – заднє праве колесо

Рисунок 3.11 – Зміна радіусів коліс автомобіля УАЗ–3303 при фіксованому тиску у всіх шинах ( $2,7 \cdot 10^5$  Па) від завантаження автомобіля

Таким чином, встановлено, що при зміні навантаження на автомобіль залежність  $r_{\kappa} = f(G)$  можна представити у вигляді

$$r_{\kappa} = a \cdot G^2 + b \cdot G + c, \quad (3.116)$$

де коефіцієнти  $a$ ,  $b$ ,  $c$  визначаються в результаті експерименту.

При  $a > 0$  і  $b^2 - 4ac > 0$   $\Delta l$  буде  $> 0$ , і функція має екстремум в точці

$$G = -\frac{b}{2 \cdot a}. \quad (3.117)$$

Звідси випливає, що при підході до точки екстремуму ліворуч, величина радіуса буде зменшуватися, а потім збільшуватися праворуч від точки екстремуму.



Таким чином, зміна радіуса колеса автомобіля залежить як від величини вантажу, що перевозиться автомобілем, так і від зсуву центру тяжіння, що підтверджено експериментально.

3.4 Визначення величини енергії, що витрачається на зминання шин повнопривідного тягово-транспортного засобу при русі з блокованим приводом

Розглянемо рух автомобіля з колісною формулою 4x4 на прямолінійній ділянці шляху, на вибігу з включеним або вимкненим переднім мостом.

При русі з вимкненим переднім мостом, кожне з коліс котиться вільно. Включення трансмісії жорстко пов'язує дві колісні осі і при різних радіусах кочення коліс виникає додаткова сила опору руху. Отже, вирівнювання радіусів коліс має велике практичне значення.

$$F_{опир\ дод.} = f(P, G, T), \quad (3.118)$$

де  $P$  – тиск в шині;

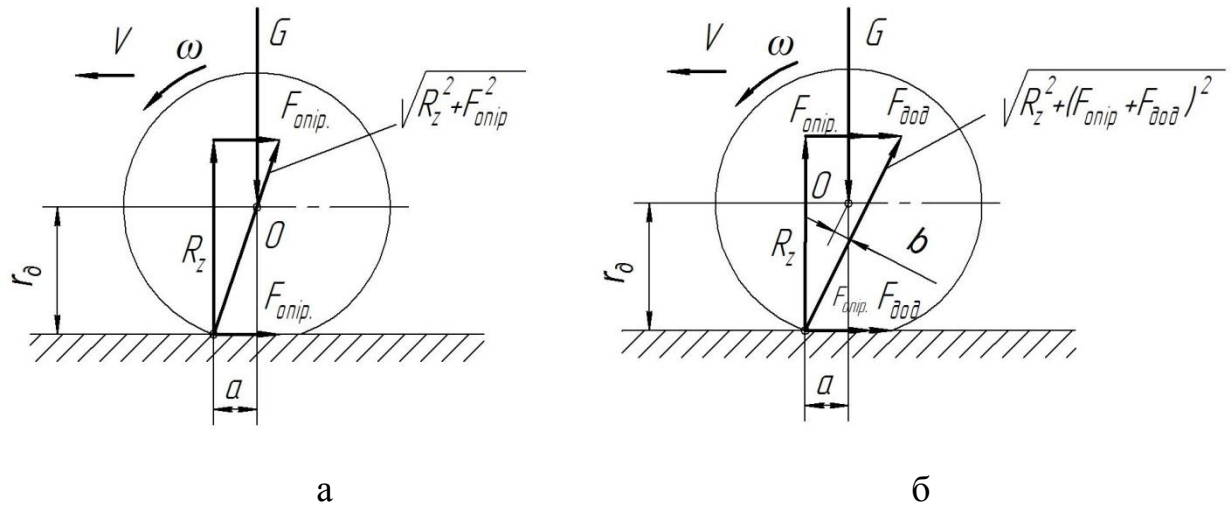
$G$  – навантаження на колесо;

$T$  – тип шини.

Отримати аналітичну залежність для визначення  $F_{опир\ дод.}$  досить складне завдання [48].

Розглянемо сили і моменти, що діють на шину, яка котиться вільному режимі та під дією додаткової сили опору руху. У кожному разі в області контакту виникають поздовжні сили зчеплення, сукупність яких дає діючі на протектор результуючі сили –  $F_{рез.віль.}$ ,  $F_{рез.дод.}$ , і вектор реакції на навантаження  $G$  проходить на малій відстані  $a$  перед центром контакту.

У разі випадку, коли шина котиться вільно, результуюча сила (рис. 3.12) проходить через точку  $O$ .



а – вільне кочення;

б – кочення з додатковим опором коченню (з гальмуванням)

Рисунок 3.12 – Сили і моменти, що діють на шину

$$F_{\text{рез. вил.}} = \sqrt{R_z^2 + F_{onip.}^2}. \quad (3.119)$$

При коченні з додатковою силою опору коченню,  $F_{\text{рез. вил.}}$  зростає до значення  $F_{\text{вил.+дод.}}$  і тепер результуюча сила  $\sqrt{R_z^2 + F_{\text{вил.+дод.}}^2}$  має плече « $b$ » відносно центру колеса « $O$ ».

Складемо для стаціонарних умов рівняння моментів відносно точки « $O$ ».

$$r_\delta \cdot F_{onip.} = R_z \cdot a; \quad (3.120)$$

$$F_{onip.} = R_z \left( \frac{a}{r_\delta} \right); \quad (3.121)$$

$$F_{onip.+дод.} = \frac{M_{\text{дод.}}}{r_\delta} + R_z \left( \frac{a}{r_\delta} \right), \quad (3.122)$$

де  $r_\delta$  – відстань від центру колеса до дороги.

З цих рівнянь випливає, що сили  $F_{\text{рез. вил.}}$  і  $F_{\text{вил.+дод.}}$  змінюються за рахунок впливу навантаження і геометрії шини.

Таким чином, при вільному коченні автомобіля з чотирма колесами

$$F_{рез. вил.} = \sum_{i=1}^4 \sqrt{R_z^2 + F_{onip.}^2}, \quad (3.123)$$

де  $i$  – номер колеса.

Сумарна сила опору руху ТТЗ при русі в режимі повного приводу з заблокованим міжосьовим диференціалом

$$F_{рез. вил.+ дод.} = \sum_{i=1}^2 \sqrt{R_z^2 + F_{onip.}^2} + \sum_{i=1}^2 \sqrt{R_z^2 + F_{onip.+ дод.}^2}. \quad (3.124)$$

При русі за інерцією швидкість автомобіля почне знижуватися під дією цих сил опору.

Щоб подолати цей опір автомобілю необхідно виконати роботу [25]

$$A = \int_0^s F_1 ds + \int_0^s F_2 ds, \quad (3.125)$$

де

$$F_1 = \sum_{i=1}^2 \sqrt{R_z^2 + F_{onip.}^2}; \quad (3.126)$$

$$F_2 = \sum_{i=1}^2 \sqrt{R_z^2 + F_{onip.+ дод.}^2}. \quad (3.127)$$

Виконана робота еквівалентна кінетичній енергії, тому що колесо бере участь в поступальному і обертальному русі одночасно, це його кінетична енергія [33, 45, 48]

$$W_{\kappa} = W_{\kappa. нос} + W_{\kappa. оп} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}, \quad (3.128)$$

де  $v$  – лінійна швидкість колеса [48];

$\omega$  – кутова швидкість.

$$V = \omega \cdot R_{ef}, \quad (3.129)$$

де  $R_{ef}$  – ефективний (динамічний) радіус кочення.

При коченні з гальмуванням швидкість протектора шини прагне не відстати від швидкості автомобіля і на це потрібна додаткова кінетична енергія, яка визначається наступним чином

$$\Delta w = \left( \frac{J_1 \omega_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} \right) - \left( \frac{J_2 \omega_2^2}{2} + \frac{mv_2^2}{2} \right) = J_1 \frac{v_1^2}{2R_1^2} - J_2 \frac{v_2^2}{2R_2^2}, \quad (3.130)$$

де індекс (1) присвоєно колесу, яке вільно котиться, а індекс (2) гальмуючому.

Момент інерції тіла залежить від його радіуса інерції.

Якщо у найбільш простому випадку, коли момент інерції колеса, як суцільного диска, прийняти

$$J_k = \frac{1}{2} m_k \cdot R^2, \quad (3.131)$$

та оговоривши що їх маса однакова, то можна отримати наступний важливий висновок, підставивши (3.131) в (3.130) і опускаючи проміжні викладення, отримаємо

$$\Delta w = \frac{m_k}{4} (v_1^2 - v_2^2), \quad (3.132)$$

тобто величину кінетичної енергії, яка йде на деформацію шини.

З формули випливає, що при рівності швидкостей деформації шини не відбувається.

При малих значеннях різниці радіусів кочення і зміни умов руху може відбутися зміна осі, яка вільно котиться, і осі, яка гальмує, і шини, що деформуються, якби міняються місцями (створюючи ілюзію циркуляції потужності). Система розімкнута, і циркуляція в ній не може мати місця.

Щоб визначити кількісно сили опору через велику кількість діючих факторів, доцільно провести натурний експеримент і його результати використовувати для подальших досліджень і розробок.

### Висновки за розділом 3

1. Отримане рівняння (3.12) дозволяє визначити величину і напрямок дотичної реакції в контакті жорсткого автомобільного колеса з дорогою при дії активних крутильного моменту і штовхаючої сили і умови відсутності ковзання або буксування.

2. Рівномірний рух колеса можливий тільки при малих значеннях активних крутильного моменту і штовхаючої сили, спрямованих в одну сторону. Дотична реакція на колесі в цьому випадку дорівнює штовхаючій силі, але спрямована в протилежний бік.

3. Отримана нерівність (3.22) виражає умови ковзання (буксування) жорсткого автомобільного колеса при дії на нього активних крутильного моменту і штовхаючої сили. При невиконанні зазначеної умови і позитивному напрямку дотичної реакції колесо буксує, а при негативному напрямку – ковзає.

4. В результаті проведеного дослідження визначено умови, за яких кочення колеса буде відбуватися в тяговому, гальмівному або вільному режимі при одночасній дії крутильного і гальмівного моментів.

5. При блокуванні приводу передніх і задніх ведучих коліс повнопривідної машини в процесі гальмування не відбувається кочення в тяговому режимі коліс осі, що знаходяться в гірших умовах зчеплення.

6. Отримані аналітичні вирази дозволяють уточнити розподіл гальмівних сил між осями повнопривідної колісної машини при блокуваному приводі передніх і задніх коліс в процесі гальмування.

7. В результаті проведеного дослідження визначено умови, при яких збільшення вертикального навантаження на автомобіль може призводити до збільшення радіусу кочення коліс.

8. Отримано експериментальні залежності зміни радіуса кожного з коліс автомобіля УАЗ-3303 при різних тисках і навантаженнях з урахуванням зміщення його центру ваги, при цьому виявлено, що у передніх коліс залежність  $r_k = f(G)$  має точку перегину, координати якої визначаються експериментально. Для зазначеного автомобіля точка перегину спостерігається при масі вантажу 500 кг при різних значеннях тиску в шинах. Визначено, що при зміні завантаження автомобіля УАЗ-3303 та при однаковому значенні тиску  $P$  в усіх шинах, зміна радіусів передніх і задніх коліс відбувається за різними залежностями та на різну величину. Так, при  $P = 0,7 \cdot 10^5$  Па та збільшенні маси вантажу з 0 до 900 кг, зміна радіусів передніх коліс складає 0,006 м, а задніх коліс – 0,016 м, що у 2,7 разів більше. Це суттєво впливає на величину кінематичного розузгодження в трансмісії автомобіля.

9. Отримано залежність величини кінетичної енергії, яка витрачається на деформацію шин повнопривідного ТТЗ при русі з блокуваним приводом.

10. Виявлено, що величина енергії, що витрачається, прямопропорційна різниці квадратів швидкостей ведучих коліс повнопривідного ТТЗ при русі з блокуваним приводом.

11. Встановлено, що витрати енергії прагнуть до нуля при рівності лінійних швидкостей кожного з ведучих коліс повнопривідного ТТЗ, при цьому не виникає кінематичне розузгодження в трансмісії ТТЗ.

Основні результати дослідження по даному розділу опубліковані в роботах [1, 3, 4, 7, 8, 9, 10, 16, 17, 18].

## РОЗДІЛ 4

### ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ПОВНОПРИВІДНОГО АВТОМОБІЛЯ ПРИ ЗМІНІ ТИСКУ В ШИНАХ І НАВАНТАЖЕННЯ НА КОЛЕСА

#### 4.1 Цілі і завдання експериментальних досліджень

Мета експериментальних досліджень – визначення впливу зміни тиску в шинах і завантаження повнопривідного ТТЗ на опір руху при різних кінематичних схемах трансмісії і визначення умов їх рівності. Видача рекомендацій для практичного використання отриманих результатів.

Завдання експериментальних досліджень:

- визначення вибігу автомобіля по інерції при різних тисках в шинах і вертикальних навантаженнях на осі автомобіля з різним кінематичним зв'язком в трансмісії;
- визначення зміни кінематичного радіуса колеса від тиску в шинах і навантаження автомобіля;
- математична обробка результатів досліджень і побудова відповідних графіків;
- видача рекомендацій для створення системи автоматичного регулювання, що забезпечує рівність радіусів коліс.

#### 4.2 Методика проведення експерименту

##### 4.2.1 Умови проведення експериментальних досліджень.

Дослідження проводилися на повнопривідному автомобілі УАЗ–3303 (рис. 4.1). Відповідно до рекомендацій заводу-виробника, тиск в шинах передньої і задньої осі автомобіля –  $2,2 \cdot 10^5$  Па, максимальна маса вантажу, що перевозиться – 800 кг.



Рисунок 4.1 – Автомобіль УАЗ–3303 в процесі проведення експериментального дослідження

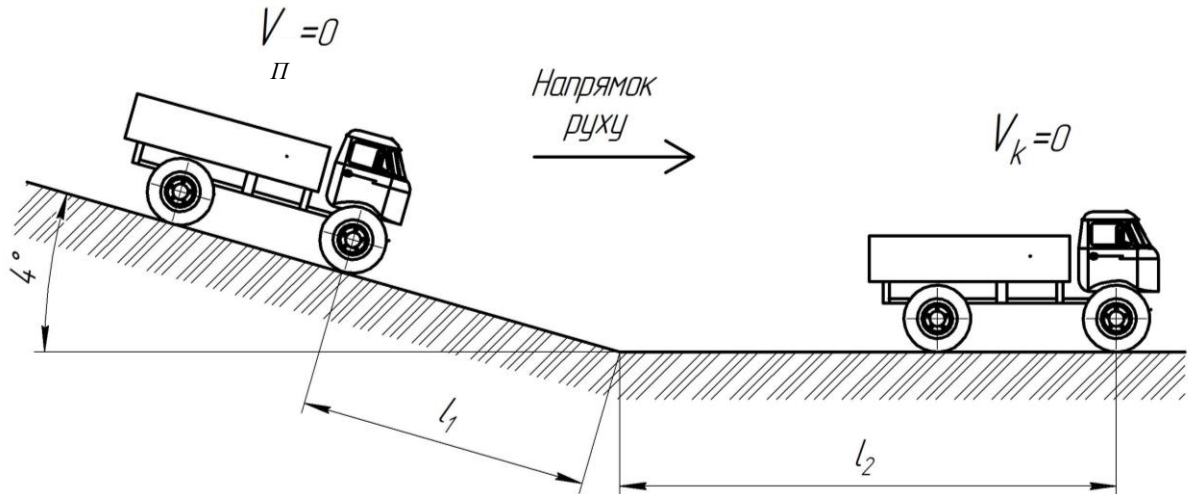
Дослідження проводилися на сухій дорозі з рівним асфальтовим покриттям на ділянці траси «Зміїв – Таранівка» довжиною 400 метрів (рис. 4.2).



Рисунок 4.2 – Ділянка траси «Зміїв – Таранівка» довжиною 400 метрів на якій проводилися дорожні експериментальні дослідження повнопривідного автомобіля УАЗ–3303



Профіль дороги був обраний таким чином, щоб можна було розігнати автомобіль ухилом з вимкненим двигуном, а потім продовжити його рух на прямолінійній ділянці шляху до повної зупинки. Схема поздовжнього профілю ділянки дороги, на якій проводився експеримент, представлена на рисунку 4.3.

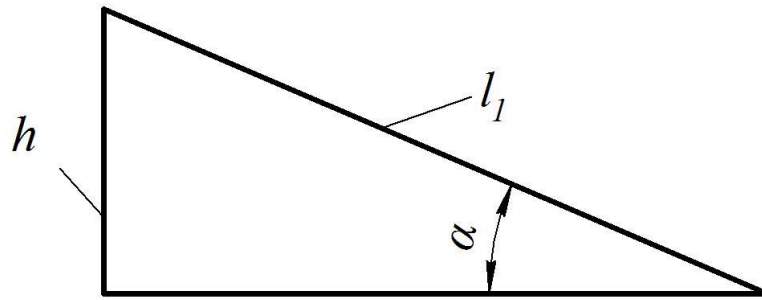


$V_{\text{П}}$  – початкова швидкість автомобіля;  $V_{\text{к}}$  – кінцева швидкість автомобіля;  
 $l_1$  – відстань пройдена автомобілем (на ділянці з поздовжнім ухилом) під час розгону;  $l_2$  – довжина вибігу автомобіля (на горизонтальній ділянці дороги) після розгону

Рисунок 4.3 – Схема поздовжнього профілю дороги при проведенні експерименту

Схема визначення поздовжнього кута нахилу ділянки дороги представлена на рисунку 4.4. Кут нахилу ділянки дороги довжиною  $l_1 = 162$  м визначався з використанням даних супутникової геодезичної зйомки (фіксувалася різниця висот між верхньою і нижньою точками ухилу дороги,  $h = 14$  м) за формулою

$$\alpha = \arccos \frac{h}{l_1}. \quad (4.1)$$



$h$  – різниця висот між верхньою і нижньою точками ухилу дороги;

$l_1$  – довжина ділянки дороги на якій розганявся автомобіль;

$\alpha$  – поздовжній кут нахилу дороги

Рисунок 4.4 – Схема визначення поздовжнього кута нахилу ділянки дороги для проведення експерименту

В результаті розрахунку за формулою 4.1 поздовжній кут ухилу розглянутої ділянки дороги склав  $\alpha=4^0$ , що відповідає ухилу в 7%.

Довжина горизонтальної ділянки дороги становить не менше  $l_2 = 250$  м.

4.2.2 Параметри які змінюються і реєструються під час експерименту.

Під час експерименту реєструвалися такі параметри:

- маса вантажу в автомобілі;
- тиск в шинах передньої осі;
- тиск в шинах задньої осі;
- колісна формула автомобіля;
- довжина вибігу автомобіля на горизонтальній ділянці дороги.

При цьому перші чотири з перерахованих параметрів є змінними в ході експериментального дослідження, а останній є таким, що визначається (реєструється).

Зміна маси вантажу в кузові автомобіля і тиску в шинах здійснювалося аналогічно експериментальному дослідженню визначення радіусів кочення

колiс повнопривiдного автомобiля УАЗ–3303 (див. пункт 3.3). Маса вантажу варiювалася в дiапазонi вiд 0 до 900 кг з кроком 300 кг (рис. 4.5 а). Тиск в шинах варiювався в дiапазонi вiд  $0,7 \cdot 10^5$  Па до  $2,7 \cdot 10^5$  Па з кроком  $0,5 \cdot 10^5$  Па (рис. 4.5 б).



а

б

Рисунок 4.5 – Змiна варiйованих параметрiв в процесi проведення експериментальних дослiджень: а – маси вантажу; б – тиску в шинах

4.2.3 Устаткування, що застосовується в процесi експериментального дослiдження.

При проведеннi експериментального дослiдження використовувалося наступне устаткування:

- тиск в шинах вимiрювався двома зразковими манометрами ГОСТ 6521–72 з верхньою межею вимiрювання у першого  $10^6$  Па i точнiстю вимiрювання  $0,05 \cdot 10^5$  Па, та  $2,5 \cdot 10^5$  Па у другого з точнiстю вимiрювання  $0,015 \cdot 10^5$  Па;

– маса мішків з піском, які використовуються для завантаження автомобіля в процесі проведення експерименту, вимірювалася згідно ДСТУ EN 45501 діє до: 2017 [101] за допомогою електронних платформених ваг марки ТВ1–150–50–(400x400)–N–12h\* з дискретністю показань 50 гр., межею вимірювань від 1 кг до 150 кг і похибкою вимірювань до  $\pm 100$  гр.

Час вимірювався спортивним секундоміром з точністю до 0,1 секунди, а відстань – металевою рулеткою Р50У3К. Точність виміру рулетки  $\pm 0,4$  мм на кожен метр довжини (ДСТУ 4179–2003).

#### 4.3 Послідовність дій при проведенні експериментальних досліджень

Після установки автомобіля на ділянку дороги з ухилом, водій відпускав педаль гальма. Автомобіль починав рух під дією сили тяжіння. Його розгін тривав на ділянці дороги  $l_1$  (рисунок 4.3) до врівноваження сили тяжіння з силою опору руху, після чого автомобіль рухався з уповільненням до повної зупинки. Довжина пройденого шляху  $l_2$ , після розгону, змінювалася залежно від зміни варійованих параметрів автомобіля (таких як: зміна тиску повітря в шинах автомобіля, завантаженість автомобіля), а також в залежності від того, яка колісна формула при вибігу використовується 4x4 або 4x2. При цьому натискання на педаль гальма, а також обертання кермом не допускалися.

В експерименті встановлювалася залежність

$$S = f(P, G) \quad (4.2)$$

де  $P$  – тиск в шинах автомобіля;

$G$  – маса вантажу, що перевозиться.

Залежність встановлювалася за таких умов:

– змінювався тиск в колесах задньої осі при постійному тиску в передніх колесах. Вибіг проводився при включеному і вимкненому передньому мосту. Включення переднього мосту проводилося після розгону автомобіля ділянкою  $l_1$  (рисунок 4.3) при переході його на горизонтальну ділянку  $l_2$ ;

– змінювався тиск в колесах передньої осі при постійному тиску в задніх колесах. Вибіг проводився при включеному і вимкненому передньому мосту.

Цикли експериментів повторювалися аналогічним чином для різного завантаження автомобіля.

Експеримент для всіх 4-х випадків навантаження проводився за планом, наведеним в таблиці 4.1. Заїзд з одним варіантом варійованих параметрів для збільшення вірогідності результатів дослідження повторювався 5 разів. Загальна кількість дослідів склала 400 заїздів.

Таблиця 4.1 – План експериментального дослідження

№ заїзду	Маса вантажу $m_{в, кг}$	Тиск в шинах передньої осі, Па	Тиск в шинах задньої осі, Па	Колісна формула
1	2	3	4	5
1–5	0	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	2x4
6–10	0	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	4x4
11–15	0	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	2x4
16–20	0	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	4x4
21–25	0	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	2x4
26–30	0	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	4x4
31–35	0	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	2x4
36–40	0	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	4x4
41–45	0	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
46–50	0	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
51–55	0	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
56–60	0	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
61–65	0	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
66–70	0	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
71–75	0	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
76–80	0	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
81–85	0	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
86–90	0	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
91–95	0	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
96–100	0	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
101–105	300	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	2x4
106–110	300	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	4x4
111–115	300	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	2x4
116–120	300	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	4x4
121–125	300	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	2x4
126–130	300	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	4x4
131–135	300	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	2x4
136–140	300	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	4x4

## Продовження таблиці 4.1

1	2	3	4	5
141–145	300	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
146–150	300	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
151–155	300	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
156–160	300	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
161–165	300	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
166–170	300	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
171–175	300	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
176–180	300	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
181–185	300	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
186–190	300	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
191–195	300	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
196–200	300	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
201–205	600	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	2x4
206–210	600	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	4x4
211–215	600	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	2x4
216–220	600	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	4x4
221–225	600	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	2x4
226–230	600	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	4x4
231–235	600	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	2x4
236–240	600	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	4x4
241–245	600	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
246–250	600	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
251–255	600	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
256–260	600	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
261–265	600	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
266–270	600	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
271–275	600	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
276–280	600	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
281–285	600	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
286–290	600	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
291–295	600	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
296–300	600	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
301–305	900	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	2x4
306–310	900	$2,7 \cdot 10^5$	$0,7 \cdot 10^5$	4x4
311–315	900	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	2x4
316–320	900	$2,7 \cdot 10^5$	$1,2 \cdot 10^5$	4x4
321–325	900	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	2x4
326–330	900	$2,7 \cdot 10^5$	$1,7 \cdot 10^5$	4x4
331–335	900	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	2x4
336–340	900	$2,7 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^5$	4x4
341–345	900	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
346–350	900	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
351–355	900	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
356–360	900	$0,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
361–365	900	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
366–370	900	$1,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
371–375	900	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
376–380	900	$1,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
381–385	900	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
386–390	900	$2,2 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4
391–395	900	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	2x4
396–400	900	$2,7 \cdot 10^5$	$2,7 \cdot 10^5$	4x4

#### 4.4 Обробка результатів експериментальних досліджень

В результаті проведення експериментального дослідження отримані значення параметрів, які реєструвалися в кожному заїзді, і зведені в таблиці Д.1 – Д.8 та представлені в додатку Д. Представлені в таблицях додатка Д результати досліджень для всіх груп заїздів оброблялися аналогічно наступним чином. Середнє значення вимірюваної величини, яке вказує центр розподілу, біля якого групуються результати окремих вимірювань, визначалося за формулою [117]

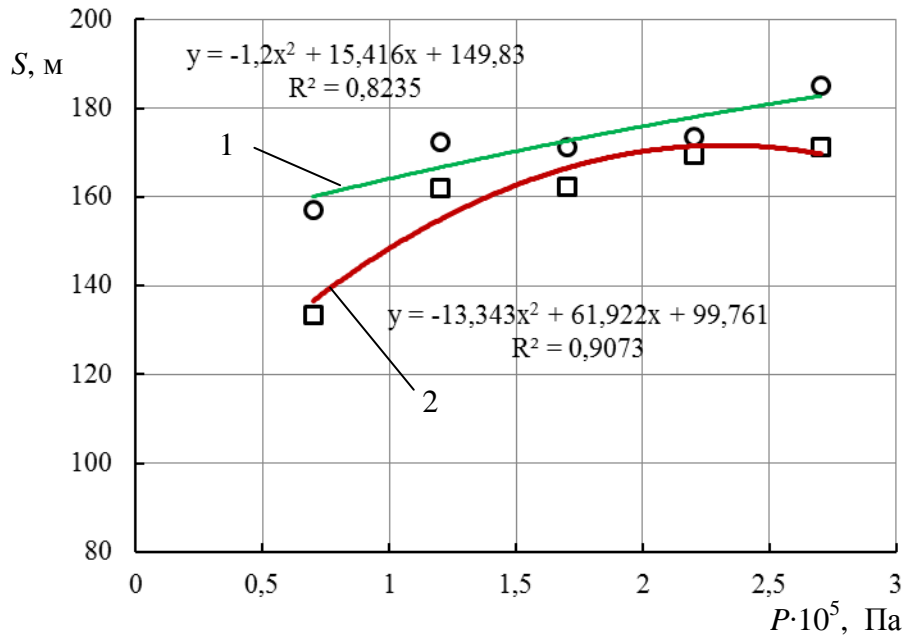
$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (4.3)$$

де  $n$  – кількість дослідів.

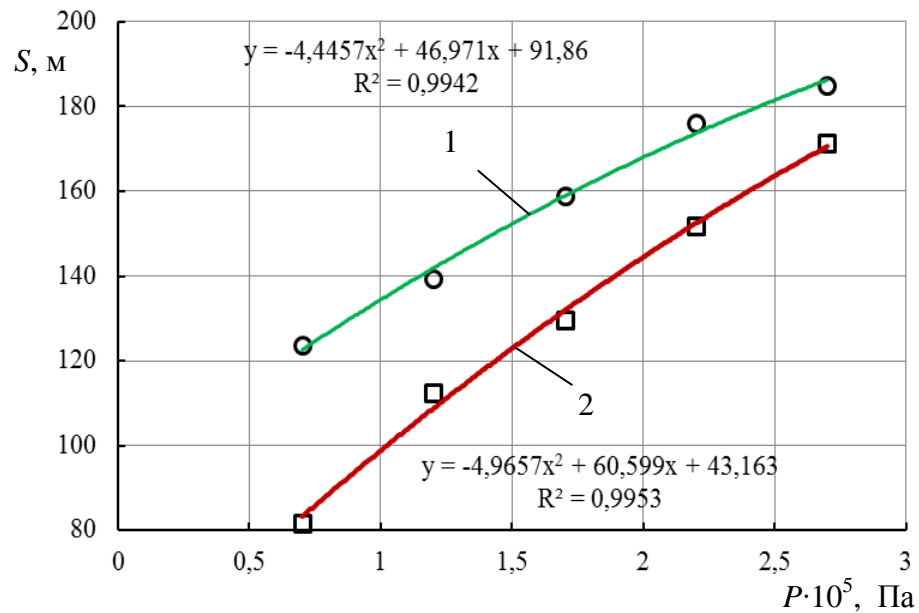
За результатами експериментальних досліджень отримані графіки зміни довжини вибігу автомобіля УАЗ–3303 від зміни тиску в шинах при різних значеннях варійованих параметрів (рис. 4.6 – 4.9), а також отримані відповідні рівняння регресії форми  $y = ax^2 + bx + c$ . Значення коефіцієнтів  $a$ ,  $b$ ,  $c$  рівнянь регресії а також значення коефіцієнта регресії  $R^2$  зведені в таблицю 4.2.

Аналізуючи значення коефіцієнтів регресії отриманих рівнянь слід зазначити низький розкид експериментальних даних. Більшість коефіцієнтів регресії  $R^2$  лежить в діапазоні значень від 0,96 до 0,999 і тільки в двох серіях експериментів він склав відповідно 0,82 і 0,91, що в цілому підтверджує низьку похибку експериментальних даних.

З графіків на рис. 4.6 – 4.9 випливає, що при колісній формулі автомобіля 4x4 спостерігається зменшення довжини вибігу відносно колісної формули 2x4 при тих самих значеннях інших змінних параметрів. Зменшення довжини вибігу автомобіля при колісній формулі 4x4 обумовлене як збільшенням супротиву кочення коліс автомобіля, так і наявністю та ростом додаткових втрат енергії, обумовлених кінематичною розузгодженістю.



а



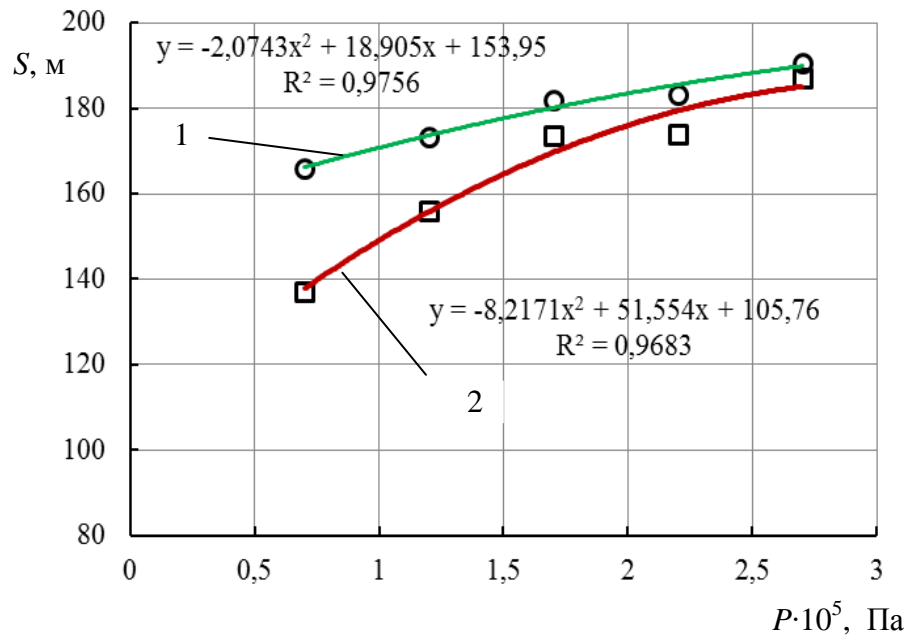
б

1 – вибіг з колісною формулою 2x4;

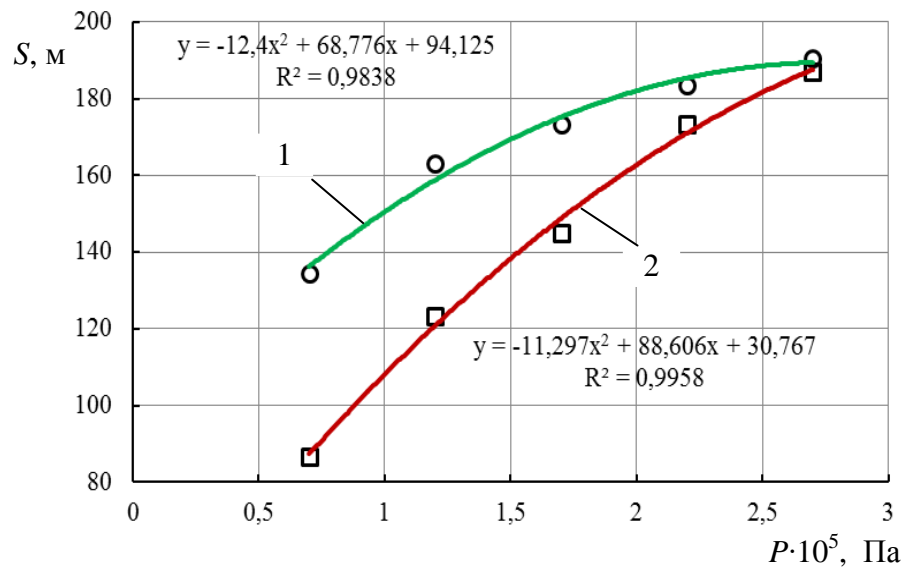
2 – вибіг з колісною формулою 4x4

Рисунок 4.6 – Графіки зміни довжини вибігу незавантаженого автомобіля УАЗ–3303 ( $m_e = 0$  кг) від величини тиску в шинах:  
 а – при зміні тиску в шинах задньої осі в діапазоні від  $P_2 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до  $P_2 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в шинах передньої осі  $P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па; б – при зміні тиску в шинах передньої осі в діапазоні від  $P_1 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до  $P_1 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па





а



б

1 – вибіг з колісною формулою 2x4;

2 – вибіг з колісною формулою 4x4

Рисунок 4.7 – Графіки зміни довжини вибігу автомобіля УАЗ–3303 від

величини тиску в шинах при масі вантажу  $m_g = 300$  кг:

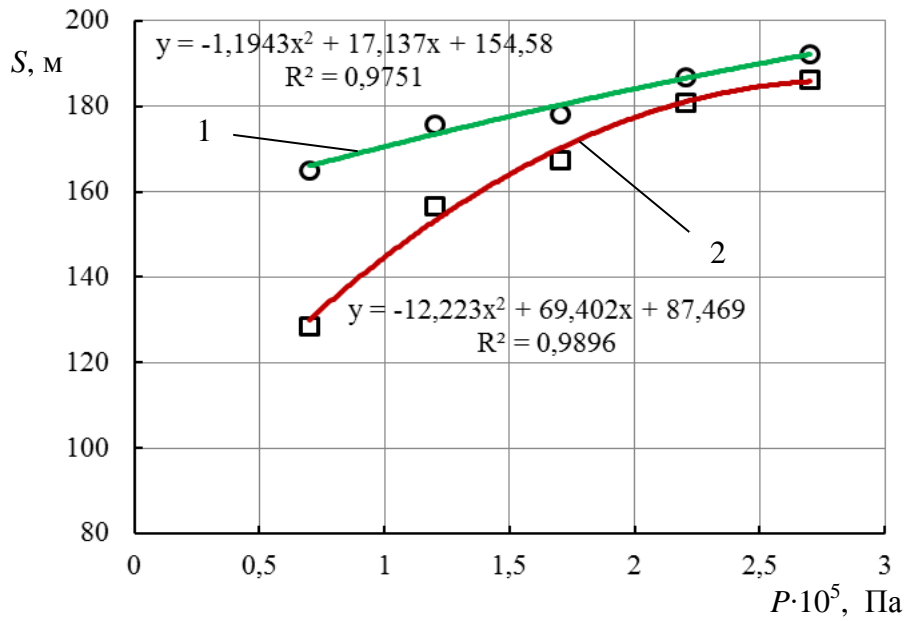
а – при зміні тиску в шинах задньої осі в діапазоні від  $P_2 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до

$P_2 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в шинах передньої осі

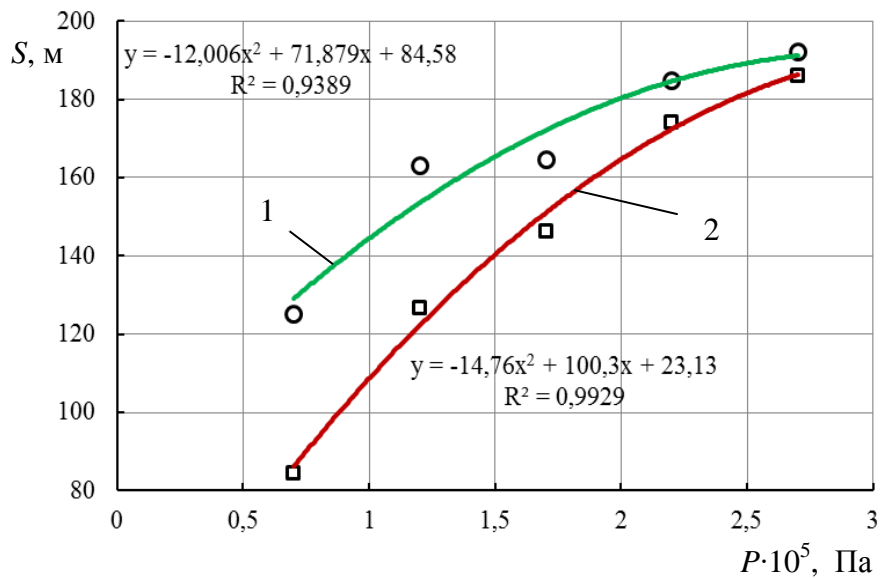
$P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па; б – при зміні тиску в шинах передньої осі в

діапазоні від  $P_1 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до  $P_1 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в

шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па



а



б

1 – вибіг з колісною формулою 2x4;

2 – вибіг з колісною формулою 4x4

Рисунок 4.8 – Графіки зміни довжини вибігу автомобіля УАЗ–3303 від величини тиску в шинах при масі вантажу  $m_g = 600$  кг:

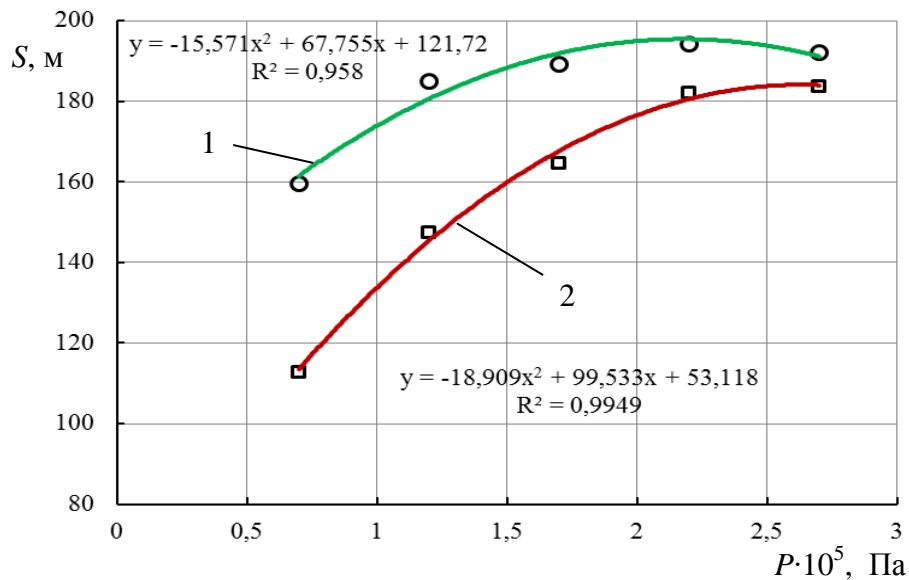
а – при зміні тиску в шинах задньої осі в діапазоні від  $P_2 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до

$P_2 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в шинах передньої осі

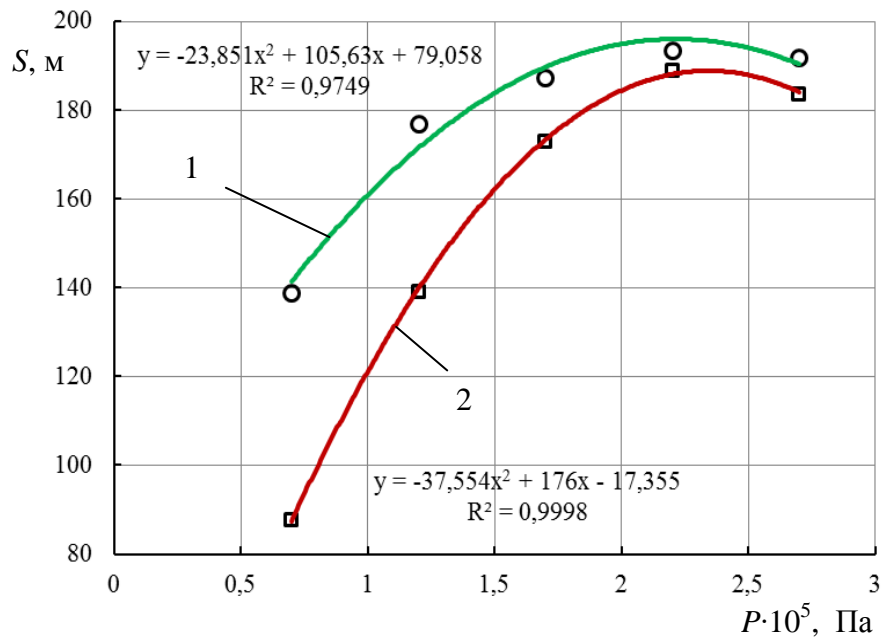
$P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па; б – при зміні тиску в шинах передньої осі в

діапазоні від  $P_1 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до  $P_1 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в

шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па



а



б

1 – вибіг з колісною формулою 2x4;

2 – вибіг з колісною формулою 4x4

Рисунок 4.9 – Графіки зміни довжини вибігу автомобіля УАЗ–3303 від величини тиску в шинах при масі вантажу  $m_g = 900$  кг:

а – при зміні тиску в шинах задньої осі в діапазоні від  $P_2 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до

$P_2 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в шинах передньої осі

$P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па; б – при зміні тиску в шинах передньої осі в

діапазоні від  $P_1 = 0,7 \cdot 10^5$  Па до  $P_1 = 2,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в

шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па

Таблиця 4.2 – Значення коефіцієнтів рівнянь регресії форми  $y=ax^2+bx+c$ , що описують взаємозв'язок досліджуваних параметрів

№ заїздів	Колісна формула при вибігу	Значення коефіцієнтів рівнянь регресії залежності шляху вибігу від тиску в шинах форми $y=ax^2+bx+c$			Коефіцієнт регресії $R^2$
		$a$	$b$	$c$	
1–50	2x4	-1,2	15,41	149,83	0,8235
	4x4	-13,343	61,922	99,761	0,9073
51–100	2x4	-4,4457	46,971	91,86	0,9942
	4x4	-4,9657	60,599	43,163	0,9953
101–150	2x4	-2,0743	+18,905	153,95	0,9756
	4x4	-8,2171	51,554	105,76	0,9683
151–200	2x4	-12,4	68,776	94,125	0,9838
	4x4	-11,297	88,606	30,767	0,9958
201–250	2x4	-1,1943	17,137	154,58	0,9751
	4x4	-12,223	69,402	87,469	0,9896
251–300	2x4	-12,006	71,879	84,58	0,9389
	4x4	-14,76	100,3	23,13	0,9929
301–350	2x4	-15,571	67,755	121,72	0,958
	4x4	-18,909	99,533	53,118	0,9949
351–400	2x4	-23,851	105,63	79,058	0,9749
	4x4	-37,554	176,0	-17,355	0,9998

На рисунках 4.10, 4.11 наведено графіки зміни різниці між довжинами вибігу автомобіля УАЗ–3303 з колісною формулою 2x4 і 4x4 від величини тиску в шинах та при різному завантаженні.

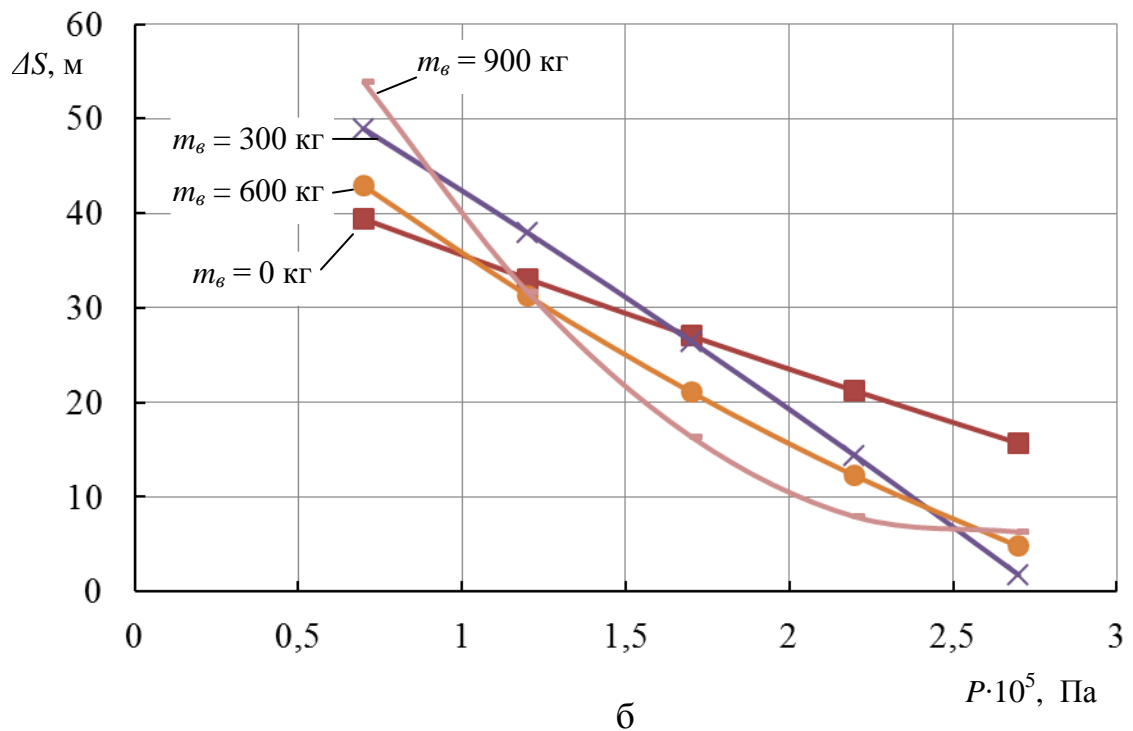
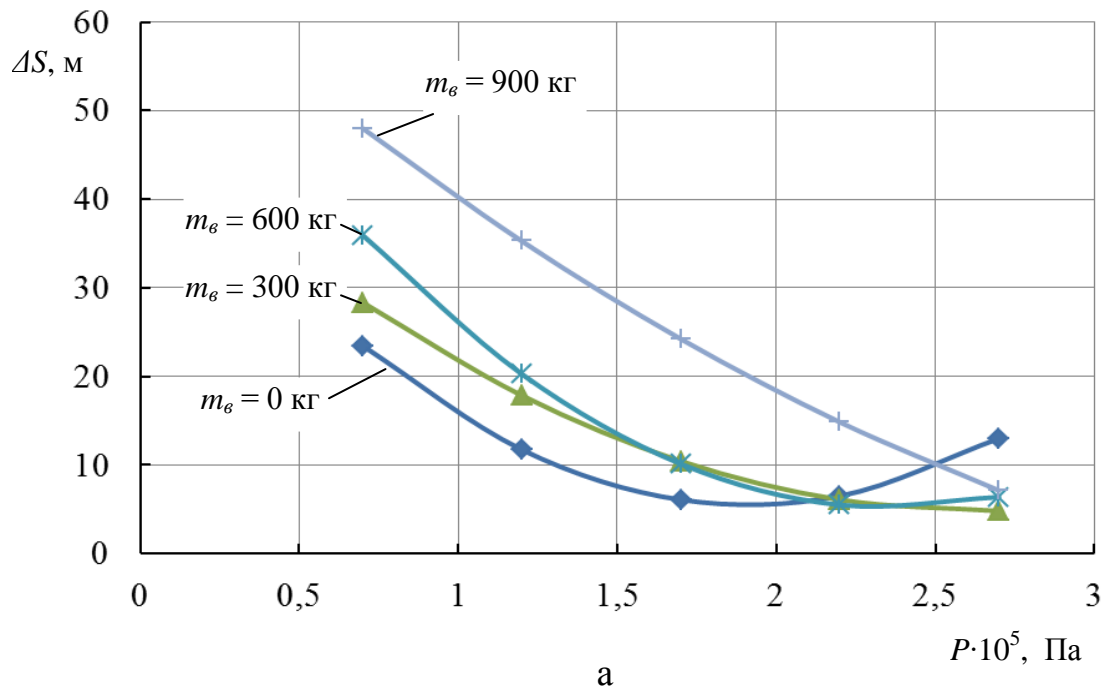
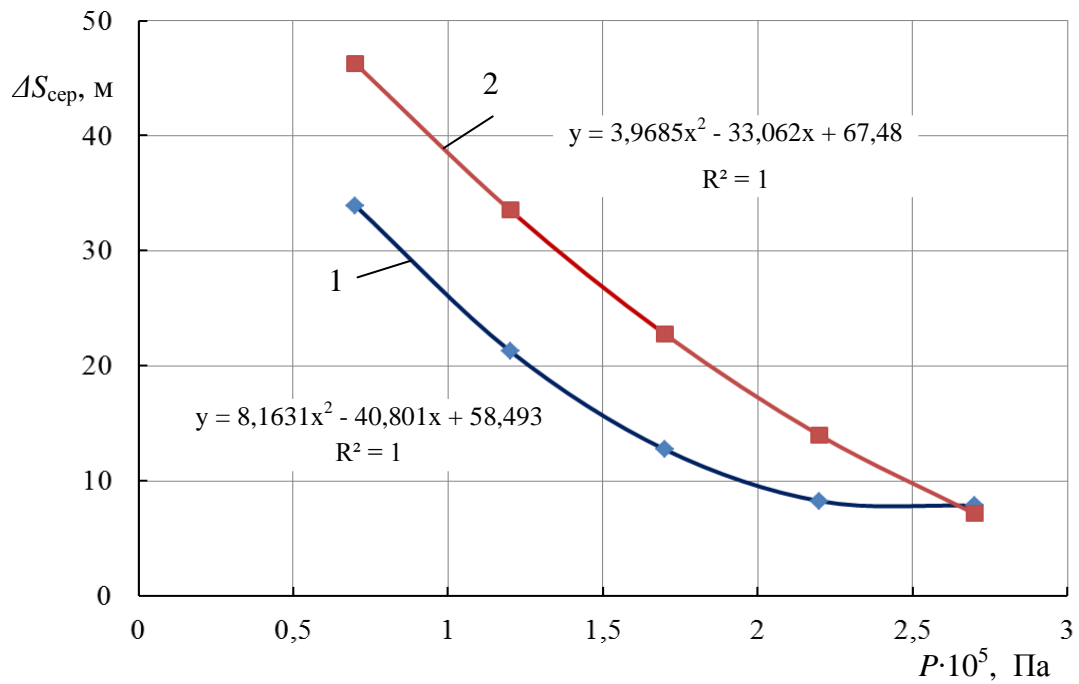
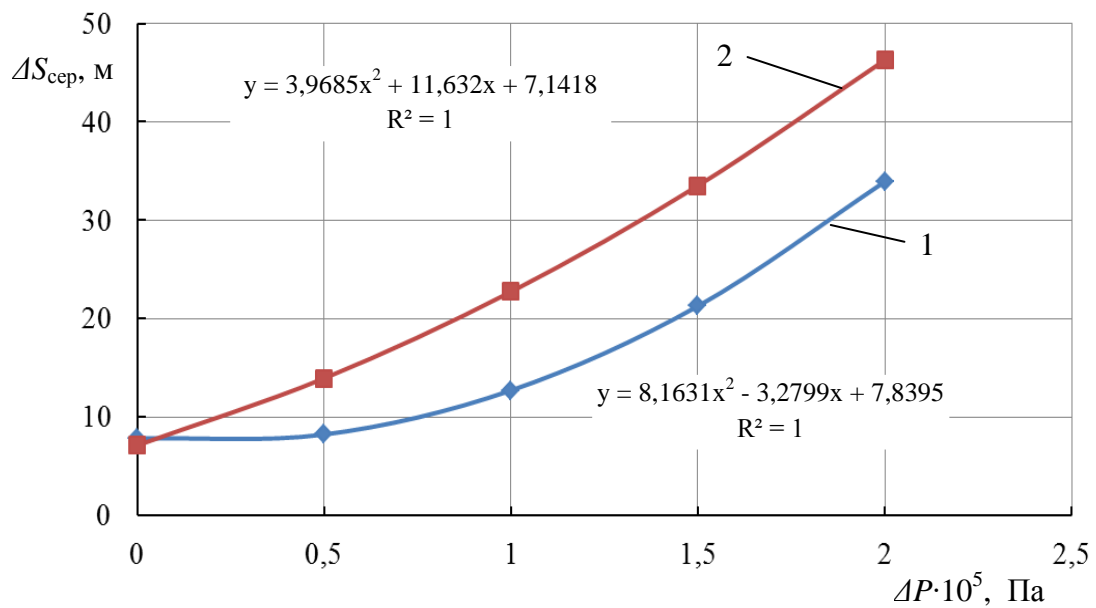


Рисунок 4.10 – Графіки зміни різниці між довжинами вибігу автомобіля УАЗ–3303 з колісною формулою 2x4 і 4x4 від величини тиску в шинах:  
 а – при зміні тиску в шинах задньої осі і при постійному тиску в шинах передньої осі  $P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па; б – при зміні тиску в шинах передньої осі і при постійному тиску в шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па



а



б

1 – при зміні тиску в шинах задньої осі і при постійному тиску в шинах передньої осі  $P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па;

2 – при зміні тиску в шинах передньої осі і при постійному тиску в шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па

Рисунок 4.11 – Графіки середньої (при різному завантаженні) зміни різниці між довжинами вибігу автомобіля УАЗ–3303 з колісною формулою 2x4 і 4x4 від: а – зміни величини тиску в шинах однієї осі; б – величини різниці тиску у колесах передньої та задньої осей

Аналіз графіків на рисунках 4.10, 4.11 дозволив встановити, що навіть при однаковому тиску у шинах усіх ведучих коліс та однаковому завантаженні, є різниця  $\Delta S_{\text{сер}}$  у довжині вибігу з колісними формулами 2x4 та 4x4, яка в середньому складає 8 метрів. При появі різниці тисків в шинах передньої та задньої осей, середня різниця  $\Delta S_{\text{сер}}$  у довжині вибігу нелінійно збільшується.

При різниці тисків  $\Delta P$  в шинах передньої та задньої осей у 1 атмосферу, довжина вибігу при включеному блокованому повному приводі збільшується відносно вибігу з приводом тільки на задні колеса на 23 метри, що у 2,9 разів більше.

При різниці тисків  $\Delta P$  в шинах передньої та задньої осей у 2 атмосфери, різниця в довжині вибігу збільшується до 47 метрів, що більше початкових значень вже у 5,9 разів.

Отримані дані підтверджують доцільність розробки системи мінімізації кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідного автомобіля та можуть бути використані в алгоритмах роботи її підсистем.

#### Висновки за розділом 4

1. Планування дорожнього експериментального дослідження дозволило оптимізувати кількість проведених заїздів. Достовірність отриманих результатів забезпечена коректністю застосування вимірювальних приладів з прийнятною похибкою, та п'ятикратною повторюваністю дослідів з відповідними постійними значеннями варіюємих параметрів.

2. Апроксимація експериментальних даних зміни довжини вибігу автомобіля УАЗ-3303 від зміни тиску в шинах при різних значеннях варіюваних параметрів квадратичною функцією має низьку похибку, що підтверджується значеннями коефіцієнтів регресії  $R^2$ , які для переважної більшості випадків лежать в інтервалі від 0,96 до 0,999.

3. При зменшенні тиску в колесах однієї з осей та при постійному значенні тиску в колесах іншої осі, при усіх варіантах завантаження спостерігається нелінійне зменшення довжини вибігу автомобіля як при колісній формулі 2x4 так і при колісній формулі 4x4. Зменшення довжини вибігу автомобіля при колісній формулі 2x4 обумовлене збільшенням супротиву кочення коліс автомобіля. Зменшення довжини вибігу автомобіля при колісній формулі 4x4 обумовлене як збільшенням супротиву кочення коліс автомобіля, так і наявністю та ростом додаткових втрат енергії, обумовлених кінематичним розузгодженням.

4. Визначено, що при зміні тиску в колесах задньої осі від  $2,7 \cdot 10^5$  Па до  $0,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в колесах передньої осі  $2,7 \cdot 10^5$  Па, різниця  $\Delta S_{\text{сер}}$  між довжинами вибігу автомобіля УАЗ-3303 з колісною формулою 2x4 і 4x4 збільшується з 8 м до 34 м, або в 4,25 рази. При постійному тиску в колесах задньої осі  $2,7 \cdot 10^5$  Па і при зміні тиску в колесах передньої осі від  $2,7 \cdot 10^5$  Па до  $0,7 \cdot 10^5$  Па, зазначена різниця  $\Delta S_{\text{сер}}$  збільшується з 8 м до 47 м, або в 5,9 разів.

Основні результати дослідження по даному розділу опубліковані в роботах [7, 17].



РОЗДІЛ 5  
РОЗРОБКА СИСТЕМИ ПІДВИЩЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ  
СТАБІЛЬНОСТІ ЕЛЕМЕНТІВ ТРАНСМІСІЇ І КОЛІС  
ПОВНОПРИВІДНИХ АВТОМОБІЛІВ  
ТА СИНТЕЗ АЛГОРИТМІВ ЇЇ РОБОТИ

В Україні в експлуатації знаходиться велика кількість автомобілів підвищеної прохідності, які використовуються в збройних силах України, а також в сільськогосподарській галузі. Одним з головних недоліків цих автомобілів є їх низька енергоефективність. До цих автомобілів можна віднести автомобілі сімейств ЛуАЗ, УАЗ, ГАЗ–66, ЗІЛ–131, Урал, КрАЗ, Варта, Козак, Новатор, Дозор-Б і деякі інші (Трітон, МАЗ, БАЗ).

При детальному розгляді конструкцій трансмісій цих автомобілів встановлено, що, наприклад, в задньому візку автомобіля УРАЛ не встановлено міжосьовий диференціал [118], що викликає додаткові втрати при русі транспортного засобу з наявним кінематичним розузгодженням.

Експериментальні дослідження показали, що радіуси коліс вантажних автомобілів істотно змінюються в залежності від завантаження ТТЗ. Закони зміни радіусів кочення коліс передньої і задньої осей носять нелінійний характер і істотно відрізняються один відносно іншого, як це показано в розділі 3.

Існує кілька способів мінімізації кінематичного розузгодження. Найбільш ефективним, з точки зору мінімізації кінематичного розузгодження, є зміна конструкції автомобіля і відхід від повного приводу, або зменшення кількості ведучих осей автомобіля, але дане рішення не дозволяє вирішити проблему забезпечення підвищеної прохідності. Крім того, зменшення кількості осей призводить до збільшення навантаження на одну вісь та тиск на опорну поверхню, що, в свою чергу, погано впливає на стан дорожнього покриття та родючість ґрунту.

На великовантажних автомобілях сімейства «КамАЗ», а також на деяких автомобілях сімейства «КрАЗ» головною особливістю є те, що в середньому ведучому мості встановлюється міжосьовий диференціал, який вирівнює окружні швидкості в візку ведучих мостів [119], так само передбачена можливість блокування диференціалу в необхідних випадках на розсуд водія.

Слід зазначити, що для отримання найбільшого тягового зусилля і прохідності в несприятливих умовах за зчепленням, ходовий апарат повнопривідного колісного ТТЗ повинен забезпечувати жорстко блокований привід крутильного моменту по мостах, при збереженні кінематичної відповідності між ними.

Всі перераховані шляхи мінімізації кінематичного розузгодження не є універсальними і не можуть бути застосовані в зв'язку з необхідністю внесення істотних конструкторських і технологічних змін.

В умовах капітального ремонту найбільш доцільним є впровадження системи, яка б мінімізувала кінематичне розузгодження в трансмісії, не змінюючи її конструкції, за рахунок зміни тиску в шинах автомобіля до вирівнювання радіусів кочення коліс. Ця система повинна включати в себе електронний блок керування (ЕБК), а також датчики тиску в кожному колесі і датчики фіксації кінематичного розузгодження (індукційні датчики), які би повідомляли – яка з осей є гальмуючою.

### 5.1 Загальна структура запропонованої системи керування тиском в шинах повнопривідного автомобіля

Система керування тиском в шинах повнопривідного ТТЗ (далі Система) повинна реалізовувати наступні функції:

- підтримка однакового тиску в шинах одній осі;
- усунення кінематичного розузгодження шляхом зміни радіуса кочення колеса;

– встановлення необхідного тиску в шинах автомобіля при русі родючими ґрунтами.

Для реалізації вище зазначених функцій запропонована система має складатися з наступних підсистем:

- підсистема підтримки однакового тиску в шинах однієї осі;
- підсистема фіксування кінематичного розузгодження;
- підсистема усунення кінематичного розузгодження;
- підсистема обслуговування режиму «Поле»;
- підсистема підкачки шини.

Загальна схема розробленої системи представлена на рисунку 5.1. Дана система дозволяє враховувати експлуатацію автомобіля в різних умовах, для цього передбачений перемикач режиму роботи системи (*R*). Цей перемикач може перебувати в наступних положеннях:

- «Система вимкнена»;
- «Не завантажений» – маса вантажу не перевищує 30% від максимального завантаження;
- «Середнє завантаження» – маса вантажу знаходиться в межах 30% – 60% від максимального завантаження;
- «Повне завантаження» – маса вантажу більше 60% від максимального завантаження;
- «Поле».

У положенні «Система вимкнена» живлення на неї не подається, тиск в шинах залишається незмінним.

У положеннях «Не завантажений» – «Повне завантаження» працюють підсистеми:

- підтримки однакового тиску в шинах однієї осі;
- фіксування кінематичного розузгодження;
- усунення кінематичного розузгодження;
- підсистема підкачки шини.

У положенні «Поле» працює підсистема обслуговування режиму «Поле».

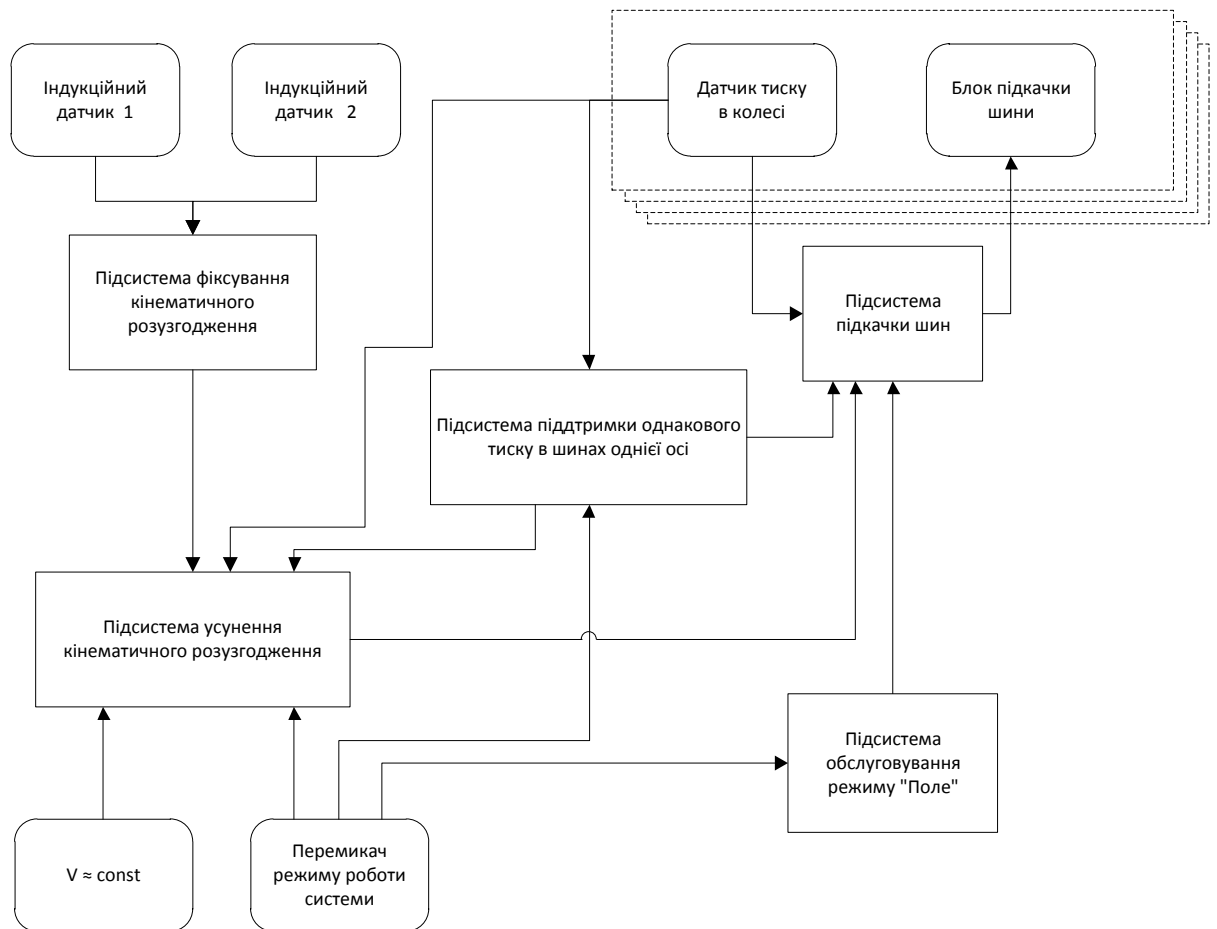


Рисунок 5.1 – Структурна схема системи регулювання тиску в шинах повнопривідного ТТЗ, що пропонується

## 5.2 Розробка підсистеми підтримки однакового тиску в шинах однієї осі автомобіля і алгоритму її роботи

Підсистема однакового тиску в шинах однієї осі автомобіля (рисунок 5.2) призначена для підтримки однакового тиску в шинах однієї осі автомобіля, передньої чи задньої. Ця підсистема отримує на вході показники тиску в шинах від датчиків тиску, перетворює отримані показники в числові

оцифровані значення, здійснює їх аналіз за заданим алгоритмом і видає керуючі команди на блок підкачки шин.

При встановленому режимі роботи «Не завантажений» – «Повне завантаження» підсистема повинна включатися періодично через кожні 10 хвилин під час роботи автомобіля. Для цих цілей в підсистемі повинен бути встановлений таймер. Підсистема повинна зберігати ознаку рівності тиску в шинах однієї осі як передньої так і задньої. Ця ознака використовується потім підсистемою усунення кінематичного розузгодження.

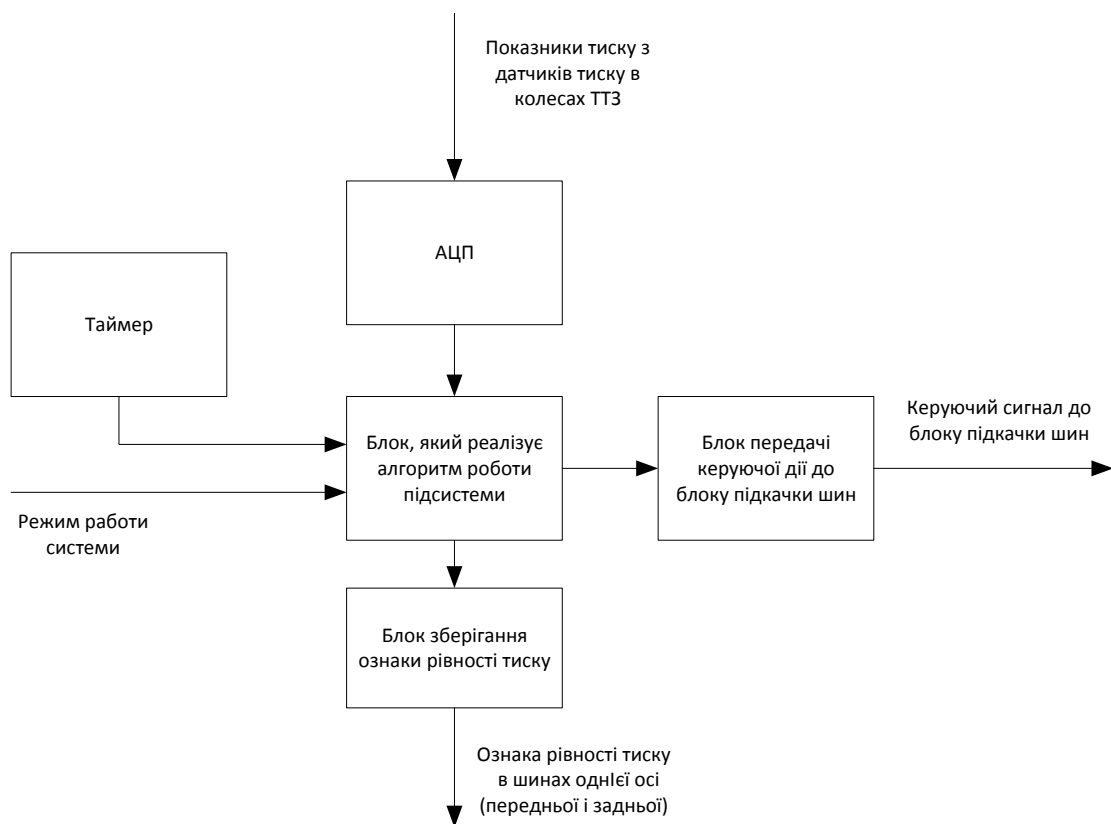


Рисунок 5.2 – Структурна схема підсистеми підтримки однакового тиску в шинах однієї осі

Алгоритм роботи підсистеми підтримки однакового тиску в шинах однієї осі для передньої осі представлений на рисунку 5.3. Для задньої осі алгоритм роботи підсистеми аналогічний.

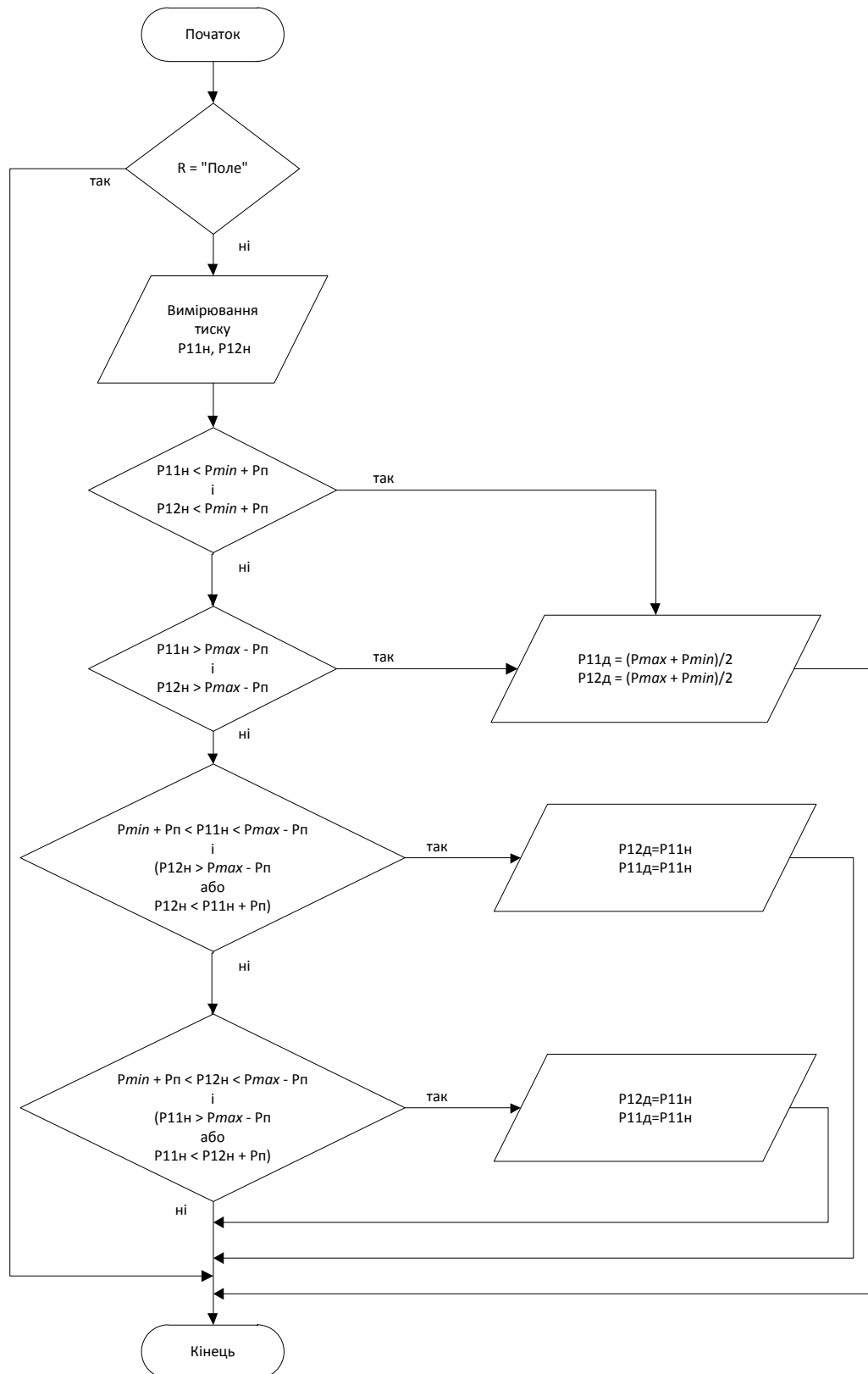


Рисунок 5.3 – Алгоритм роботи підсистеми підтримки однакового тиску в шинах однієї осі

Параметри, що зчитуються підсистемою підтримки однакового тиску в шинах однієї осі на вході:

- $R$  – режим роботи системи;
- $P_{11н}$  – поточне значення тиску в лівій шині передньої осі;
- $P_{12н}$  – поточне значення тиску в правій шині передньої осі;
- $P_{21н}$  – поточне значення тиску в лівій шині задньої осі;
- $P_{22н}$  – поточне значення тиску в правій шині задньої осі.

Параметри, що видаються підсистемою підтримки однакового тиску в шинах однієї осі на виході:

- $P_{11д}$  – необхідний тиск в лівій шині передньої осі;
- $P_{12д}$  – необхідний тиск в правій шині передньої осі;
- $P_{21д}$  – необхідний тиск в лівій шині задньої осі;
- $P_{22д}$  – необхідний тиск в правій шині задньої осі.

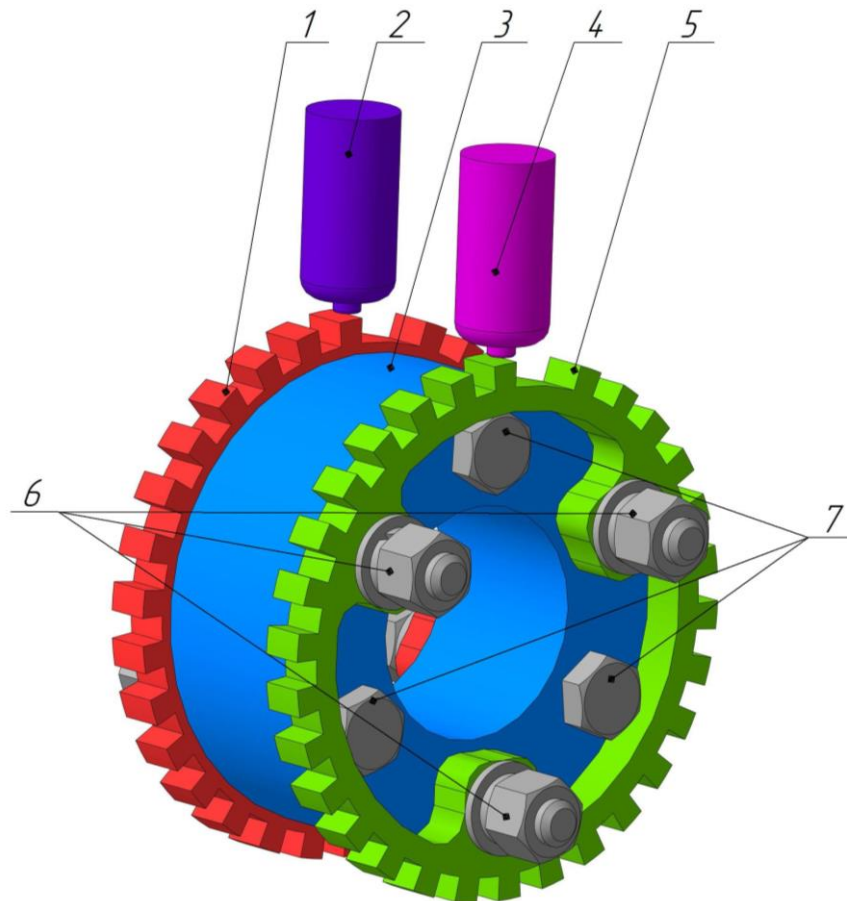
### 5.3 Розробка підсистеми виявлення кінематичного розузгодження в трансмісії і алгоритму її роботи

Підсистема фіксування кінематичного розузгодження повинна фіксувати наявність кінематичного розузгодження системи бездиференціальних (із заблокованим диференціалом) осей. У розділі 2 доведено, що в трансмісії повнопривідного автомобіля при русі з заблокованим міжосьовим диференціалом не виникає циркуляція потужності в наслідок кінематичного розузгодження. У третьому розділі доведено, що окрім п'яти основних режимів руху колеса існує ще один, який отримав назву «Вимушений». В цьому режимі колесо отримує додаткове навантаження і покриття вимушена пробуксовувати по опорній поверхні в наслідок зкручуючого моменту. Саме цей ефект можна спостерігати при кінематичному розузгодженні. Той самий зкручуючий момент навантажує так само й усі деталі трансмісії. Якщо в середині трансмісії буде встановлено додаткову деталь з заданою жорсткістю, то вона відповідно також буде

навантажуватися цим моментом, але буде більш податлива до зкручування. В залежності від того, яка вісь є забігаючою, можна спостерігати зкручування валу трансмісії або проти годинкової стрілки або по. Визначивши напрямок, можливо здійснити керуючу дію, тобто скоректувати тиск повітря в шинах таким чином, щоб різниця радіусів кочення коліс автомобіля була мінімальною.

5.3.1 Вузол контролю наявності кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідного ТТЗ.

Для отримання напрямку зкручування трансмісії розроблено додатковий вузол рисунок 5.4.



1, 5 – зубчасті диски; 2, 4 – індукційні датчики; 3 – еластична муфта;  
6, 7 – елементи кріплення

Рисунок 5.4 – Вузол контролю наявності кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідного ТТЗ



Даний пристрій включає в себе два індукційні датчики позиція 2, 4 на рисунку 5.4, які закріплюються на визначеній відстані від зубчастих дисків 1 та 5 відповідно. Між цими дисками встановлюється еластична муфта 3. Слід зазначити, що закріплення дисків на еластичній муфті треба зробити таким чином, щоб кожен з дисків був закріплений на еластичній муфті окремо один від іншого, наприклад так як показано на рисунку 5.4. Таке закріплення дає можливість зміщуватися дискам один відносно іншого, як за годинниковою стрілкою, так і проти.

### 5.3.2 Блок фіксації кінематичного розузгодження.

Під час руху ТТЗ кожен з встановлених індукційних датчиків надсилає до ЕБК імпульсний сигнал напруги, де кожен імпульс відповідає зубцю на вінці рисунок 5.5

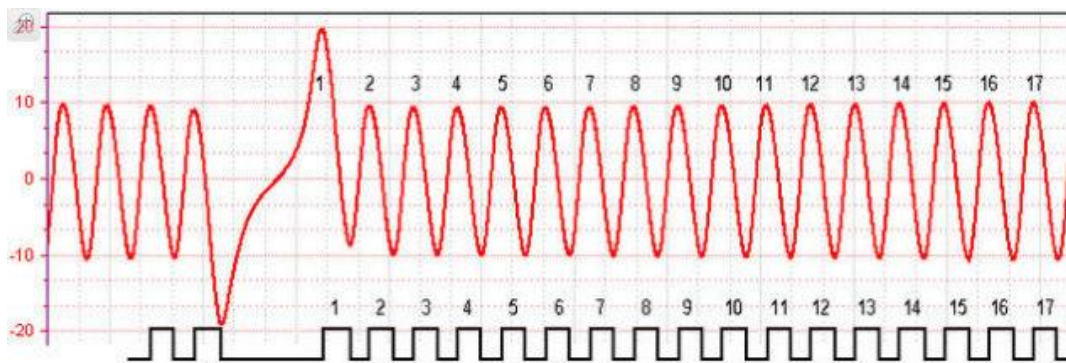


Рисунок 5.5 – Сигнал з індукційного датчика [120]

Датчики встановлюють таким чином, щоб сигнали з обох датчиків були синхронізовані. Під час руху ТТЗ, при наявності кінематичного розузгодження та відсутності крутильного моменту від ДВЗ, один диск почне зміщуватися відносно іншого в той чи інший бік. Система, порівнюючи сигнали, зможе вносити керуючу дію, тобто змінювати тиск в шинах за заданим алгоритмом доти, поки існує розсинхронізація від сигналів індукційних датчиків. При налаштуванні системи встановлюється порогове значення роз синхронізації, при якій система працює  $E_{max}$ .

Структурна схема підсистеми наведена на рисунку 5.6. На вхід АЦП надходять імпульсні сигнали від індукційних датчиків ( $E_1$  і  $E_2$ ). Ці значення оцифровуються і передаються на вхід блоку визначення кінематичного розузгодження в числовому вигляді. На виході блоку отримуємо показник наявності кінематичного розузгодження  $M$ .

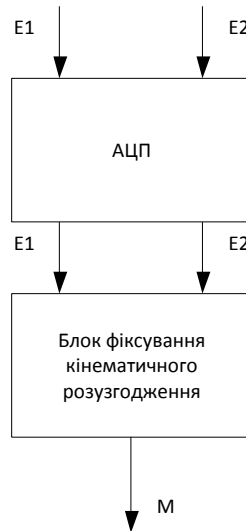


Рисунок 5.6 – Структурна схема підсистеми виявлення кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідного ТТЗ

Параметри, що зчитуються підсистемою виявлення кінематичного розузгодження в трансмісії на вході:

- $E_1$  – імпульсний сигнал з першого індукційного датчика;
- $E_2$  – імпульсний сигнал з другого індукційного датчика.

Параметри, що видаються підсистемою виявлення кінематичного розузгодження в трансмісії на виході:

$M$  – показник наявності кінематичного розузгодження системи бездиференціальних осей (0 – кінематичне розузгодження відсутнє; 1 – кінематичне розузгодження присутнє, динамічний радіус коліс передньої осі більший за динамічний радіус коліс задньої осі; 2 – кінематичне розузгодження присутнє, динамічний радіус коліс передньої осі менший за динамічний радіус коліс задньої осі).

Алгоритм роботи підсистеми виявлення кінематичного розузгодження наведено на рисунку 5.7.

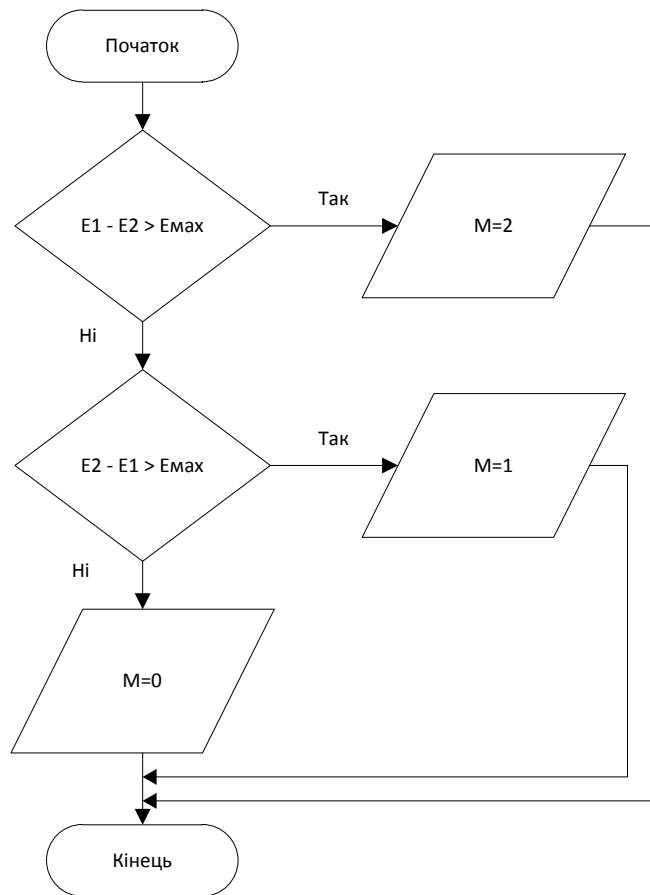
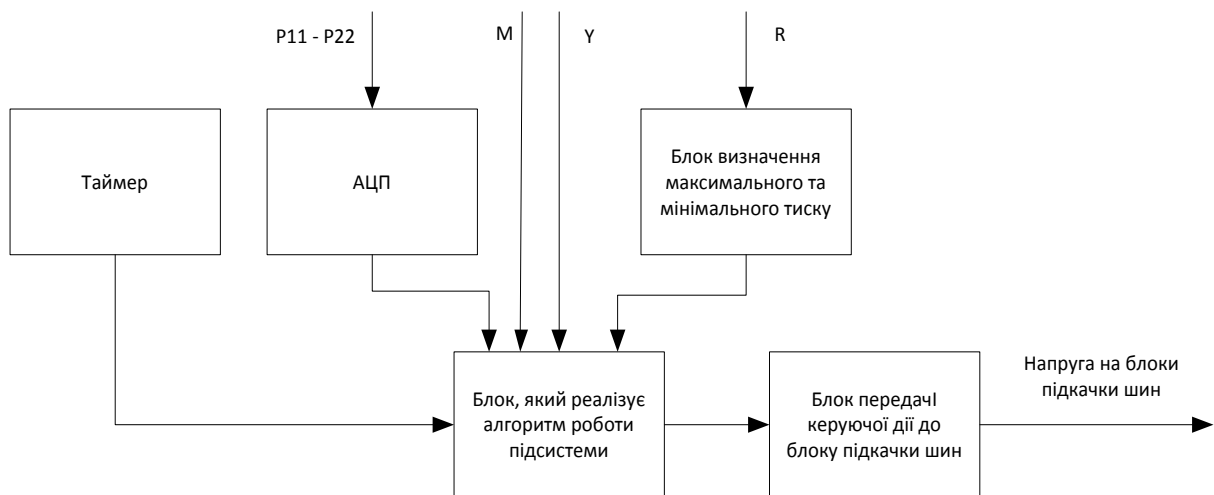


Рисунок 5.7 – Алгоритм роботи блоку виявлення кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідного ТТЗ

5.4 Розробка підсистеми усунення кінематичного розузгодження в трансмісії і алгоритму її роботи

Підсистема усунення кінематичного розузгодження в трансмісії повинна забезпечувати недопущення виникнення кінематичного розузгодження (і відповідно додаткових втрат потужності), яке виникає в системі бездиференціальних (із заблокованим диференціалом) осей в результаті наявності різного радіусу кочення шин передньої і задньої осей. Схема підсистеми представлена на рисунку 5.8.



$M$  – інформація від індукційних датчиків наявності кінематичного розузгодження;  $Y$  – інформація з підсистеми підтримки однакового тиску в шинах однієї осі (0 – не рівний тиск; 1 – рівний тиск);

$V$  – інформація від датчика поздовжнього прискорення (акселерометра) про наявність режиму руху близького до усталеного

Рисунок 5.8 – Структурна схема роботи підсистеми усунення кінематичного розузгодження

Блок, який реалізує алгоритм роботи підсистеми, включається таймером через кожні 0,5 секунд. Алгоритм роботи даного блоку передбачає перевірку ознаки наявності руху ТТЗ близького до усталеного, режиму роботи Системи, наявності кінематичного розузгодження. Якщо дані умови виконуються, спрацьовує алгоритм усунення кінематичного розузгодження (рисунок 5.9). В блок також надходять оцифровані дані про показники тиску в шинах передньої і задньої осей і значення мінімального ( $P_{\min}$ ) і максимального ( $P_{\max}$ ) тисків в шинах, що надходять з блоку визначення максимального і мінімального тисків.

Блок визначення максимального і мінімального тисків встановлює  $P_{\min}$  і  $P_{\max}$  в залежності від режиму роботи Системи, використовуючи дані таблиці 5.1.

Таблиця 5.1 – Мінімальні і максимальні тиски в системі при різних режимах роботи

	$P_{\min}$ МПа	$P_{\max}$ МПа
Не завантажений	0,15	0,35
Середнє завантаження	0,2	0,35
Повне завантаження	0,25	0,35
Поле	0,05	0,08

Параметри, що зчитуються підсистемою усунення кінематичного розузгодження в трансмісії на вході:

- $R$  – режим роботи системи;
- $M$  – показник наявності кінематичного розузгодження, що виникає в системі бездиференціальних (із заблокованим диференціалом) осей;
- $P_{11}, P_{12}$  – тиск в шинах передньої осі;
- $P_{21}, P_{22}$  – тиск в шинах задньої осі;
- $V \approx const$  – «так» чи «ні» – ознака наявності режиму руху близького до усталеного;
- $Y$  – ознака рівності тиску в шинах кожної осі (0 – не рівний тиск; 1 – рівний тиск).

Параметри, що видаються підсистемою усунення кінематичного розузгодження в трансмісії на виході:

- $P_{11\partial}$  – необхідний тиск в лівій шині передньої осі;
- $P_{12\partial}$  – необхідний тиск в правій шині передньої осі;
- $P_{21\partial}$  – необхідний тиск в лівій шині задньої осі;
- $P_{22\partial}$  – необхідний тиск в правій шині задньої осі.

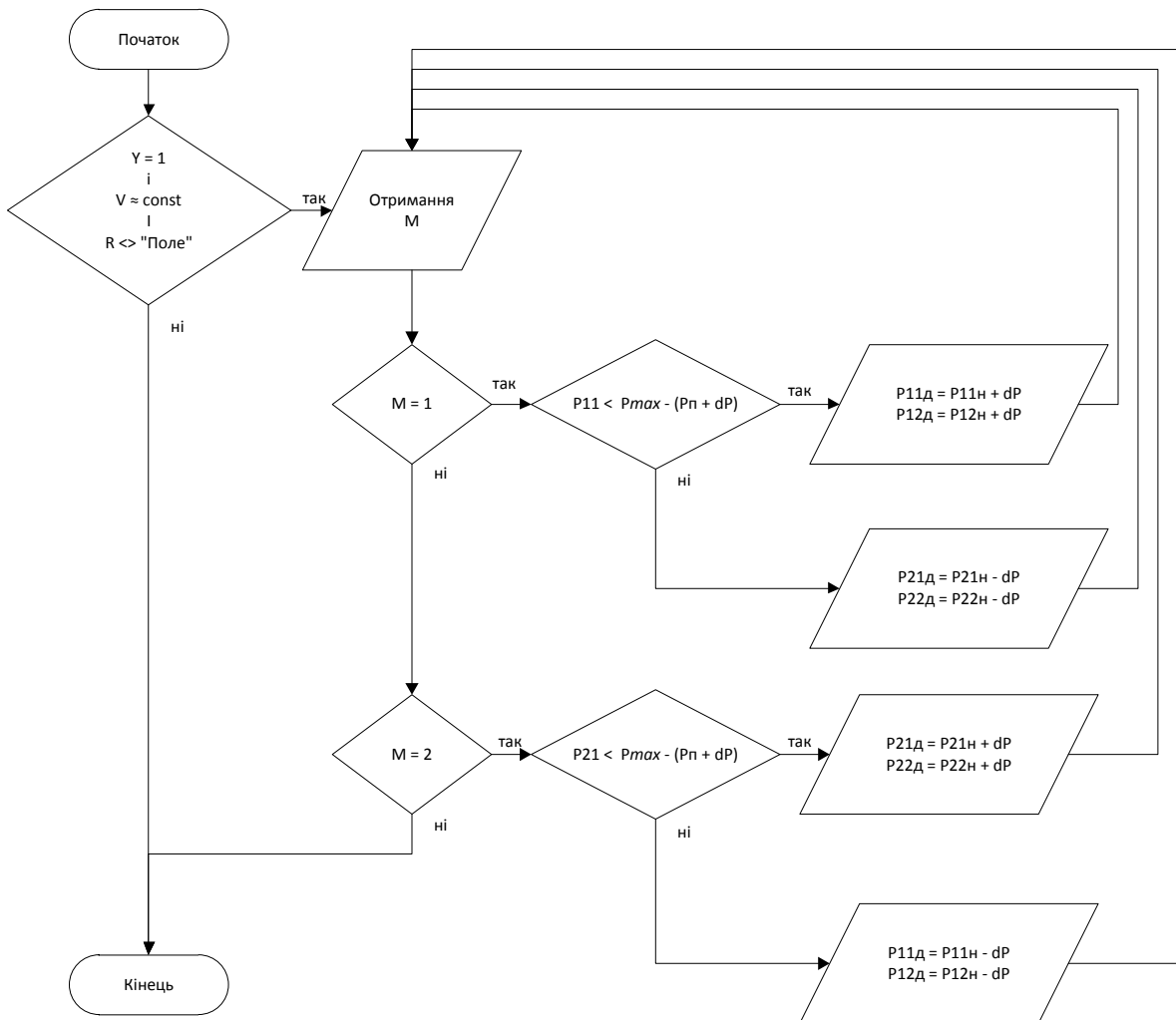


Рисунок 5.9 – Алгоритм роботи підсистеми усунення кінематичної розузгодженості

### 5.5 Розробка підсистеми підкачки шин автомобіля і алгоритму її роботи

Підсистема підкачки шин автомобіля повинна забезпечувати накачування (спуск) шин автомобіля до досягнення всередині них заданого значення тиску. Схема роботи підсистеми наведена на рисунку 5.10. На вхід блоку, що реалізує основний алгоритм роботи підсистеми, надходять оцифровані показники тиску в шинах автомобіля в даний момент часу ( $P_{11н}$ – $P_{22н}$ ), а також необхідний рівень тиску і номер шини. Відповідно до алгоритму, представленого на рисунку 5.9, блок видає на блоки підкачки шин напругу, внаслідок чого відбувається підкачка / спуск шин.

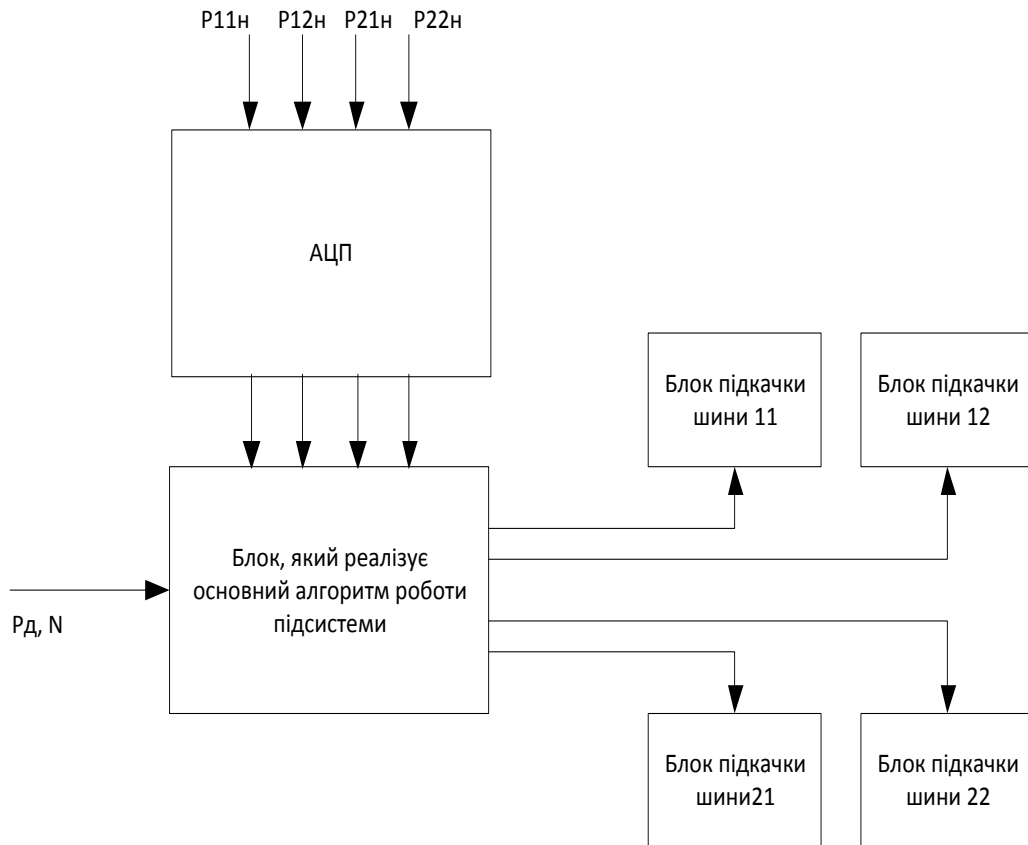


Рисунок 5.10 – Структурна схема підсистеми підкачки шин

Алгоритм роботи підсистеми підкачки шин наведено на рисунку 5.9.

Параметри, що прочитуються підсистемою підкачки шин на вході:

- $P_n$  – тиск в шині в даний момент часу;
- $P_0$  – необхідний тиск;
- $N$  – номер шини (0 – ліва шина передньої осі; 1 – права шина передньої осі; 2 – ліва шина задньої осі; 3 – права шина задньої осі).

Параметри, що видаються підсистемою підкачки шин на виході:

- керуючий вплив на блок підкачки відповідної шини ( «накачуємо», «не накачуємо», «спускаємо»).

Схема алгоритму роботи підсистеми для однієї шини представлена на рисунку 5.11. Для інших шин підсистема працює аналогічним чином.

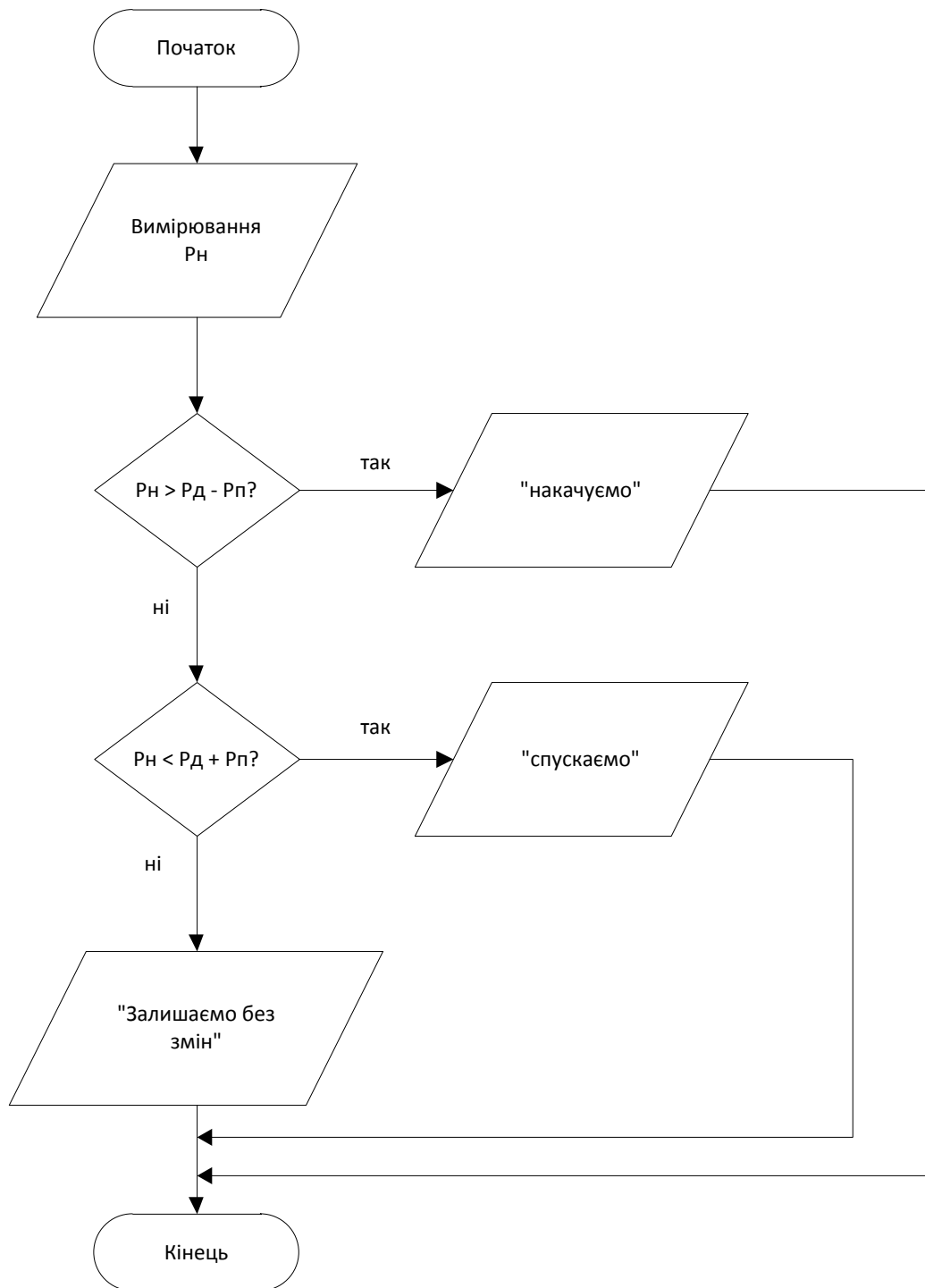


Рисунок 5.11 – Алгоритм роботи підсистеми підкачки шини

Підсистема обслуговування режиму «Поле» призначена для встановлення заданого тиску в шинах автомобіля, необхідного при експлуатації автомобіля в польових умовах. Система вмикається при встановленні перемикача «Режим роботи» в стан «Поле».



## Висновки за розділом 5

1. Запропонована система управління тиском в шинах повнопривідного автомобіля відрізняється від існуючих можливістю не допустити кінематичного розузгодження в його трансмісії шляхом регулювання радіусів кочення коліс на його осях при русі в різних дорожніх умовах і в умовах бездоріжжя а також при різному завантаженні.

2. Розроблені алгоритми роботи підсистем та системи управління тиском в шинах дозволяють реалізувати функції підтримки однакового тиску в шинах однієї осі, встановлення необхідного тиску в шинах коліс автомобіля при експлуатації автомобіля в різних дорожніх умовах, в тому числі в умовах бездоріжжя, і мінімізації кінематичного розузгодження в трансмісії.

Основні результати дослідження по даному розділу опубліковані в роботах [2, 13].

## ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язано актуальну наукову задачу з підвищення ефективності функціонування елементів шасі повнопривідних ТТЗ з урахуванням блокування їх трансмісії. Вирішення вказаної наукової задачі сприяло розв'язанню практичної задачі щодо мінімізації під час експлуатації додаткових втрат енергії в системі «трансмісія-колеса» повнопривідних бездиференціальних ТТЗ, або ТТЗ з блокованим диференціалом.

1. Виконаний аналіз стану питання виявив, що робота повнопривідного ТТЗ із заблокованим приводом на ведучі мости в реальних умовах майже завжди супроводжується кінематичним розузгодженням у швидкостях руху передніх і задніх коліс, що призводить до підвищення енерговитрат на рух ТТЗ та появи додаткового навантаження на елементи трансмісії. Існуючі дослідження не в повній мірі розкривають механізм компенсації кінематичного розузгодження в межах можливостей шини, не визначають як структуру, так і методику кількісної оцінки всіх втрат потужності, пов'язаних з цим явищем.

2. Отриманий у результаті теоретичних досліджень взаємозв'язок кута закручування валу трансмісії з силами до нього прикладеними (сили інерції, сили опору руху), що змінюються в часі, дозволив описати коливальні процеси в заблокованій трансмісії повнопривідного автомобіля. Виконане комп'ютерне моделювання процесу розвитку коливань у трансмісії повнопривідного автомобіля, з використанням вказаного взаємозв'язку, дозволило визначити енергію коливань при різних законах зміни моменту опору на колесах повнопривідного автомобіля, максимальна амплітуда якої склало 0,033 Дж. Установлено, що при існуючих різницях радіусів кочення коліс повнопривідних автомобілів, у трансмісії практично не виникає коливальний процес. У той же час, розрахунки показали, що лише при гіпотетичній різниці радіусів ведучих коліс повнопривідного автомобіля в 30

разів і більше спостерігаються помітні коливання енергії в трансмісії, що неможливо в умовах реальної експлуатації автомобіля.

3. У результаті проведеного дослідження визначено умови, за яких кочення колеса буде відбуватися в тяговому, гальмівному або вільному режимі при одночасній дії крутильного й гальмівного моментів, також визначено умови, при яких збільшення вертикального навантаження на автомобіль може призводити до збільшення радіусу кочення коліс. Визначено, що рівномірний рух колеса можливий тільки при малих значеннях активних крутильного моменту і штовхаючої сили, спрямованих в одну сторону. Дотична реакція на колесі в цьому випадку дорівнює штовхаючій силі, але спрямована в протилежний бік. Отримана умова ковзання жорсткого автомобільного колеса при дії на нього активних крутильного моменту і штовхаючої сили дозволяє визначити: колесо працює в режимі буксування, чи в режимі ковзання.

4. Отримані залежності за результатами експериментального дослідження зміни радіуса кожного з коліс автомобіля УАЗ-3303 при різних тисках і навантаженнях з урахуванням зміщення його центру ваги дозволили виявити що в передніх коліс залежність  $r_k = f(G_a)$  має точку перегину, координати якої визначаються експериментально. Для зазначеного автомобіля точка перегину спостерігається при масі вантажу 500 кг при різних значеннях тиску в шинах. Визначено, що при зміні завантаження автомобіля УАЗ-3303 та при однаковому значенні тиску  $P$  в усіх шинах, зміна радіусів передніх і задніх коліс відбувається за різними залежностями та на різну величину. Так, при  $P = 0,7 \cdot 10^5$  Па та збільшенні маси вантажу з 0 до 900 кг, зміна радіусів передніх коліс складає 0,006 м, а задніх коліс – 0,016 м, що у 2,7 разів більше. Це суттєво впливає на величину кінематичного розузгодження в трансмісії автомобіля.

5. Отримана залежність величини кінетичної енергії, що витрачається на деформацію шин повнопривідного ТТЗ при русі з блокованим приводом від різниці швидкостей його ведучих коліс показала, що витрати енергії

прагнуть до нуля при рівності лінійних швидкостей кожного з ведучих коліс, тобто при відсутності кінематичного розузгодження.

6. Проведені дорожні експериментальні дослідження зміни довжини вибігу автомобіля УАЗ-3303 показали, що при зменшенні тиску в колесах однієї з осей та при постійному значенні тиску в колесах іншої осі, при всіх варіантах завантаження спостерігається нелінійне зменшення довжини вибігу автомобіля як при колісній формулі 2x4, так і при колісній формулі 4x4. Зменшення довжини вибігу автомобіля  $\Delta S$  при колісній формулі 4x4 обумовлене як збільшенням супротиву кочення коліс автомобіля, так і наявністю та ростом додаткових втрат енергії, обумовлених кінематичним розузгодженням. Визначено, що при зміні тиску в колесах задньої осі від  $2,7 \cdot 10^5$  Па до  $0,7 \cdot 10^5$  Па і при постійному тиску в колесах передньої осі  $2,7 \cdot 10^5$  Па, різниця  $\Delta S_{\text{сер}}$  між довжинами вибігу автомобіля УАЗ-3303 з колісною формулою 2x4 і 4x4 збільшується з 8 м до 34 м, або в 4,25 рази. При постійному тиску в колесах задньої осі  $2,7 \cdot 10^5$  Па і при зміні тиску в колесах передньої осі від  $2,7 \cdot 10^5$  Па до  $0,7 \cdot 10^5$  Па, зазначена різниця  $\Delta S_{\text{сер}}$  збільшується з 8 м до 47 м, або в 5,9 разів.

7. Запропоновані система управління тиском у шинах повнопривідного автомобіля й алгоритми її роботи відрізняються від існуючих можливістю не допустити кінематичного розузгодження в його трансмісії шляхом регулювання радіусів кочення коліс на його осях при русі в різних дорожніх умовах і в умовах бездоріжжя, а також при різному завантаженні. Система дозволяє мінімізувати під час експлуатації додаткові втрати енергії в системі «трансмісія-колеса» повнопривідних бездиференціальних ТТЗ, або ТТЗ з блокованим диференціалом.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Потапов Н.Н. Влияние смещения центра тяжести автомобиля при изменении нагрузки на радиусы колес. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. 2014. № 99. С. 58–68.
2. Потапов М. М. Зниження енергії на подолання кінематичної неузгодженості в трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів регулюванням тиску в шинах. *Вісник машинобудування та транспорту*. 2019. Вип. 2 (10). С. 89–95.
3. Потапов Н.Н. Определение величины затрачиваемой энергии на смятие шин полноприводного автомобиля тягово-транспортного средства при движении с заблокированным приводом. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка (технічні науки)*. 2019. Вип. 205. С. 49–54.
4. Потапов М.М., Абдулгасіс А.У., Абрамов Д.В., Артёмов М.П., Гацько В.І., Забелишенський З.У., Клец Д.М., Назарько О.О., Подригало М.А., Полянський О.С., Файст В.Л. Динаміка колеса автомобіля: Монографія / за ред. М.А. Подригало, О.С. Полянського. Х. : ХНАДУ, 2019. 199 с.
5. Potapov M., Polyansky O., Molodan A. Change of power and mechanical losses of a wheel vehicle engine with cylinders cutout. *MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*. 2018. Vol. 20. No. 1. pp. 99–103.
6. Podrigalo, M., Dubinin, Y., Molodan, A., Polianskyi, O. et al., "New Methods and Systems for Monitoring the Functional Stability Parameters of Wheel Machines Power Units," *SAE Technical Paper 2020-01-2014*, 2020, <https://doi.org/10.4271/2020-01-2014>. Published 15 Sep 2020.
7. Потапов М.М., Третьяк В.М., Болдовський В.М., Шевелєв Р.С. Зменшення опору руху повнопривідних тягово-транспортних засобів, мінімізацією паразитної потужності в трансмісії. *Вісник Харківського національного*

*технічного університету сільського господарства імені Петра Василенка (технічні науки)*. 2007. Вип. 59. Том 2. С. 243–248.

8. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Клец Д.М., Холодов М. П. Новое в теории эксплуатационных свойств автомобиля. *Наукові нотатки*. 2014. Вип. 46. С. 421-430.
9. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Клец Д.М., Назарько О.А. Влияние тяговых моментов на динамическое распределение вертикальных реакций между колесами автомобиля. *Вестник Национального технического университета «Харьковский политехнический институт»*. 2010. № 39. С. 64–74.
10. Потапов Н.Н., Подригало М.А. Движение жесткого автомобильного колеса при действии крутящего момента и толкающей силы. *Автомобильный транспорт*. 2011. Выпуск 28. С. 14–17.
11. Потапов Н.Н. Полянский А.С., Молодан А.А. Математическая модель скручивания вала трансмиссии полноприводных тягово-транспортных средств при движении с заблокированным приводом. *Інженерія природокористування*. 2019. № 4 (14). С. 6-11.
12. Потапов М.М. Вплив кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів на їх паливно-економічні показники. Збірник матеріалів всеукраїнського науково-практичного семінару «Забезпечення функціональної стабільності автомобілів та тракторів» 22 травня 2019 р. Харків: ХНАДУ, 2019. С. 25-27.
13. Потапов Н. Снижение энергии на преодоление кинематического рассогласования в трансмиссии полноприводных тягово-транспортных средств регулированием давления в шинах. *Сучасні технології та перспективи розвитку автомобільного транспорту*: матеріали XXI міжнародної науково-практичної конференції 21–23 жовтня 2019 р. Вінниця : ВНТУ, 2019. С. 137–140.
14. Potapov M., Molodan A., Polyanskii O. Influence on the engine power and flow fuel of the wheel car of the cylinder parts disconnection. *ЕКОВАРНА* :

- Сборник докладов XXV Научно-технической конференции с международным участием. Том двадцет и шести. Част 1. Варна, 2019. С. 160-166.
15. Potapov M., Polyanskii O., Molodan A. Cause and investigative failure analysis in nominal engine operation and partial disabling of cylinders. *ЕКОВАРНА. XXVI Научно-техническа конференция с международно участие. Сборник доклади. Том двадцет и седми. Част 1. Варна, 2020. С. 132-137.*
  16. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Холодов М.П. Особенности торможения колесной машины при жесткой кинематической связи в приводе передних и задних колес. Десята наукова конференція харківського університету повітряних сил ім. Івана Кожедуба «Новітні технології – для захисту повітряного простору» 9 – 10 квітня 2014 р. Харків: ХНУПС, 2014. С. 211.
  17. Потапов М.М., Абрамов Д.В., Тарасов Ю.В., Потапова О.В. Підвищення експлуатаційних характеристик повнопривідних тягово-транспортних засобів під час руху із заблокованим приводом. Збірник тез доповідей ІХ Всеукраїнської науково-практичної конференції “Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності військових формувань та правоохоронних органів” 29 жовтня 2020 р. Харків: НАНГУ, 2020. С. 16-17.
  18. Потапов М.М. Потапова О.В., Абрамов Д.В. Визначення втрат енергії при зминанні шин повнопривідного тягово-транспортного засобу. Наукові праці Міжнародної науково-практичної конференції присвяченої 90-річчю Харківського автомобільно-дорожнього університету та 90-річчю автомобільного факультету “Сучасні тенденції розвитку автомобільного транспорту та галузевого машинобудування” 16-18 вересня 2020 р. Харків: ХНАДУ, 2020. С. 155-157.
  19. Пат. 28598 Україна, МПК G01M 17/00. Спосіб визначення впливу на ґрунт рушіїв транспортних засобів / Третяк В.М., Болдовський В.М.,

- Давиденко О.Ю, Потапов М.М.; заявник Третяк Віктор Михайлович. – № и 2007 10319; заявл. 17.09.2007; опубл. 10.12.2007, Бюл. № 20.
20. Пат. 143315 Україна, МПК F02D 41/32, F02M 63/02. Система відключення паливоподачі за допомогою електромагнітних клапанів / Молодан А.О., Полянський О.С., Подригало М.А., Потапов М.М., Дубінін Є.О., Клец Д.М., Абрамов Д.В.; заявник Харківський національний автомобільно-дорожній університет. – № и 202000007; заявл. 02.01.2020; опубл. 27.07.2020, Бюл. № 14.
21. Ананьин А.Д., Беляев Б.М. К вопросу выбора типа привода тракторов со всеми ведущими колесами. *Сборник науч. тр. Моск. ин-та инженеров с.-х. производства*. 1976. Т. 13. Вып. 2. С. 50 – 54.
22. Ванцевич В.В. Повышение тяговых свойств полноприводных колесных тракторов. *Надежность мелиоративных машин*. 1987. № 1. С. 56 – 59.
23. Гореликов В.Е. Повышение эффективности работы тракторов "Кировец" путем подбора давления воздуха в шинах. *Повышение эффективности и экономичности применения мощных колесных тракторов*. 1987. № 1. С. 11 – 14.
24. Ульянов Н.А. Колесные движители строительных и дорожных машин. Теория и расчет. М. : Машиностроение, 1982. 279 с.
25. Чудаков Е.А. Теория автомобиля. М. : Машгиз, 1950. 343 с.
26. Чудаков Е.А. Циркуляция паразитной мощности в механизмах бездифференциального автомобиля. М. : Машгиз, 1950. 79 с.
27. Зимелев Г.В. Теория автомобиля. М. : Машгиз, 1959. 312 с.
28. Чудаков Д.А. Основы теории трактора и автомобиля. М. : Изд-во сельскохозяйственной литературы, журналов и плакатов, 1962. 312 с.
29. Михайловский Е., Цимбалин В. Теория трактора и автомобиля. М. : Сельхозиздат, 1960. 336 с.
30. Скотников В.А., Машенский А.А., Солонский А.С. Основы теории и расчета трактора и автомобиля. М.: Агропромиздат, 1986. 383 с.



31. Тракторы. Теория / Гуськов В.В., Велев Н.Н., Атаманов Ю.Е. и др.; под ред. В.В. Гуськова. М. : Машиностроение, 1988. 376 с.
32. Платонов В.Ф., Ленашвили Г.Р. Гусеничные и колесные транспортно-тяговые машины. М. : Машиностроение, 1956. 296 с.
33. Фалькевич Б.С. Теория автомобиля. М. : Машгиз, 1963. 239 с.
34. Иванов В.В., Иларионов В.А., Морин М.М. Основы теории автомобиля и трактора. М. : Высшая школа, 1977. 245 с.
35. Динамика автомобиля / М.А. Подригало, В.П. Волков, А.А. Бобошко и др.; Под ред. М.А. Подригало. Харьков : Изд-во ХНАДУ, 2008. 424 с.
36. Чудаков Е. А. Качение автомобильного колеса. М.-Л. : АН СССР, 1948. 200 с.
37. Коротконошко Н. И. Исследование тягово-мощностного баланса и проходимости многоприводного автомобиля в связи с разработкой унифицированных семейств транспортных средств : автореф. дис. ... д-ра техн. наук : спец. 195-автомобили и тракторы. М., 1969. 36 с.
38. Коротконошко Н. И. Автомобили с заблокированным и дифференциальным приводом. М. : Машгиз, 1948. 119 с.
39. Чудаков Е.А. Теория автомобиля. М. : ОНТИ–НКТПСССР, 1935. 392 с.
40. Чудаков Е.А. Теория автомобиля. М. : Машгиз, 1940. 396 с.
41. Чудаков Е. А. Боковая устойчивость автомобиля при торможении. М. : Машгиз, 1952. 183 с.
42. Чудаков Е. А. Устойчивость автомобиля при заносе. М.-Л. : Изд-во АН СССР. 1945. 144 с.
43. Чудаков Е. А. Устойчивость автомобиля против заноса. М. : Машгиз, 1949. 143 с.
44. Чудаков Е. А. Циркуляция мощности в системе бездифференциальной тележки с жесткими колесами. М.-Л. : АН СССР, 1947. 183 с.
45. Петрушов В. А., Шуклин С. А., Московкин В. В. Сопротивление качению автомобилей и автопоездов. М. : Машиностроение, 1975. 225 с.

46. Левин М. А., Фуфаев Н. А. Теория качения деформируемого колеса. М. : Наука, 1989. 272 с.
47. Петров В. А. Механизм сцепления пневматического колеса с жесткой опорной поверхностью. *Тракторы и сельскохозяйственные машины*. 1991. № 10. С. 15 – 17.
48. Работа автомобильной шины / Кнороз В. И, Кленников Е. Б., Петров И. П. и др.; под ред. В. И. Кнороза. М. : Транспорт, 1976. 238 с.
49. Бухин Б.Л. Введение в механику пневматических шин. М. : Химия, 1988. 222 с.
50. ГОСТ 5513-97 Шины пневматические для грузовых автомобилей, прицепов к ним, автобусов и троллейбусов. Технические условия. [Введ. с 1999-01-01, в Украине с 2000-01-01]. М., 2002. 25 с.
51. ГОСТ 4754-97 Шины пневматические для легковых автомобилей, прицепов к ним легких грузовых автомобилей и автобусов особо малой вместимости. Технические условия. [Введ. с 1999-01-01, в Украине с 1999-01-06]. М., 2003. 25 с.
52. Чудаков Д.А. Основы теории и расчета трактора и автомобиля. Изд. 2-е перераб. и доп. М. : Колос, 1972. 384 с.
53. Динамика автомобиля / Подригало М. А., Волков В. П., Бобошко А. А. и др. Х. : Изд-во ХНАДУ, 2008. 424 с.
54. Подригало М. А., Абдулгасис А. У. Угловая скорость рыскания двухосного автомобиля при неравномерности динамических радиусов ведущих колес. *Вісник Національного транспортного університету*. 2008. Вип. 16. С. 95 – 98.
55. Подригало М. А., Клец Д. М., Абдулгасис А. У. Исследования бокового увода автомобиля при разности динамических радиусов ведущих колес. *Вісті Автомобільно-дорожнього інституту : наук.-вироб. зб.* 2008. № 2 (7). С 41 – 50.
56. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля. М. : Машиностроение, 1971. 416 с.

57. Бойков В.П., Левин М.А. Определение некоторых показателей взаимодействия колесного движителя трактора с почвогрунтом. *Тракторы и сельскохозяйственные машины*. 1986. № 6. С. 6 – 10.
58. Шухман С. Б., Соловьев В. И., Прочко Е. И. Теория силового привода колес автомобилей высокой проходимости. М. : Агробизнесцентр, 2007. 336 с.
59. Чернышев И.Н. Влияние крутящего момента на динамический радиус качения автомобильного колеса. *Автомобильная промышленность*. 1954. № 4 с. 15 – 18.
60. Динамика транспортно-тяговых колесных и гусеничных машин : монография / под общ.ред. А.Н. Туренко. Харьков : Издательство ХГАДТУ (ХАДИ), 2001. 642 с.
61. Порівняльне обґрунтування роботи модульних тягово-транспортних засобів з роботою тракторів / В.М. Третяк, Р.В. Оляднічук, В.С. Петренко, М.М. Потапов. *Механізація та електрофікація сільського господарства. Міжвідомчий тематичний науковий збірник*. 2009. № 93. С. 236–247.
62. Антонов А.С. Силовые передачи колесных и гусеничных машин. Теория и расчет. 2-е изд. доп. и пер. Л. : «Машиностроение», 1975. 480 с.
63. Karl Popp and Werner Schiehlen *Ground Vehicle Dynamics* Popp. Berlin : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010. 365 p.
64. Giancarlo Genta. *Motor vehicle dynamics. Modeling and simulation*. Singapore : World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2003. 533 p.
65. Wong J.Y. *Theory of Ground Vehicles*. New York : John Wiley and Sons, Inc., 2001. 511 p.
66. Pacejka Hans B. *Tyre and Vehicle Dynamics*. Oxford : Elsevier Butterworth-Heinemann, 2006. 643 p.
67. Rajesh Rajamani. *Vehicle Dynamics and Control*. Minneapolis : University of Minnesota, 2006. 453 p.
68. Rajesh Rajamani. *Vehicle Dynamics and Control*. Second edition. Minneapolis : University of Minnesota, 2012. 497 p.

69. Masato Abe. *Vehicle Handling Dynamics*. Oxford : Elsevier Butterworth-Heinemann., 2009. 291 p.
70. Транспортные средства на высокоэластичных движителях / Н.Ф. Бочаров, В.И. Гусев, В.М. Семенов и др. М. : Машиностроение, 1974. 208 с.
71. Пирковский Ю.В. Новое в теории движения автомобиля по дорогам с твердым покрытием. М. : ЦНИИТЭИавтопром, 1989. 32 с.
72. Пирковский Ю.В., Шухман С.Б. Основы теории колесного движителя (прикладные вопросы оптимизации конструкций). М. : Акад. проблем качества РФ; отд. спецтехники и конверсии, 1996. 94 с.
73. Пирковский Ю.В., Шухман С.Б. Снижение затрат мощности на преодоление сопротивления качению. *Автомобильная промышленность*. 1987. № 5. С. 15–16.
74. Кутьков Г.М. Теория трактора и автомобиля. М. : Колос, 1996. 287 с.
75. Шкарлет А.Ф., Оберемок В.А. Исследование энергетики движения полноприводных тракторов. *Совершенствование технологических процессов, машин и аппаратов в инженерной сфере АПК*. 1996. № 1. С. 88–93.
76. Аникин А.С., Заика В.А. Кинематическое несоответствие трактора К-701 с различными схемами компоновки колес при повороте с постоянным углом слома рамы. *Эффективность использования и повышение работоспособности тракторной техники в сел. хоз-ве*. 1995. № 1. С. 175–179.
77. Заика В.А. Определение параметров поворота трактора "Кировец" с ходовой системой, улучшающей его агротехническую проходимость: автореф. дис. ... канд. техн. наук. Саратов, 1995. 24 с.
78. Кучеров А.В., Лукьянец Н.Н., Лебедев А.С. Эффективность использования трактора класса 0,6 со всеми ведущими колесами. *Улучшение технико-энергет. показателей с.-х. агрегатов в условиях эксплуатации*. 1990. С. 11–15.
79. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М. : Наука, 1972. 466 с.

80. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М. : Наука, 1967. 444 с.
81. McLean. W.G., Nelson E.W. Engineering mechanics. Statics and Dynamics. Third Edition. New York : Mc GRAW Hill Boch Company, 1978. 431 p.
82. Тракторы. Теория / В.В. Гуськов, Н.Н. Велев, Ю.А. Атаманов и др.; Под общ. ред. В.В. Гуськова. М. : Машиностроение, 1988. 376 с.
83. Ванцевич В.В., Стригунов С.И., Лукерчик Л.Л. Влияние межколесных дифференциалов на проходимость и тяговые свойства полноприводного трактора. *Вопросы проходимости машин*. 1987. №1. С. 90–97.
84. Баев В.С. Влияние конструкции межосевого привода на повышение проходимости трактора класса 2. *Вопросы проходимости машин*. 1987. С. 115–122.
85. Смирнов В.И. Обоснование режимов блокирования дифференциалов ведущих мостов шарниро-сочлененного колесного трактора: Автореферат дис. ... канд. техн. наук. Харьков, 1980. 19 с.
86. Войтиков А.В., Бойков В.П., Носик Ю.А. О влиянии комплектации шин на тягово-сцепные качества полноприводных тракторов "Беларусь". *Вопросы проходимости машин*. 1987. №1. С. 98–108.
87. Коцарь Ю.А. Влияние давления в шинах на величину кинематического несоответствия в трансмиссии трактора К-701 при транспортных работах. *Эксплуатация машин в полеводстве*. 1985. №1. С. 118–23.
88. Коцарь Ю.А. Влияние давления в шинах на распределение моментов по колесам трактора К-701 при движении без нагрузки. *Вопросы эксплуатации машинно-тракторного парка*. 1982. №1. С. 88–94
89. Коцарь Ю.А., Дурманов А.С. Выбор типа привода колесного трактора. *Тракторы и с.-х. машины*. 1999. № 6. С. 25–26.
90. Проектирование полноприводных колесных машин / Б.А. Афанасьев, Н.Ф. Бочаров, Л.Ф. Жеглов и др.; Под общ.ред. А.А. Полунгяна. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 488 с.
91. Турлай С.Н. Исследование влияния конструктивных параметров межосевых заблокированных приводов МЭС 6К6 на распределение тяговых

- нагрузок по его мостам. *Совершенствование тракторных конструкций и узлов*. 1987. №1. С. 48–54.
92. Абрамов Д.В. Концепція покращення функціональної стабільності динамічних та енергоперетворюючих властивостей автомобілів: дис. ... докт. техн. наук: 05.22.02. Харків, 2018. 480 с.
93. Автоматическая система регулирования давления воздуха в шинах транспортного средства : АИ 1472287 СССР : МПК4 В 60 С 23/00. № 4230910/31-11 ; заявл. 16.04.87 ; опубл. 1989. № 14. С. 71.
94. Устройство для регулирования давления воздуха в шинах транспортного средства : АИ 1692870 СССР : 4 В 60 С 23/00. № 4428186/11 ; заявл. 23.05.88 ; опубл. 1991. № 43. С. 80.
95. Устройство выравнивания деформации шин транспортного средства : 93045432/11 RU : МПК 6 В 60 С 23/00 ; заявл. 27.09.93 ; опубл. 1996. № 12. С. 16–17.
96. Способ регулирования давления воздуха в шинах колес полноприводного транспортного средства : АИ 1279874 СССР : МПК 4 В 60 С 23/00. № 3679079/27-11 ; заявл. 27.12.83 ; опубл. 1986. № 48. С. 69.
97. Кацыгин В.В., Горин Г.С. Сопротивление перекатыванию и оптимальное кинематическое несоответствие в приводе колес ведущих осей трактора 4x4. *Тракторы с.-х. машины*. 1981. №3. С. 7–9.
98. Гурса Э. Курс математического анализа. Том второй, часть II. Дифференциальные уравнения. М. : Государственное технико-теоретическое издательство, 1933. 287 с.
99. Кошляков Н.С., Глинер Э.В., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. М. : Высшая школа, 1970. 712 с.
100. Салецкий А.М., Слепков А.И. Механика твердого тела. Лабораторный практикум. (Университетский курс общей физики). М. : Изд-во физического факультета МГУ, 1999. 84 с.
101. EN 45501:2017 Метрологічні аспекти неавтоматичних зважувальних приладів. [Чинний від 01.01.2019]. К., 2017. 36 с.

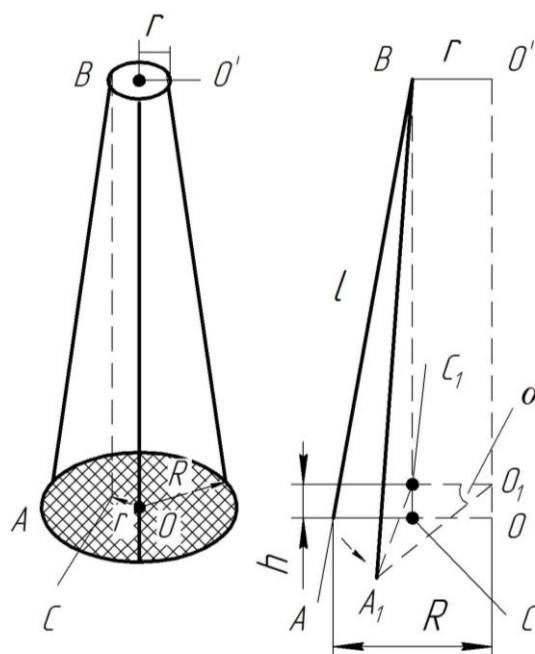
102. Абдулгасис У.А., Абдулгасис А.У., Клец Д.М., Подригало М.А. Динамика колеса и устойчивость движения автомобиля: Монография / под ред. У.А. Абдулгасиса. Симферополь: ДИАЙПИ, 2010. 208 с.
103. Федосов А.С. Модель стационарного плоского движения колеса. *Автомобильный транспорт. Сборник научных трудов*. 2002. Вып. 9. С. 122–126.
104. Романченко М.И. Сопротивление деформации шины при качении колеса. *Автомобильная промышленность*. 2009. № 7. С. 20–23.
105. Томило Э.А. К теории качения колеса. *Автомобильная промышленность*. 1996. № 5. С. 12–13.
106. Тенденции развития объемного гидропривода переднего ведущего моста тракторов и самоходных сельхозмашин. Обзорная информация. Вып. 5 / К.И. Городецкий, Э.Б. Жарикова, И.С. Воронин и др. М. : ЦНИИТЭИ Тракторосельхозмаш. 1980. 34 с.
107. Правила ЕЭК ООН № 13–07,08:1996 Єдині технічні приписи щодо офіційного затвердження дорожніх транспортних засобів категорій М, N і О стосовно гальмування. [Чинний від 2002–07–24]. К, 2002. 180 с. (Національний стандарт України).
108. ДСТУ ISO 5697: 2005 Засоби транспортні сільськогосподарські та лісогосподарські. Визначення гальмівних характеристик (ISO 5697:1982, IDT). [Чинний від 2008–01–01]. К., 2007. 19 с. (Національний стандарт України).
109. Вимоги до технічного стану тракторів, самохідних шасі, самохідних сільськогосподарських, дорожньо-будівельних і меліоративних машин, сільськогосподарської техніки, інших механізмів. Наказ Міністерства аграрної політики України 06.05.2009 №316. Зарєстровано в Міністерстві юстиції України 2009.05.26. за №462/16478.
110. Антонов Д.А. Теория устойчивости движения многоосных автомобилей. М. : Машиностроение, 1978. 216 с.

111. Тормозные свойства и тормозные механизмы колесных тракторов / М.А. Подригало, В.П. Волков, В.А. Павленко и др.; под ред. М.А. Подригало. Х. : Изд-во ХНАДУ, 2007. 507 с.
112. Подригало М.А., Волков В.П., Кирчатый В.И. Устойчивость колесных машин при торможении: Монография. Харьков: Изд-во ХГАДТУ, 1999. 93 с.
113. Подригало М.А., Назаров В.И. Влияние тормозных моментов на величину динамических вертикальных реакций дороги на осях автомобиля. *Автомобильная промышленность*. 2011. № 8. С. 23–25.
114. Подригало М.А. Качение автомобильного колеса и определения понятия «тяговая сила». *Автомобильная промышленность*. 2007. №1. С. 25–26.
115. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. М. : Машиностроение, 1972. 392 с.
116. Автомобили УАЗ-374195, УАЗ-396295, УАЗ-220695, УАЗ-390995, УАЗ-330365, УАЗ-390945 и их модификации. Руководство по эксплуатации. Ульяновск : УГК ПАО «УАЗ». 2016. 128 с.
117. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник и практикум для академического бакалавриата. 5-е изд., пер. и доп. М. : Издательство Юрайт, 2019. 538 с.
118. Инструкции по эксплуатации автомобилей УРАЛ [Электронный ресурс]. Дата оновлення: 16.03.2018. URL: <https://uzst.ru/poleznaya-informaciya/poleznaya-informaciya-po-avtomobilyam-ural/instrukcii-po-ekspluatacii-avtomobilej> (дата звернення: 15.07.2018).
119. Краткий автомобильный справочник. Том 2. Грузовые автомобили. Часть 2 / Б. В. Кисуленко, А. П. Насонов, И. А. Венгеров и др.; под ред. А. П. Насонова]. М. : ИПЦ «Финпол», 2004. 667 с.
120. Датчик положения [Электронный ресурс]. Дата оновлення: 01.09.2020. URL: <https://elm3.ru/wiki/datchik-polozheniya-kolenvala> (дата звернення: 12.10.2020).



Додаток А  
Тріфілярний підвіс

Тріфілярний підвіс являє собою круглу платформу радіуса  $R$ , підвішену на трьох симетрично розташованих нитках однакової довжини, укріплених у її країв (рис. А.1). Нагорі ці нитки також симетрично прикріплені до диска трохи меншого розміру (радіуса  $r$ ). Платформа може здійснювати крутильні коливання навколо вертикальної осі  $OO'$ , перпендикулярної до її площини і яка проходить через її центр. Такий рух платформи призводить до зміни положення її центра ваги по висоті.



$R$  – радіус нижнього диска;  $r$  – радіус верхнього диска,  $l$  – довжина підвісу;  $\alpha$  – кут зсуву платформи;  $h$  – висота підйому платформи;

Рисунок А.1 – Схема тріфілярного підвісу [100]

Якщо платформа маси  $m$ , обертаючись в одному напрямку, піднялася на висоту  $h$ , то прирощення її потенційної енергії дорівнюватиме [100]

$$E_1 = m \cdot g \cdot h, \quad (\text{A.1})$$

де  $g$  – прискорення вільного падіння;

$h$  – висота підйому платформи;

$m$  – маса платформи.

Обертаючись в іншому напрямку, платформа прийде в стан рівноваги ( $h = 0$ ) з кінетичною енергією, яка дорівнює [100]

$$E_2 = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_0^2, \quad (\text{A.2})$$

де  $J$  – момент інерції платформи;

$\omega_0$  – кутова швидкість обертання платформи в момент проходження нею положення рівноваги.

Нехтуючи роботою сил тертя, на підставі закону збереження механічної енергії маємо [100]

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_0^2. \quad (\text{A.3})$$

Вважаючи, що платформа здійснює гармонійні крутильні коливання, можна записати залежність кутового зміщення платформи  $\alpha$  від часу  $t$  у вигляді [100]

$$\alpha = \alpha_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right), \quad (\text{A.4})$$

де  $\alpha_0$  – кут максимального повороту платформи, тобто амплітуда кутового зсуву;

$T$  – період коливань.

Для кутової швидкості  $\omega$ , яка є першою похідною за часом від величини кутового зміщення, можна записати [100]

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{2\pi \cdot \alpha_0}{T} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t. \quad (\text{A.5})$$

У моменти проходження платформи через положення рівноваги ( $t = 0$ ) величина  $\omega(t)$  буде максимальна і дорівнює по модулю [100]

$$\omega_0 = \frac{2\pi\alpha_0}{T}. \quad (\text{A.6})$$

З виразів (A.3) і (A.6) слід, що [100]

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \left(\frac{2\pi\alpha_0}{T}\right)^2. \quad (\text{A.7})$$

Якщо  $l$  – довжина ниток підвісу;  $R$  – відстань від центру платформи до точок кріплення ниток на ній;  $r$  – радіус верхнього диска (рис. 1.1), то легко бачити, що [100]

$$h = OO_1 = BC - BC_1 = \frac{(BC)^2 - (BC_1)^2}{BC + BC_1}. \quad (\text{A.8})$$

Так як

$$(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2 = l^2 - (R - r)^2, \quad (\text{A.9})$$

а при максимальному відхиленні платформи від положення рівноваги

$$(BC_1)^2 = (A_1B)^2 - (A_1C_1)^2 = l^2 - (R^2 + r^2 - 2R \cdot r \cdot \cos \alpha_0), \quad (\text{A.10})$$

то

$$h = \frac{2Rr(1 - \cos \alpha_0)}{BC + BC_1} = \frac{4Rr \cdot \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}{BC + BC_1}. \quad (\text{A.11})$$

При малих кутах відхилення  $\alpha_0$  значення синуса цього кута можна замінити просто значенням  $\alpha_0$ . З огляду на те, що при  $l \geq 20R$  величину знаменника можна записати рівною  $2l$ , отримуємо

$$h = \frac{Rr \cdot \alpha_0^2}{2l}. \quad (\text{A.12})$$

При цьому закон збереження енергії (A.8) набуде вигляду [100]

$$mg \frac{Rr \alpha_0^2}{2l} = \frac{1}{2} J \left( \frac{2\pi \alpha_0}{T} \right)^2, \quad (\text{A.13})$$

звідки випливає, що [100]

$$J = \frac{mgRr}{4\pi^2 l} \cdot T^2. \quad (\text{A.14})$$

За формулою (A.14) можна експериментально визначити момент інерції порожньої платформи або платформи з тілом, покладеним на неї, так як всі величини в правій частині формули безпосередньо вимірюються. Слід пам'ятати, що  $m$  – це сумарна маса платформи і досліджуваного тіла, покладеного на неї.

## Додаток Б

## Код програми в середовищі Matrix Laboratory для моделювання зміни енергії крутильних коливань

```

% Радіус переднього колеса (м)
R0 = 0.345;

% Радіус заднього колеса (м)
R1 = 0.345;

% Довжина вала (м)
l = 1.780;

% Радіус вала (м)
R = 0.08;

% Щільність матеріалу (сталь), з якого зроблений вал (кг/м3)
rho = 7820;

% Модуль зсуву (Па)
G = 79.3*10^9;

% Формула обчислення моменту інерції круглого диска радіуса R
Jr = @(R) (9.196 - 0.074*R + 0.154*10^(-3)*R^2)/25;

% Момент інерції переднього колеса (кг*м)
J0 = Jr(R0);

% Момент інерції заднього колеса (кг*м)
J1 = Jr(R1);

% Полярний момент інерції (м4)
Jp = 0.5*pi*(R/2)^4;

% Момент інерції одиниці довжини вала (кг*м)
J = 0.5*pi*rho*(R/2)^4;

% Параметр хвильового рівняння
a2 = G*Jp/J;
a = sqrt(a2);

% Допоміжні змінні
m = J0/J/l;
n = J1/J/l;

% Функції, що визначають початкові стан і швидкість вала
f = @(x) x;
F = @(x) 0.1*x;

% Формули базисних функцій і їх похідних
X = @(beta, l, m, x) cos(beta/l*x) - beta*m*sin(beta/l*x);
X1 = @(beta, l, m, x) -beta/l*sin(beta/l*x) - beta^2/l*m*cos(beta/l*x);

% Змушуючий крутильний момент
Q = @(x, t) 0;

% Розбиття довжини вала на рівні частини, крок і середини інтервалів
% (для обчислення інтегралів)
x = (0:0.01:1)*l;

```

```

h = x(2:end) - x(1:end - 1);
x = (x(2:end) + x(1:end - 1))/2;
% Розбиття часового проміжку (с), крок і середини інтервалів
t = 0:1:60;
tau = 0.5*(t(2:end) + t(1:end - 1));
H = t(2:end) - t(1:end - 1);
% Допоміжні змінні для підсумовування ряду
ex = ones(size(x));
etau = ones(size(tau));
et = ones(size(t));
nfun = 1;
% Масив для значень енергії
U1 = zeros(length(x), length(t), nfun);
% Підсумовування ряду
for r = 1:size(U1, 3)
    if (r == 1)
        beta = sqrt(1/m + 1/n - 1/3*(1/m^2 + 1/n^2 - 1/m/n));
    else
        beta = r*pi + 1/r/pi*(1/m + 1/n);
    end
    XX1 = X1(beta, l, m, x);
    C = sqrt((beta/l)^2/sum(h.*(XX1.^2)));
    T0 = C*(sum(h.*X(beta, l, m, x).*f(x)) + ...
        1*(m*X(beta, l, m, 0)^2 + n*X(beta, l, m, 1)^2));
    T1 = C*(sum(h.*X(beta, l, m, x).*F(x)) + ...
        1*(m*X(beta, l, m, 0)^2 + n*X(beta, l, m, 1)^2));
    hfun = h(1)*sum(Q(x'*etau, ex'*etau).*X(beta, l, m, x'*etau));
    Tstar = H(1)*sum((hfun*et).*sin(beta/l*a*(etau'*t - tau'*et)));

    U1(:, :, r) = C*X1(beta, l, m, x)*(Tstar/(beta/l*a) + ...
        T0*cos(beta/l*a*t) + T1/(beta/l*a)*sin(beta/l*a*t));
end
% Інтегрування для обчислення енергії
U = J/2*h(1)*sum(sum(U1.^2, 3), 1);
% Побудова залежності енергії вала від часу
plot(t, U, 'Color', 'black', 'Marker', 'o', 'MarkerSize', 6, ...
    'MarkerFaceColor', 'black')
set(gca, 'YLim', [0, 0.05])
set(gca, 'XTick', t)
grid on
xlabel('\fontsize{14}\bf{time(\it{t}, sec)}')
ylabel('\fontsize{14}\bf{Energy(\it{U})}')

```

## Додаток В

Результати експериментального дослідження визначення зміни величини радіусів коліс при різному навантаженні і тиску в шинах повнопривідного автомобіля УАЗ–3303

Таблиця В.1 – Шлях, який пройдено колесами автомобіля за їх 10 обертів, при різному тиску і різному завантаженні

Завантаження автомобіля, кг	Тиск в шинах, Па	Шлях, м			
		Переднє ліве	Переднє праве	Заднє ліве	Заднє праве
900	$2,7 \cdot 10^5$	23,33	23,27	22,87	23,09
	$2,2 \cdot 10^5$	23,13	23,11	22,85	22,87
	$1,7 \cdot 10^5$	22,9	22,87	22,61	22,69
	$1,2 \cdot 10^5$	22,6	22,49	22,11	22,31
	$0,7 \cdot 10^5$	21,97	21,78	21,66	21,81
600	$2,7 \cdot 10^5$	23,35	23,28	23,12	23,29
	$2,2 \cdot 10^5$	23,1	23,05	22,92	23
	$1,7 \cdot 10^5$	22,87	22,83	22,68	22,79
	$1,2 \cdot 10^5$	22,48	22,4	22,41	22,58
	$0,7 \cdot 10^5$	21,98	21,77	22,03	22,14
300	$2,7 \cdot 10^5$	23,32	23,23	23,18	23,25
	$2,2 \cdot 10^5$	23,09	23	23	23,12
	$1,7 \cdot 10^5$	22,86	22,79	22,8	22,95
	$1,2 \cdot 10^5$	22,58	22,46	22,61	22,71
	$0,7 \cdot 10^5$	22,05	21,84	22,31	22,37
0	$2,7 \cdot 10^5$	23,43	23,35	23,29	23,37
	$2,2 \cdot 10^5$	23,13	22,99	23,07	23,21
	$1,7 \cdot 10^5$	23	22,93	23,02	23,1
	$1,2 \cdot 10^5$	22,64	22,5	22,83	22,92
	$0,7 \cdot 10^5$	22,35	22,15	22,54	22,62

## Додаток Д

Результати експериментального дослідження впливу кінематичної  
розузгодженості в трансмісії повнопривідного автомобіля  
УАЗ–3303 на зміну пройденого шляху при вибігу

Таблиця Д.1 – Відстань пройдена незавантаженим автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом ( $m_g = 0$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах задньої осі (тиск в шинах передньої осі  $P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах задньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідах, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	319,1	318,8	320,2	318,9	319,3
	4x4	296,6	294,2	296,9	295,4	294,8
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	332,6	336,0	336,7	334,3	333,2
	4x4	324,7	323,8	324,6	323,9	324,0
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	331,9	330,0	336,6	333,5	334,8
	4x4	326,1	321,3	328,3	323,9	322,2
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	335,1	336,9	334,2	336,0	335,8
	4x4	331,4	331,2	331,0	332,2	331,9
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	343,2	350,2	344,1	349,8	348,1
	4x4	333,8	333,4	334,2	332,0	333,1



Таблиця Д.2 – Відстань пройдена незавантаженим автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом ( $m_e = 0$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах передньої осі (тиск в шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах передньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідях, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	282,4	282,3	291,3	287,5	2285,5
	4x4	244,3	244,4	242,3	243,8	243,5
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	302,2	301,6	300,0	301,9	300,8
	4x4	272,4	276,8	274,3	275,3	273,6
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	318,6	319,9	324,4	321,6	320,5
	4x4	291,5	288,6	294,9	290,0	292,6
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	340,0	335,6	338,0	339,2	337,3
	4x4	317,9	309,9	315,6	311,2	314,3
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	343,2	350,2	344,1	349,8	348,1
	4x4	333,8	333,4	334,2	332,0	333,1

Таблиця Д.3 – Відстань пройдена автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом (маса вантажу  $m_e = 300$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах задньої осі (тиск в шинах передньої осі  $P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах задньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідях, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	328,3	327,0	328,9	327,9	328,0
	4x4	301,9	298,9	299,1	297,1	298,3
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	336,2	333,8	336,6	334,5	335,5
	4x4	320,3	316,2	315,6	318,9	319,2
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	341,0	344,1	346,3	343,2	345,2
	4x4	333,0	335,3	337,2	335,8	336,0
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	337,6	334,5	332,8	335,6	336,2
	4x4	335,2	335,0	338,8	334,2	337,2
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	352,0	355,4	353,9	350,0	351,9
	4x4	353,1	350,1	345,6	349,8	346,8

Таблиця Д.4 – Відстань пройдена автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом (маса вантажу  $m_g = 300$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах передньої осі (тиск в шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах передньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідях, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	297,7	298,4	294,0	296,2	295,3
	4x4	251,2	245,2	249,2	247,3	250,0
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	326,5	322,4	327,4	325,4	324,3
	4x4	283,4	283,5	288,9	286,4	284,9
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	337,1	335,4	332,7	334,2	336,8
	4x4	304,8	309,9	308,6	306,6	305,2
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	343,6	347,2	344,8	345,6	347,0
	4x4	337,1	334,0	334,6	335,2	336,1
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	352,0	355,4	353,9	350,0	351,9
	4x4	353,1	350,1	345,6	349,8	346,8

Таблиця Д.5 – Відстань пройдена автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом (маса вантажу  $m_g = 600$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах задньої осі (тиск в шинах передньої осі  $P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах задньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідях, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	324,3	326,2	329,5	327,6	328,2
	4x4	289,5	292,1	290,1	291,5	290,3
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	334,5	335,8	340,9	338,6	339,2
	4x4	317,5	320,4	318,2	319,6	318,0
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	340,8	340,6	338,6	339,6	341,2
	4x4	331,2	328,5	327,5	329,6	330,8
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	346,8	350,3	350,8	349,2	347,6
	4x4	345,3	339,9	343,5	341,5	344,2
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	354,0	354,3	354,5	353,2	355,4
	4x4	348,7	349,2	347,2	348,0	348,1

Таблиця Д.6 – Відстань пройдена автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом (маса вантажу  $m_g = 600$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах передньої осі (тиск в шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах передньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідах, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	287,4	288,8	285,3	288,1	287,3
	4x4	248,7	247,3	244,9	245,6	246,8
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	328,3	321,8	326,5	327,3	322,6
	4x4	290,1	287,5	288,3	289,5	288,0
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	327,6	325,7	326,2	327,1	326,5
	4x4	307,8	306,2	310,3	308,2	309,2
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	345,0	343,9	350,4	348,1	346,6
	4x4	336,5	335,2	336,9	335,9	336,0
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	354,0	354,3	354,5	353,2	355,4
	4x4	348,7	349,2	347,2	348,0	348,1

Таблиця Д.7 – Відстань пройдена автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом (маса вантажу  $m_g = 900$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах задньої осі (тиск в шинах передньої осі  $P_1 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах задньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідах, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	323,1	319,6	323,3	320,8	321,6
	4x4	276,5	273,3	275,6	274,9	274,1
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	348,3	346,5	347,9	347,0	346,2
	4x4	309,2	311,1	307,8	310,3	309,7
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	348,9	352,0	351,9	353,2	350,2
	4x4	329,6	329,6	324,3	325,2	324,7
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	354,9	358,2	356,2	355,5	357,2
	4x4	344,8	343,6	344,9	343,0	345,1
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	353,7	353,2	355,5	354,2	353,9
	4x4	348,0	344,4	343,2	347,2	345,5

Таблиця Д.8 – Відстань пройдена автомобілем УАЗ–3303 при вибігу після розгону ділянкою дороги з ухилом (маса вантажу  $m_g = 900$  кг) з різною колісною формулою і різним тиском в шинах передньої осі (тиск в шинах задньої осі  $P_2 = \text{const} = 2,7 \cdot 10^5$  Па)

Тиск в шинах передньої осі, Па	Колісна формула	Відстань, пройдена автомобілем при різних дослідах, м				
		1	2	3	4	5
$0,7 \cdot 10^5$	2x4	300,0	301,5	300,9	301,2	301,1
	4x4	259,6	262,8	260,3	206,4	259,9
$1,2 \cdot 10^5$	2x4	338,7	339,8	339,1	339,0	338,8
	4x4	303,6	298,3	301,9	299,6	302,3
$1,7 \cdot 10^5$	2x4	347,6	351,9	348,9	350,2	348,1
	4x4	337,9	335,2	332,1	336,2	334,1
$2,2 \cdot 10^5$	2x4	356,6	356,9	352,8	355,6	355,8
	4x4	352,2	351,9	348,9	351,8	350,3
$2,7 \cdot 10^5$	2x4	353,7	353,2	355,5	354,2	353,9
	4x4	348,0	344,4	343,2	347,2	345,5

## Додаток Е

Список публікацій за темою дисертації та відомості про апробацію  
результатів дисертації

Наукові праці, в яких опубліковано основні наукові результати дисертації:

1. Потапов Н.Н. Влияние смещения центра тяжести автомобиля при изменении нагрузки на радиусы колес. *Механізація та електрофікація сільського господарства. Міжвідомчий тематичний науковий збірник*. 2014. № 99. С. 58–68.
2. Потапов М. М. Зниження енергії на подолання кінематичної неузгодженості в трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів регулюванням тиску в шинах. *Вісник машинобудування та транспорту. Вінницький національний технічний університет*. 2019. Вип. 2 (10). С. 89–95.
3. Потапов Н.Н. Определение величины затрачиваемой энергии на смятие шин полноприводного автомобиля тягово-транспортного средства при движении с заблокированным приводом. *Вісник ХНТУСГ*. 2019. Вип. 205. С. 49–54.
4. Потапов М.М., Абдулгазіс А.У., Абрамов Д.В., Артьомов М.П., Гацько В.І., Забелишенський З.У., Клец Д.М., Назарько О.О., Подригало М.А., Полянський О.С., Файст В.Л. Динаміка колеса автомобіля: Монографія / за ред. М.А. Подригало, О.С. Полянського. Х. : ХНАДУ, 2019. 199 с.
5. Potapov M., Polyansky O., Molodan A. Change of power and mechanical losses of a wheel vehicle engine with cylinders cutout. *MOTROL. Commission of Motorization and Energetics in Agriculture*. 2018. Vol. 20. No. 1. pp. 99–103.
6. Podrigalo, M., Dubinin, Y., Molodan, A., Polianskyi, O. et al., "New Methods and Systems for Monitoring the Functional Stability Parameters of Wheel Machines Power Units," *SAE Technical Paper 2020-01-2014*, 2020, <https://doi.org/10.4271/2020-01-2014>. Published 15 Sep 2020.
7. Потапов М.М., Третьак В.М., Болдовський В.М., Шевелєв Р.С. Зменшення опору руху повнопривідних тягово-транспортних засобів,

мінімізацією паразитної потужності в трансмісії. *Вісник ХНТУСГ «Механізація сільськогосподарського виробництва»*. 2007. Вип. 59. Том 2. С. 243–248.

8. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Клец Д.М., Холодов М. П. Новое в теории эксплуатационных свойств автомобиля. *Міжвузівський збірник. Наукові нотатки*. 2014. Вип. 46. С. 421-430.

9. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Клец Д.М., Назарько О.А., Влияние тяговых моментов на динамическое распределение вертикальных реакций между колесами автомобиля. *Вестник Нац. техн. ун-та "ХПИ" : сб. науч. тр. Темат. вып. : Транспортное машиностроение*. 2010. № 39. С. 64–74.

10. Потапов Н.Н., Подригало М.А. Движение жесткого автомобильного колеса при действии крутящего момента и толкающей силы. *Автомобильный транспорт: Сб. научных трудов*. 2011. Выпуск 28. С. 14–17.

11. Потапов Н.Н. Полянский А.С., Молодан А.А. Математическая модель скручивания вала трансмиссии полноприводных тягово-транспортных средств при движении с заблокированным приводом. *Інженерія природокористування*. 2019. № 4 (14). С. 6-11.

Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

12. Потапов М.М. Вплив кінематичного розузгодження в трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів на їх паливно-економічні показники. Збірник матеріалів всеукраїнського науково-практичного семінару «Забезпечення функціональної стабільності автомобілів та тракторів» 22 травня 2019 р. Харків: ХНАДУ, 2019. С. 25-27.

13. Потапов Н. Снижение энергии на преодоление кинематического рассогласования в трансмиссии полноприводных тягово-транспортных средств регулированием давления в шинах. *Сучасні технології та перспективи розвитку автомобільного транспорту: матеріали XXI*

міжнародної науково-практичної конференції 21–23 жовтня 2019 р. Вінниця : ВНТУ, 2019. С. 137–140.

14. Potapov M., Molodan A., Polyanskii O. Influence on the engine power and flow fuel of the wheel car of the cylinder parts disconnection. *ЕКОВАРНА* : Сборник докладов XXV Научно-технической конференции с международным участием. Том двадесет и шести. Част 1. Варна, 2019. С. 160-166.

15. Potapov M., Polyanskii O., Molodan A. Cause and investigative failure analysis in nominal engine operation and partial disabling of cylinders. *ЕКОВАРНА*. XXVI Научно-техническа конференция с международно участие. Сборник доклади. Том двадесет и седми. Част 1. Варна, 2020. С. 132-137.

16. Потапов Н.Н., Подригало М.А., Холодов М.П. Особенности торможения колесной машины при жесткой кинематической связи в приводе передних и задних колес. Десята наукова конференція харківського університету повітряних сил ім. Івана Кожедуба «Новітні технології – для захисту повітряного простору» 9 – 10 квітня 2014 р. Харків: ХНУПС, 2014. С. 211.

17. Потапов М.М., Абрамов Д.В., Тарасов Ю.В., Потапова О.В. Підвищення експлуатаційних характеристик повнопривідних тягово-транспортних засобів під час руху із заблокованим приводом. Збірник тез доповідей ІХ Всеукраїнської науково-практичної конференції “Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності військових формувань та правоохоронних органів” 29 жовтня 2020 р. Харків: НАНГУ, 2020. С. 16-17.

18. Потапов М.М. Потапова О.В., Абрамов Д.В. Визначення втрат енергії при зминанні шин повнопривідного тягово-транспортного засобу. Наукові праці Міжнародної науково-практичної конференції присвяченої 90-річчю Харківського автомобільно-дорожнього університету та 90-річчю автомобільного факультету “Сучасні тенденції розвитку автомобільного транспорту та галузевого машинобудування” 16-18 вересня 2020 р. Харків: ХНАДУ, 2020. С. 155-157.

Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

19. Пат. 28598 Україна, МПК G01M 17/00. Спосіб визначення впливу на ґрунт рушіїв транспортних засобів / Третяк В.М., Болдовський В.М., Давиденко О.Ю, Потапов М.М.; заявник Третяк Віктор Михайлович. – № u 2007 10319; заявл. 17.09.2007; опубл. 10.12.2007, Бюл. № 20.

20. Пат. 143315 Україна, МПК F02D 41/32, F02M 63/02. Система відключення паливоподачі за допомогою електромагнітних клапанів / Молодан А.О., Полянський О.С., Подригало М.А., Потапов М.М., Дубінін Є.О., Клец Д.М., Абрамов Д.В.; заявник Харківський національний автомобільно-дорожній університет. – № u 202000007; заявл. 02.01.2020; опубл. 27.07.2020, Бюл. № 14.

Відомості про апробацію результатів дисертації

Основні результати теоретичних та експериментальних досліджень дисертаційної роботи доповідались та отримана позитивна оцінка на: Всеукраїнському науково-практичному семінарі «Забезпечення функціональної стабільності автомобілів та тракторів» (Харків, ХНАДУ, 22 травня 2019 р., очна форма участі); XXI Міжнародній науково-практичній конференції «Сучасні технології та перспективи розвитку автомобільного транспорту» (Вінниця, ВНТУ, 21 – 23 жовтня 2019 р., заочна форма участі); XXV і XXVI міжнародних науково-практичних конференціях. ЕКОВАРНА (Варна, 2019, 2020 р.р., заочна форма участі); X Науковій конференції Харківського університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба «Новітні технології для захисту повітряного простору» (Харків, ХНУПС, 9 – 10 квітня 2014 р., очна форма участі); IX Всеукраїнській науково-практичній конференції «Актуальні питання забезпечення службово-бойової діяльності



військових формувань та правоохоронних органів» (Харків, НАНГУ, 29 жовтня 2020 р., очна форма участі); Міжнародній науково-практичній конференції присвяченій 90-річчю Харківського автомобільно-дорожнього університету та 90-річчю автомобільного факультету "Сучасні тенденції розвитку автомобільного транспорту та галузевого машинобудування" (Харків, ХНАДУ, 16-18 вересня 2020 р., очна форма участі).

Додаток Ж  
Акти впровадження

ЗАТВЕРДЖУЮ



Директор державного підприємства  
«Харківський автомобільний завод»

О.Ф. Грабовець

2019 р

про впровадження результатів дисертаційного дослідження  
здобувача наукового ступеня кандидата технічних наук  
Потапова Миколи Миколайовича

Данин акт складено комісією у складі:

Ткаченко В.Г. – головний інженер державного підприємства  
«Харківський автомобільний завод»;

Подригало М.А. – д.т.н, проф., завідувач кафедри технології  
машинобудування і ремонту машин Харківського національного  
автомобільно-дорожнього університету;

Полянський О.С. – д.т.н, професор кафедри технології машинобудування і  
ремонті машин Харківського національного автомобільно-дорожнього  
університету.

Комісія провела роботу по визначенню фактичного використання  
державним підприємством «Харківський автомобільний завод» розробок  
здобувача Потапова Миколи Миколайовича і встановила, що під час виконання  
капітального ремонту повнопривідних тягово-транспортних засобів (ТТЗ)  
спеціального призначення які не мають міжосьових диференціалів можливо  
використовувати наукові результати дисертації, а саме:

- система контролю за тиском в шинах ТТЗ;
- спосіб мінімізації кінематичного розгудження в трансмісії  
повнопривідних ТТЗ.

Також результати дисертаційної роботи можуть використовуватися заводом  
при проведенні дослідно-конструкторських робіт з модернізації автомобілів, що  
випускаються на нашому підприємстві.

Члени комісії:

В.Г.Ткаченко

М.А. Подригало

О.С. Полянський

ЗАТВЕРДЖУЮ:

В.о. директора ДП «ХЗСМ»


 М.Мормило

2019

**АКТ**

про впровадження результатів дисертаційного дослідження  
здобувача наукового ступеня кандидата технічних наук  
Потапова Миколи Миколайовича

Комісія у складі:

Голова комісії – Є.М. Стрілець – перший заступник директора

та члени комісії:

- В.В. Воронцов – головний конструктор

- С.О. Пивоваров – головний технолог

---

встановила, що результати дисертаційного дослідження здобувача наукового ступеня кандидата технічних наук Потапова Миколи Миколайовича, а саме:

– теорія навантаження трансмісії повнопривідних тягово-транспортних засобів при відсутності міжосьових диференціалів або при його блокуванні;

– теорія навантаження коліс повнопривідних тягово-транспортних засобів при відсутності міжосьових диференціалів або при його блокуванні використовуються при проведенні дослідно-конструкторських робіт з модернізації автомобілів, що випускаються на нашому підприємстві.

Голова комісії



Є.М. Стрілець

Члени комісії



В.В. Воронцов

С.О. Пивоваров

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної та  
навчальної роботи

В.М.Жмайлов

2020 р

АКТ

про впровадження результатів дисертаційного дослідження  
здобувача наукового ступеня кандидата технічних наук  
Потапова Миколи Миколайовича

Даний акт складено комісією у складі:

Зубко Владислава Миколайовича – к.т.н., доцент, завідувач кафедри «Трактори, сільськогосподарські машини та транспортні технології» Сумського національного аграрного університету;

Саржанов Анатолій Олександрович – к.т.н., доцент, завідувач кафедри «Експлуатації техніки» Сумського національного аграрного університету;

Гецович Євген Мойсейович – д.т.н, професор кафедри «Трактори, сільськогосподарські машини та транспортні технології» Сумського національного аграрного університету.

Комісією встановлено, що в навчальному посібнику (Подригало М.А., Шелудченко В.В. «Нове в теорії експлуатаційних властивостей автомобілів і тракторів» – Суми.: Сумський національний аграрний університет, 2015. –213с.) використовуються матеріали дисертаційної роботи асистента ХНАДУ Потапова Миколи Миколайовича.

Матеріали, що представлено Потаповим М.М. використано у підрозділі 1.1 «Кочення колеса й визначення поняття тягової сили».

Зазначений матеріал використовується під час підготовки студентів в Сумському національному аграрному університеті.

Члени комісії:

В.М. Зубко

О.А. Саржанов

Є.М. Гецович

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Директор Національного наукового центру  
«Інститут механізації та електрифікації  
сільського господарства»



В.В. Адамчук

2021 р.

про впровадження результатів дисертаційного дослідження  
здобувача наукового ступеня кандидата технічних наук  
Потапова Миколи Миколайовича

Данин акт складено комісією у складі:

Погорілий С. П. – д.т.н., завідувач відділу багатофункціональних тягово-транспортних засобів ННЦ «ІМЕСГ»;

Третяк В. М. – к.т.н. – завідувач відділу мобільних енергетичних засобів та біоенергетики ННЦ «ІМЕСГ»;

Подригало М.А. – д.т.н, проф., завідувач кафедри технології машинобудування і ремонту машин Харківського національного автомобільно-дорожнього університету;

Комісія визначила, що в Національному науковому центрі «Інститут механізації та електрифікації сільського господарства» при проведенні пошукових науково-дослідних робіт зі створення нової техніки сільськогосподарського призначення використовувались теоретичні напрацювання здобувача Потапова Миколи Миколайовича, а саме:


- розроблення системи керування тиском повітря в шинах коліс ТТЗ сільськогосподарського призначення «Автотрактор», який базується на шасі автомобіля КраЗ-
- розроблені системи сигналізації виникнення паразитної потужності в трансмісії платформи самохідної технологічної – ПСТ-1,5.

Результати теоретичних досліджень також можуть використовуватись при створенні перспективних систем рушіїв для мостових технологій в овочівництві.

Члени комісії:

 С.П. Погорілий

 В.М. Третяк

 М.А. Подригало

### Додаток 3

Патенти, які засвідчують права інтелектуальної власності

УКРАЇНА

UKRAINE



ПАТЕНТ

НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

№ 28598

СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ НА ҐРУНТ РУШІЇВ  
ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

Видано відповідно до Закону України "Про охорону прав на винаходи і корисні моделі".

Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі 10 грудня 2007 р.

Голова Державного департаменту  
інтелектуальної власності

М.В. Паладій





(11) **28598**(19) **UA**(51) МПК (2006)  
G01M 17/00

(21) Номер заявки: **u 2007 10319**

(22) Дата подання заявки: **17.09.2007**

(24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель: **10.12.2007**

(46) Дата публікації відомостей про видачу патенту та номер бюлетеня: **10.12.2007, Бюл. № 20**

(72) Винахідники:  
**Третяк Віктор Михайлович (UA),  
Болдовський Володимир  
Миколайович (UA),  
Давиденко Олена Юріївна (UA),  
Потапов Миколай Миколайович  
(UA)**

(73) Власники:  
**Третяк Віктор Михайлович,  
вул.Багратіона,22/51,кв.3, м.Харків  
31046 Україна, UA,  
Болдовський Володимир  
Миколайович,,  
Давиденко Олена Юріївна,,  
Потапов Миколай Миколайович**

(54) Назва корисної моделі:

**СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ НА ҐРУНТ РУШІЇВ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ**

(57) Формула корисної моделі:

Спосіб визначення впливу на ґрунт рушіїв транспортних засобів, при якому, на шляху переміщення транспортного засобу, розміщують лінійно із заглибленням на задану глибину чотири електроди, два із яких є електродами живлення, а два інших реєструючими, який відрізняється тим, що електроди живлення розміщують крайніми і підключають їх на джерело постійної напруги, а реєструючі електроди розміщують в межах електродів живлення і на які включають реєструючий прилад, по величині показів останнього визначають величину щільності ґрунту, при цьому тілу електродів живлення повністю по їх поверхні створюють електричний контакт з ґрунтом, а реєструючим електродам вказаний контакт створюють в площині виміру щільності.

УКРАЇНА



ПАТЕНТ

НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

№ 143315

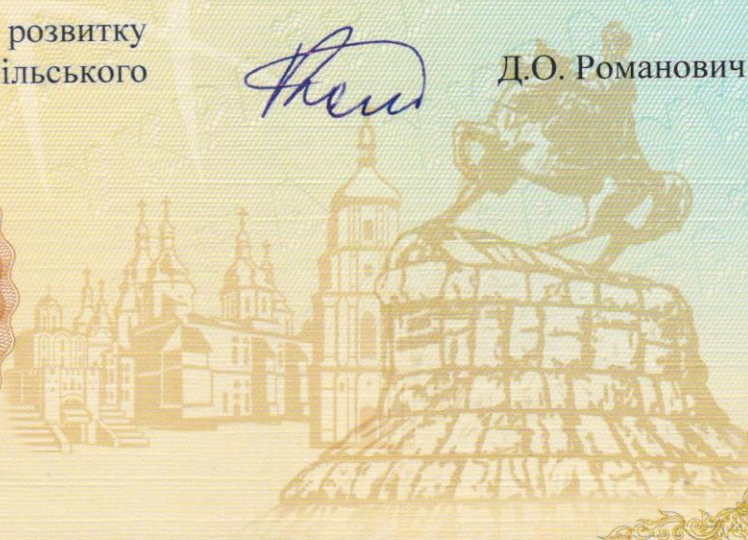
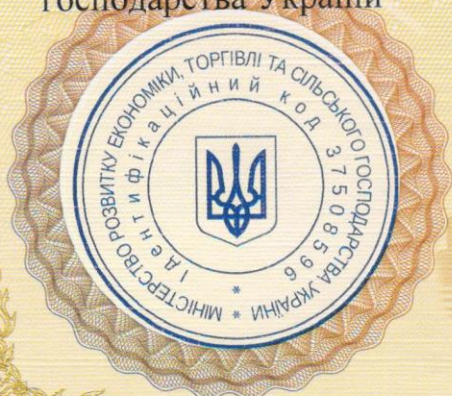
СИСТЕМА ВІДКЛЮЧЕННЯ ПАЛИВОПОДАЧІ ЗА  
ДОПОМОГОЮ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ КЛАПАНІВ

Видано відповідно до Закону України "Про охорону прав на винаходи  
і корисні моделі".

Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні  
моделі 27.07.2020.

Заступник Міністра розвитку  
економіки, торгівлі та сільського  
господарства України

Д.О. Романович





УКРАЇНА

(19) **UA** (11) **143315** (13) **U**  
 (51) МПК  
*F02D 41/32 (2006.01)*  
*F02M 63/02 (2006.01)*

МІНІСТЕРСТВО РОЗВИТКУ  
 ЕКОНОМІКИ, ТОРГІВЛІ ТА  
 СІЛЬСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА  
 УКРАЇНИ

## (12) ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

(21) Номер заявки: **u 2020 00007**  
 (22) Дата подання заявки: **02.01.2020**  
 (24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель: **27.07.2020**  
 (46) Публікація відомостей про видачу патенту: **27.07.2020, Бюл. № 14**

(72) Винахідник(и):  
**Молодан Андрій Олександрович (UA),**  
**Полянський Олександр Сергійович (UA),**  
**Подригало Михайло Абович (UA),**  
**Дубінін Євген Олександрович (UA),**  
**Клец Дмитро Михайлович (UA),**  
**Потапов Микола Миколайович (UA),**  
**Абрамов Дмитрій Володимирович (UA)**

(73) Власник(и):  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ**  
**АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ**  
**УНІВЕРСИТЕТ,**  
 вул. Ярослава Мудрого, 25, м. Харків, 61002 (UA),  
**Молодан Андрій Олександрович,**  
 просп. Тракторобудівників, 100-а, кв. 38, м. Харків, 61118 (UA),  
**Полянський Олександр Сергійович,**  
 вул. Садовий проїзд, 20, кв. 9, м. Харків, 61100 (UA),  
**Подригало Михайло Абович,**  
 вул. Державінська, 2, кв. 148, м. Харків, 61001 (UA),  
**Дубінін Євген Олександрович,**  
 вул. Бібліка, 2-а, кв. 85, м. Харків, 61115 (UA),  
**Клец Дмитро Михайлович,**  
 пров. Студентський, 4, гурт. № 2, м. Харків, 61024 (UA),  
**Потапов Микола Миколайович,**  
 Журавлівська набережна, 3-а, м. Харків, 61013 (UA),  
**Абрамов Дмитрій Володимирович,**  
 пров. Крилова, 5, м. Харків, 61090 (UA)

UA 143315 U

## (54) СИСТЕМА ВІДКЛЮЧЕННЯ ПАЛИВОПОДАЧІ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ КЛАПАНІВ

### (57) Реферат:

Система відключення паливоподачі за допомогою електромагнітних клапанів складається з паливного бака, паливного насоса високого тиску, форсунок, що встановлені з можливістю впорскування палива у циліндри дизельного двигуна, ліній високого тиску палива, ліній зливання палива, електромагнітних клапанів, встановлених в кожній лінії високого тиску палива з можливістю перепускання палива в лінію зливання, електронного блока керування і датчиків частоти обертання та положення колінчастого вала, датчика положення педалі керування. Крім цього, містить електронний блок керування електромагнітними клапанами, за допомогою якого визначаються моменти зниження тиску у лініях високого тиску палива, та містить підтискні пружини, що розташовані за межами порожнин високого тиску електромагнітних клапанів.