

Міністерство освіти і науки України

ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АВТОМОБІЛЬНО-ДОРОЖНІЙ
УНІВЕРСИТЕТ

**СУЧАСНІ ТА ІСТОРИЧНІ ПРОБЛЕМИ
ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ
МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ У ЗАКЛАДАХ
ВИЩОЇ ОСВІТИ: ПОГЛЯД ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ
ОСВІТИ І МОЛОДИХ ВЧЕНИХ**

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної
конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених
11-12 квітня 2019 року**

Харків
ХНАДУ
2019

Редакційна колегія:

ГАДЕЦЬКА Світлана Вікторівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики ХНАДУ (Україна).

МОРОЗ Ірина Іванівна – старший викладач кафедри вищої математики ХНАДУ (Україна).

Всеукраїнська науково-практична конференція здобувачів вищої освіти і молодих вчених проведена згідно з планом проведення міжнародних, всеукраїнських та науково-методичних конференцій та семінарів ХНАДУ у 2019 році (лист МОН України № 22.1/10-405 від 08.02.2019 р.).

Відповідальні редактори:

ЯРХО Тетяна Олександрівна – доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри вищої математики ХНАДУ (Україна)

СМЕЛЬЯНОВА Тетяна Вікторівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики ХНАДУ (Україна).

Сучасні та історичні проблеми фундаментальної та прикладної математичної підготовки у закладах вищої освіти: погляд здобувачів вищої освіти і молодих вчених – Харків: ХНАДУ. – 2019. – 233 с.

В збірку включені матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених, в яких розглянуто науково-педагогічна діяльність видатних вчених в галузі фундаментальних досліджень, новітні математичні та методичні підходи у вивченні природничо-математичних дисциплін, фундаментальні основи розв'язання професійно-прикладних задач.

Збірник матеріалів розраховано на студентів, магістрів, аспірантів і фахівців, діяльність яких пов'язана з науково-дослідною роботою в різних галузях сучасної науки і освіти. Він може бути корисним методистам, викладачам середніх і вищих навчальних закладів, аспірантам та стажерам.

ЗМІСТ

НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНА ДІЯЛЬНІСТЬ ВИДАТНИХ ВЧЕНИХ В ГАЛУЗІ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

<i>Безрідна О. В.</i> Велика теорема Ферма	6
<i>Гаврилюк А.И., Полищук И.А.</i> Жизнь великого ученого Григория Перельмана и его достижения в науке	9
<i>Гадайченков А. Е.</i> Канторович Леонид Витальевич и его вклад в математику	13
<i>Гнатюк А. А., Варфоломеева Ю.О.</i> Про застосування кватерніонів	17
<i>Joy Tanvir Hassan, Selim grigorievich krein</i> – the founder of the Voronezh mathematical school	20
<i>Дзюба В. В.</i> З історії розв’язання функціонального рівняння Коші	23
<i>Зеликова Н. В.</i> Научно-педагогическая деятельность Виктора Яковлевича Буняковского	26
<i>Клещук А.А.</i> Український Едісон – науково-педагогічні здобутки Миколи Пильчикова	32
<i>Копыленкова А.А.</i> Стивен Хокинг – жизнь как достижение	36
<i>Крячко А.О.</i> Життя та наукова діяльність Нобелівського лауреата з економіки Джеймса Джозефа Хекмана	39
<i>Кузнецова Г. Д.</i> Ланцюжок Галілея	43
<i>Маляр К. С.</i> Основні етапи розвитку теорії ймовірностей на початку XX сторіччя	47
<i>Нікіфоров Д.М.</i> Науково-педагогічна спадщина Людвіга Больцмана	51
<i>Остапенко І. В.</i> Гельмгольц: служіння медицині через фундаментальні дослідження у фізиці	55
<i>Повєткіна О. В.</i> Життя та наукова діяльність нобелівського лауреата Теодора Вільяма Шульца	59
<i>Поваляєв І. В.</i> Неординарна особистість угорського математика Я. Бояї ...	63
<i>Тернавская Ю. Г.</i> Развитие теории эллиптических функций в трудах Ю. В. Сохоцкого	66
<i>Цись Я.В.</i> З історії розвитку теорії подільності	68

НОВІТНІ МАТЕМАТИЧНІ ТА ПЕДАГОГІЧНІ ПІДХОДИ У ВИВЧЕННІ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

<i>Алексейчук Д. І., Медведев Д. А.</i> Окремі аспекти дослідження функцій однієї змінної на неперервність	72
<i>Апухтина Д. С.</i> Середнє арифметичне, середнє геометричне і диференціальне рівняння	74
<i>Байдала В.Ю., Мостепан О.А.</i> Найважливіші аспекти застосування інтегралів, що залежать від параметру	77
<i>Bilous O.A.</i> Electronic interactive content in mathematical education	82

Бокань О. Поняття проективної матриці та її застосування у просторових перетвореннях.....	86
Волок М.А. Засоби підтримки навчання майбутніх учителів інформатики основ комп'ютерного моделювання	89
Гапочка В.С. Приклад складання міжгалузевого балансу виробництва з використанням матричної алгебри	91
Горбачова О., Губін А., Лебединський А. Про адекватність нормального розподілу ймовірностей як моделі реальних технічних процесів: огляд	93
Загоруйко М. В. Використання CAD/CAE – систем для підготовки спеціалістів.....	97
Корунна О. Про вплив параметрів модельної функції у вигляді кубічного многочлена на структуру системи	101
Кунаєва С. Формалізація навколишнього середовища математичними методами	105
Левченко Д.В., Пономарьов В.В., Чепусенко Є. О. Про прямий метод Ляпунова в теорії стійкості руху	108
Лукаш В. Ю. Проблеми формування навичок безпечної поведінки в Інтернеті в учнів молодшої школи	113
Лустенко І. В. Інтерактивні форми професійної орієнтації школярів на ІТ-спеціальності	117
Микитенко П. В. ІТ – компетентність студентів медиків як педагогічна проблема	120
Овсієнко Г. М. Деякі особливості опису та числові характеристики випадкового процесу у фазовому просторі	123
Остапенко О. В. Науково-дослідна робота студентів як складова підготовки майбутніх фахівців	127
Пухальская М. Ф. Основные подходы организации профориентации учащихся других учреждений образования средствами ВУЗА	131
Супрунчук В. В. Використання в навчальному процесі lms canvas	135
Секеда М. С. Використання сучасних інформаційних технологій у процесі інноваційного розвитку системи освіти	139
Сердюк А. Про існуючі західні розробки теорії вдосконалення технологічних процесів з метою підвищення якості	142
Юнік Д., Окушко О. Відношення та їх властивості	145

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Атаманюк Г. В. Моделі затримок пішоходів та транспортних засобів при пересіченні вулиць і доріг через регульовані пішохідні переходи з визивним пристроєм	148
Баталова Т. С. Застосування операційного числення до знаходження законів руху матеріальних точок	151
Буланая М. С. Интегральное уравнение Вольтерра в банаховом пространстве	155

Девлиш В. А. Наскрізна комп'ютерна підготовка на базі SOLIDWORKS	156
Дорохина А. С. Графический метод решения задач линейного программирования с n переменными	160
Ісмієв Р. І. Коефіцієнт кореляції гармонічних коливань	163
Кащенко М. А. Решение задачи Коши для динамической модели В. Леонтьева с вырожденным коэффициентом фондоемкости	167
Коваленко Д. І. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера, Гауса та за допомогою матриць засобами Excel	170
Колісник В. В. Дослідження працездатності знімача підшипників	173
Кондратенко А. Г. Порівняльний аналіз методів оцінки конкурентоспроможності АТП	177
Михайленко Є.В. Знаходження струмів в електричних ланцюгах за допомогою перетворення Лапласа	184
Олійник В. М. Прогноз індексу Доу–Джонса за даними сонячної активності	187
Олейник А. В. Фазові траєкторії випадкових процесів	191
Олефіренко О. С. Розробка приладу для допомоги в орієнтуванні сліпим та слабозорим людям	195
Принь А. Використання математичного моделювання при вивченні вищої математики	198
Серкін Р. О. Формування інженерного мислення студентів на заняттях з вищої математики	202
Свічинський С. В., Свічинська О. В. Застосування моделей у пізнанні сутності досліджуваних процесів	205
Сысоева И. С. Экономико-математическое моделирование задачи доставки груза	208
Степура І. В. Нечіткі множини в психології: напрями застосування	212
Тульнов М. О., Желтов Д. А. Условия существования явления пограничного слоя для решений системы дифференциальных уравнений с параметром	216
Хованова А. М. Роль мультимедійних технологій у процесі навчання вищої математики в сучасних закладах вищої освіти	219
Шевченко А. О. Використання функціонально-вартісного аналізу для оцінки резервів роботи АТП	223
Шибко Є. О. Розподіл температури у стержні при нульових граничних умовах з змінній початковій температурі	230

НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНА ДІЯЛЬНІСТЬ ВИДАТНИХ ВЧЕНИХ В ГАЛУЗІ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Безрідна О. В. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Вишневецький О. Л.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ВЕЛИКА ТЕОРЕМА ФЕРМА

Теорема. Для цілих чисел $n > 2$ рівняння

$$x^n + y^n = z^n$$

не має ненульових рішень в натуральних числах.

З шкільного курсу математики відома теорема Піфагора: квадрат гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює сумі квадратів катетів. З того ж курсу математики відомий класичний прямокутний трикутник зі сторонами, довжини яких співвідносяться як 3: 4: 5. Для нього теорема Піфагора виглядає так:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Це приклад рішення рівняння Піфагора в ненульових цілих числах при $n = 2$. Велика теорема Ферма (її також називають «Останньою теоремою Ферма») полягає в твердженні, що при значеннях $n > 2$ рівняння $x^n + y^n = z^n$ не має розв'язань в натуральних числах.

Історія Великої теореми Ферма дуже цікава і повчальна, і не тільки для математиків. П'єр де Ферма вніс вклад в розвиток самих різних областей математики, однак основна частина його наукової спадщини була опублікована лише посмертно. Справа в тому, що математика для Ферма була чимось на зразок хобі, а не професійним заняттям. Він листувався з провідними математиками свого часу, проте публікувати свої роботи не прагнув. Наукові праці Ферма в основному виявлено у формі приватного листування і уривчастих записів, часто зроблених на полях різних книг. Саме на полях (другого тому давньогрецької «Арифметики» Діофанта) незабаром після смерті математика нащадки і виявили формулювання знаменитої теореми і приписку:

«Я знайшов цьому воістину чудесне доведення, але поля ці для нього занадто вузькі».

На жаль, судячи з усього, Ферма так і не спромігся записати знайдене їм «чудесне доведення», і нащадки безуспішно шукали його три з гаком століття. З усього розрізненого наукового доробку Ферма, що містить чимало дивовижних тверджень, саме Велика теорема завзято не піддавалася вирішенню. До речі, Ферма формулював чимало тверджень без доведення, але помилився тільки один раз.

Хто тільки не брався за доведення Великої теореми Ферма – все марно! Інший великий французький математик, Рене Декарт (René Descartes, 1596-1650), називав Ферма «хвальком», а англійський математик Джон Уолліс (John Wallis, 1616-1703) – і зовсім «чортовим французом». Сам Ферма, правда, все-таки залишив після себе доведення своєї теореми для випадку $n=4$. З доведенням для $n = 3$ впорався великий швейцарсько-російський математик XVIII століття Леонард Ейлер (1707-83), після чого, не зумівши знайти доведення для $n > 4$, жартома запропонував влаштувати обшук в будинку Ферма, щоб знайти ключ до втраченого доведення. У XIX столітті нові методи теорії чисел дозволили довести твердження для багатьох цілих чисел в межах 200, однак, знову ж таки, не для всіх.

У 1908 році було засновано премію в розмірі 100 000 німецьких марок за рішення цього завдання. Призовий фонд був заповіданий німецьким промисловцем Паулем Вольфскелем (Paul Wolfskehl), який, згідно з переказами, збирався покінчити життя самогубством, але так захопився Великою теоремою Ферма, що передумав помирати. До речі, інфляція у Німеччині після Першої світової війни «з'їла» вказану премію.

З появою арифмометрів, а потім і комп'ютерів планка значень n стала підніматися все вище – до 617 до початку Другої світової війни, до 4001 в 1954 році, до 125 000 на 1976 році. В кінці XX століття найпотужніші комп'ютери військових лабораторій в Лос-Аламосі (штат Нью-Мексико, США) були запрограмовані на розв'язання завдання Ферма в фоновому

режимі (за аналогією з режимом екранної заставки персонального комп'ютера). Таким чином вдалося показати, що теорема вірна для неймовірно великих значень x , y , z і n , але строгим доведенням це послужити не могло, оскільки будь-які наступні значення n або трійки натуральних чисел могли спростувати теорему в цілому.

Нарешті в 1994 році англійський математик Ендрю Джон Уайлс (Andrew John Wiles, р. 1953), працюючи в Прінстоні, опублікував доведення Великої теореми Ферма, яке, після деяких доробок, було визнано вичерпним. Доведення зайняло понад сто журнальних сторінок і ґрунтувалося на використанні сучасного апарату вищої математики, який в епоху Ферма розроблений не був. Більш того, цей апарат, що використовував сучасну алгебраїчну геометрію, був настільки складний, що Ферма і гадки про нього не міг мати.

Так що ж тоді мав на увазі Ферма, залишаючи на полях книги повідомлення про те, що доведення їм знайдено? Більшість математиків знають, що за століття накопичилося більш ніж достатньо некоректних доведень Великої теореми Ферма, і що, швидше за все, сам Ферма знайшов подібне доведення, проте не зумів углядіти в ньому помилку. Втім, не виключено, що все-таки є якийсь коротке і витончене доведення Великої теореми Ферма, яке ніхто до цих пір не знайшов. З упевненістю можна стверджувати лише одне: сьогодні ми точно знаємо, що теорема вірна. Більшість математиків, я думаю, беззастережно погодяться з Ендрю Уайлсом, який зауважив з приводу свого доведення: «Тепер нарешті мій розум спокійний».

Гаврилюк А. И. (студ., 2 курс),
Полищук И. А. (студ., 2 курс)
Научный руководитель – доц. Веневитина С. С.

ЖИЗНЬ ВЕЛИКОГО УЧЁНОГО ГРИГОРИЯ ПЕРЕЛЬМАНА И ЕГО ДОСТИЖЕНИЯ В НАУКЕ

Математики – люди особенные. Они так глубоко погружаются в абстрактные миры, что, «возвращаясь на Землю», часто не могут приспособиться к реальной жизни и удивляют окружающих непривычными взглядами и поступками. У нас речь пойдёт о едва ли не самом талантливом и неординарном из них – Григории Перельмане.

Будущий гений родился 13 июня 1966 года, в обычной семье ленинградских интеллигентов. Его отец Яков был инженером-электриком, с которым будущий ученый часто играл в шахматы. Мать, Любовь Лейбовна Штейнгольц работала учителем математики в ПТУ, но помимо знания алгебры и геометрии хорошо играла на скрипке и поэтому смогла передать сыну любовь к классической музыке.

Ещё в раннем детстве у Гриши проявлялись редкие способности к точным наукам. До 9 класса маленький гений учился в математическом центре для одарённых детей, где на него обратил внимание Сергей Рукшин, основатель и бессменный руководитель этого уникального центра. Именно его называют первооткрывателем Перельмана.

В 8-м классе Гриша занял второе место на городской олимпиаде (для него это было провалом) и с большим трудом вошёл в сборную города. Однако эта неудача так задела его честолюбие, что за год он совершил огромный рывок. Уже на следующей олимпиаде он стал первым и с тех пор показывал выдающиеся результаты. А на международной олимпиаде в Будапеште 15-летний Гриша стал абсолютным победителем, набрав 42 балла из 42.

После таких достижений в учебе, Сергей Рукшин привел талантливого ученика в легендарную физико-математическую школу № 239. Как раз тогда

в этой кузнице математических кадров решили сконцентрировать способных подростков в одном классе и впервые создали его из воспитанников центра.

В классе, где учился Гриша Перельман, талантливых детей было много. Но именно он запомнился сразу – уж очень ответственно готовился к каждому уроку, вспоминает Тамара Ефимова, педагог по математике будущего учёного в 9–10-х классах.

Григорий без экзаменов был зачислен на математико-механический факультет Ленинградского государственного университета. Он неоднократно побеждал на факультетских, городских и всесоюзных студенческих математических олимпиадах, все годы учился только на «отлично». За успехи в учёбе получал Ленинскую стипендию. После окончания университета Григорий Перельман стал сотрудником Математического института имени Стеклова, опубликовал ряд интересных статей по трёхмерным поверхностям в евклидовых пространствах. Мировое математическое сообщество оценило его достижения по заслугам. В 1992 году Перельмана пригласили на работу в Нью-Йоркский университет.

Следующие несколько лет своей жизни Григорий вел свою научную деятельность в Америке. Коллег он удивлял аскетичностью бытия. Ходил по Нью-Йорку в одном и том же вельветовом пиджаке, а питался преимущественно любимыми молоком, хлебом и сыром.

Перельмана на самых выгодных для него условиях приглашали к себе самые престижные мировые университеты и все же, летом 1995 года он вернулся в родной Петербург. В Математическом институте им. Стеклова великий ученый продолжил работу над идеями, которые развивал Гамильтон. В 1996 году Перельману присудили премию Европейского математического общества для молодых математиков, но он, не любивший никакой шумихи, отказался её принять.

Когда Григорий добился определённых успехов в своих исследованиях, он написал письмо Гамильтону, надеясь на совместную

работу. Однако тот не ответил, и Перельману пришлось действовать дальше в одиночку. Но впереди его ждала мировая слава.

В 2000 году Математический институт Клэя опубликовал «список проблем тысячелетия», в который вошли семь классических задач математики, решения которых не могут найти уже очень много лет, и пообещал премию миллион долларов за доказательство любой из них.

Менее чем через два года, 11 ноября 2002-го, Григорий Перельман представил тридцать девять страниц статьи на специализированном сайте, где подвёл итог своих многолетних усилий по доказательству одной задачи из списка. Американские математики, которые знали Перельмана лично, немедленно принялись обсуждать статью, в которой доказывалась знаменитая гипотеза Пуанкаре. Учёного пригласили в несколько университетов США прочитать курс лекций, посвящённый его доказательству, и в апреле 2003 года он полетел в Америку. Там Григорий провёл несколько семинаров, на которых показывал, как ему удалось превратить гипотезу Пуанкаре в теорему. Математическое сообщество признало лекции Перельмана исключительно важным событием и предприняло значительные усилия по проверке предложенного доказательства. Четыре года проверки экспертами мирового уровня подтвердили – Григорий Перельман доказал гипотезу, над которой лучшие умы бились ровно сто лет.

До сих пор доказательство гипотезы Пуанкаре остаётся единственной решённой задачей из списка тысячелетия.

В 2006 году Григорию Перельману присудили высшую награду в области математики – Филдсовскую премию. Но математик отказался её получать. Это был настоящий скандал. Президент Международного математического союза прилетал в Петербург и лично уговаривал Перельмана принять заслуженную награду, вручение которой планировалось на конгрессе математиков 22 августа 2006 года в Мадриде. Этот конгресс должен был стать историческим событием, однако Перельман вежливо, но

непреклонно сказал: «Я отказываюсь». Филдсовская медаль, по словам Григория, его совершенно не интересовала: «Это не имеет никакого значения. Всем понятно, что если доказательство верное, то никакого другого признания заслуг не требуется».

В 2010 году Институт Клэя присудил Перельману обещанную премию в миллион долларов за доказательство гипотезы Пуанкаре, которую ему собирались вручить на математической конференции в Париже. Перельман отказался от миллиона долларов и в Париж не поехал. Как объяснил он сам, ему не нравится этическая атмосфера в математическом сообществе. Кроме того, вклад Ричарда Гамильтона он считал ничуть не меньшим.

В чём себе не отказывает математик, – так это концерты классической музыки. Он любит ходить в филармонию и Мариинский театр. Правда, места берёт преимущественно на галёрке. И дело не только в стоимости билетов. По его словам, здесь, на третьем ярусе, голоса слышны лучше всего.

Сегодня тот, кто смог решить одну из задач тысячелетия, ведёт жизнь отшельника. Не работает, не поддерживает связей с коллегами, игнорирует прессу, а обитает всё в том же питерском районе Купчино с мамой.

Жизнь показала, что выдающихся результатов в науке часто добивались одиночки, которые не входили в структуру современной науки. Таким был Эйнштейн. Работая клерком в патентном бюро, он создал теорию относительности, разработал теорию фотоэффекта и принцип работы лазеров. Таким стал Перельман, который пренебрёг правилами поведения в научном сообществе и достиг при этом максимальной эффективности своей работы, доказав гипотезу Пуанкаре.

Сейчас Григорий Перельман занимает девятую строчку в рейтинге гениев современности Daily Telegraph.

Гадайченков А. Е. (студ., 2 курс)
Научный руководитель – доц. Веневитина С. С.
*Воронежский государственный лесотехнический университет
им. Г.Ф. Морозова*

КАНТОРОВИЧ ЛЕОНИД ВИТАЛЬЕВИЧ И ЕГО ВКЛАД В МАТЕМАТИКУ

Вы скорее всего слышали, или даже знакомы с работами советского математика и экономиста Леонид Витальевич Канторович. Его часто приписывают к великим экономистам за его заслуги в области экономики, но часто забывают про его труды в сфере математики. Он внес огромный вклад в развитие функционального анализа, вычислительной математики, языков программирования и функционального анализа в различных сферах. И сегодня мы о нем и поговорим.

Леонид Витальевич Канторович родился 19 января 1912г. в Санкт-Петербурге в семье врача. Его творческие способности проявились необычайно рано. В 1926 году в возрасте 14 лет он поступил на математический факультет Ленинградского университета и уже через год начал активную научную деятельность под руководством преподавателей В.И. Смирнова, Г.М. Фихтенгольца и Б.Н. Делоне, а в 18 лет уже закончил его и через четыре года получил звание профессора. В 1935г. ему была присуждена ученая степень доктора физико-математических наук без защиты диссертации. Годы его работы в Ленинграде (до 1960г.) связаны прежде всего с математико-механическим факультетом ЛГУ и Ленинградским отделением Математического института АН СССР. Эти годы ознаменовались выдающимися достижениями в области чистой и прикладной математики и экономики. Л.В. Канторович является одним из основателей отечественных школ функционального анализа, вычислительной математики, языков программирования. Именно он открыл новый раздел прикладной математики, получивший впоследствии название «линейное программирование». В те годы он написал такие известные

книги, как: «Определенные интегралы и ряды Фурье» (1940 г.), «Теория вероятностей» (1946 г.), «Функциональный анализ и прикладная математика» (1948г.), «Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах» (1950 г.), «Функциональный анализ и вычислительная математика» (1956 г.) и т. д.

Он писал о функциональном анализе в своей книге «Функциональный анализ и прикладная математика», следующее:

«Функциональный анализ в настоящее время весьма интенсивно развивается в СССР в целом ряде различных направлений. Эта дисциплина, возникшая лишь в XX веке, стала одной из центральных и многообещающих областей современной математики благодаря глубине своих внутренних построений и теорий, а также благодаря своим плодотворным приложениям. Её применение к классическому анализу позволило связать воедино целый ряд различных вопросов и получить существенное упрощение в трактовке их, а в связи с этим и значительный прогресс во многих проблемах математического анализа».

Канторович был первопроходцем в этой сфере.

В 1939 году Леонид Витальевич опубликовал свою знаменитую работу «Математические методы организации и планирования производства». В ней он сформулировал несколько математических задач, которые можно применять в плановой и хозяйственной практике: о наилучшей загрузке машин и оборудования, о раскрое материалов с наименьшими отходами, о распределении грузов по нескольким видам транспорта и др. Одновременно Леонид Витальевич разработал универсальный метод решения этих задач, а также реализующие его алгоритмы, заложив основы линейного программирования. Л. В. Канторович впервые в мировой науке точно сформулировал такие важные экономико-математические понятия, как оптимальность плана, оптимальное распределение ресурсов и, главное, показал, что в результате нахождения оптимального плана определяются оптимальные цены используемых ресурсов. Он также впервые указал

многочисленные области экономики, где могут быть применены экономико-математические методы принятия оптимальных решений.

Таким образом, идея оптимальности в экономике была поставлена на прочный научный фундамент. Одной из основных заслуг Л.В. Канторовича является разработка единого подхода к широкому кругу экономических задач о наилучшем использовании ресурсов на базе линейного программирования. Он ввел «двойственные оценки» ресурсов, показывающие степень ценности этих ресурсов для общества.

Как и следовало ожидать, идеи, изложенные в работе 1939 года, были приняты в штыки советскими экономистами. Они обвиняли Канторовича в том, что он протаскивает в советскую экономику математические методы, «а на Западе математическая школа в экономике – средство апологетики капитализма».

Во время Великой Отечественной войны Л.В. Канторович был призван в ряды Советской армии, служил начальником кафедры математики Высшего военно-морского инженерного училища. Рядовому Канторовичу присвоили безотложно звание майора. С этим училищем он провел годы войны в Ярославле, выполнял прикладные работы, а кроме того написал вектор движения теории вероятностей, ориентированный на военные вопросы. Он готовил кадры для флота, продолжая вести научную работу. Только в 1948 году подполковник Л.В. Канторович демобилизовался из армии и вернулся в Ленинград.

После войны Л.В. Канторовичу пришлось на долгое время отойти от экономики. Но, тем не менее, даже ограничиваясь технологически-экономическими моделями, Л.В. Канторович внес в 1940-е годы фундаментальный вклад в науку, открыв две новые области применения линейного программирования со специфическим кругом приложений и своим математическим аппаратом. Речь идет о транспортной задаче, математическая теория которой была разработана совместно с его учеником М.К. Гавуриным (это «метод потенциалов»), и о методах рационального

раскроя промышленных материалов (последняя теория была разработана совместно с другим учеником В.А. Залгаллером).

В 1949 году под руководством Л.В. Канторовича были произведены важнейшие расчеты по оборонной тематике, за которые он был награжден Сталинской и Правительственной премиями. В 1950-х годах его пригласили для работы во вновь создаваемое в Новосибирске Сибирское отделение Экономики СО АН СССР, где он смог вернуться к исследованиям в области экономики. Также Л.В. Канторович был одним из организаторов знаменитого «шестого курса» экономического факультета ЛГУ, и даже преподавал там.

Для своих учеников и последователей Леонид Витальевич всегда был образцом честности, бескомпромиссности и твердости в науке, объективности и трудолюбия. Подкупающими чертами его личности были исключительная доброта, простота и легкость в общении, скромность и даже застенчивость. Он всегда с удовольствием работал с молодежью, и молодежь тянулась к нему.

В заключении хочу сказать, что вклад Леонида Витальевича Канторовича в науку по истине велик. Его исследования в области экономики были фундаментальны, они сочетали в себе новизну концепций с прикладной конкретностью. Модель линейного программирования использовалась им для обоснования чисто экономических концепций. И именно он впервые применил функциональный анализ в вычислительной математике и развил общую теорию приближённых методов, построил эффективные методы решения операторных уравнений.

В 1975 году Л.В. Канторовичу совместно с американским математиком Т. Купмансом была присуждена Нобелевская премия по экономике. Заслуги Л.В. Канторовича кроме высоких научных премий и званий отмечены двумя орденами Ленина, тремя орденами Трудового Красного Знамени, орденом «Знак Почета» и медалями СССР. Леонид Витальевич был почетным доктором университетов Глазго, Варшавы, Гренобля, Ниццы, Мюнхена,

Хельсинки, Парижа (Сорбонна), Кембриджа, Пенсильванії,
Статистического інститута в Калькутте.

Гнатюк А. А. (студ., 2 курс)
Ворфоломеева Ю. О. (студ., 2 курс)
Науковий керівник – доц. Пташний О. Д.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ПРО ЗАСТОСУВАННЯ КВАТЕРНІОНІВ

Нагадаємо, що комплексні числа вводяться застосуванням абстрактного символу i , який задовольняє звичайним правилам алгебри, а також умові $i^2 = -1$. Цього достатньо для відтворення всіх правил арифметики комплексних чисел. Наприклад:

$$(a + bi)(c + di) = ac + adi + bic + bidi = ac + adi + bci + bdi^2 = \\ = (ac - bd) + (bc + ad)i.$$

Введення цього символу i призвело до появи числової системи, яка «розв'язала» низку проблем самої математики та знайшла корисні застосування в інженерних задачах різних напрямків. Зразу ж виникає думка піти далі – ввести ще символи аналогічні i . Так з'явилося поняття гіперкомплексного числа. Зважаючи на алгебраїчні міркування, продуктивним виявилось введення трьох таких символів (позначають їх i, j, k) та вивчення аналогічної комплексному числу «конструкції» $a + bi + cj + dk$ – так званого кватерніону. Таким чином, множина кватерніонів утворює чотиривимірний лінійний векторний простір над полем дійсних чисел (зазвичай його позначають символом $\mathbb{H}$). Своїм відкриттям і назвою сам кватерніон зобов'язаний ірландському математику Вільяму Гамільтону (1805-1865).

Правила дій над введеними символами визначаються наступним чином: $i^2 = j^2 = k^2 = -1$, $ij = k$, $jk = i$, $ki = j$, $ji = -k$, $kj = -i$, $ik = -j$. Так задана «таблиця множення» робить цю операцію

асоціативною, але не комутативною. На перший погляд, відсутність комутативності не є продуктивною, але ж згадаємо некомутативність векторного множення векторів, або множення матриць. Додавання кватерніонів визначається істотним чином, з огляду на можливість приведення подібних. Тобто додавання є комутативним і асоціативним. З властивостей множення впливають всі правила арифметики кватерніонів, наприклад

$$(a + bi)(e + nk) = ae + bei - bnj + ank.$$

Позначення i, j, k асоціюються з аналогічними позначеннями у векторній алгебрі, тобто бачимо, що кватерніон зовнішньо виглядає, як сума тримірного вектору та числа (ця операція у векторній алгебрі не визначалась). Уявна частина $bi + cj + dk$ кватерніона – вектор $(b, c, d) \in R^3$, а дійсна частина $a \in R$ – скаляр в R . При використанні кватерніонів можна, дотримуючись Гамільтона, використовувати векторне і скалярне множення, якщо ввести такі вектори, щоб їхній скалярний добуток дорівнював би дійсній частині кватерніону, а векторний – його уявній частині.

Завдяки тому, що множення кватерніонів поєднує у собі два види множення векторів (скалярне та векторне), кватерніони є чудовим засобом для розв’язання деяких задач геометрії та отримали широке застосування в механіці. Також їх використовують в обчислювальній математиці, наприклад, при створенні тривимірної графіки та ін.

Для зручності викладення введемо позначення. Сам кватерніон позначатимемо $\bar{q} = a + bi + cj + dk$, його векторну частину – $\bar{q} = bi + cj + dk$. Таким чином, $\bar{q} = a + \bar{q}$. Якщо дійсна частина кватерніону дорівнює нулю, то говоримо про *чисто векторний* кватерніон $\bar{q} = \bar{q}$. Операцію множення кватерніонів q_1 та q_2 позначатимемо $q_1 q_2$, операції скалярного та векторного множення векторів позначатимемо звичайним

чином (точкою та хрестиком). Модулем кватерніону називається число $|\overline{q}| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2}$. Будемо називати кватерніон *одиничним*, якщо його модуль $|\overline{q}| = 1$. Наведемо декілька основних результатів.

1. Якщо $\overline{q}_1$ та $\overline{q}_2$ – чисто векторні кватерніони, то маємо

$$\overline{\overline{q}_1 \overline{q}_2} = -(\overline{q}_1 \cdot \overline{q}_2) + (\overline{q}_1 \times \overline{q}_2).$$

2. Нехай $\overline{q}$ – довільний одиничний кватерніон $\overline{q} = a + \overline{q} = a + |\overline{q}| \overline{q}^0$, де $\overline{q}^0$ – орт вектора $\overline{q}$. Тоді існує такий кут φ , що $a = \cos \varphi$, а $b = \sin \varphi$. Тому $\overline{q} = \cos \varphi + \overline{q}^0 \sin \varphi$ (просліджується аналогія з тригонометричною формою комплексного числа).

3. Нехай $\overline{v} = \overline{v}$ чисто векторний кватерніон (вектор). Якщо його помножити зліва на одиничний кватерніон $\overline{q} = \cos \varphi + \overline{q}^0 \sin \varphi$, такий що його векторна частина *ортогональна* до вектора $\overline{v}$, тобто здійснити операцію $\overline{q} \overline{v}$ то це «поверне» вектор $\overline{v}$ на кут φ відносно вісі вектора $\overline{q}^0$.

4. Нехай $\overline{q} = \cos \varphi + \overline{q}^0 \sin \varphi$ – одиничний кватерніон. Назвемо *оберненим* йому кватерніон $(\overline{q})^{-1}$ такий, що $\overline{q}(\overline{q})^{-1} = (\overline{q})^{-1} \overline{q} = 1$. Легко, отримати його вираз: $(\overline{q})^{-1} = \cos \varphi - \overline{q}^0 \sin \varphi$.

5. Якщо над вектором $\overline{v}$ (векторним кватерніоном) здійснити операцію $\overline{q} \overline{v} (\overline{q})^{-1}$, де $\overline{q} = \cos \varphi + \overline{q}^0 \sin \varphi$ вже довільний одиничний кватерніон (не вимагається ортогональності між його векторною частиною та $\overline{v}$) то це «поверне» вектор $\overline{v}$ відносно вісі вектора $\overline{q}^0$ на кут 2φ .

6. У результаті послідовного виконання двох поворотів, які відповідають кватерніонам q_1 та q_2 , над вектором v здійснюється операція $\left(\overline{q_2 q_1}\right)^{-1} v \left(\overline{q_2 q_1}\right)$, тобто маємо третій поворот, який відповідає кватерніону $q_2 q_1$.

Анотація. У даній роботі розглядаються одні з найцікавіших і примітних представників гіперкомплексних чисел – кватерніони, які отримали «друге життя» при інтерпретації деяких фізичних явищ і створенні їх моделей, а також у сучасних інформаційних комп'ютерних інтерактивно-ігрових технологіях.

Література

- [1] – Ефремов А.П. Кватернионы: алгебра, геометрия и физические теории // Гиперкомплексные числа в геометрии и физике. М.: МГТУ им. Н.Э.Баумана. №1. 2004. – С. 112-122 (www.hypercomplex.ru).
- [2] – Hamilton W.R. On quaternions; or on a new system of imaginaries in algebra. Philos. Mag., 1844, v.25. – P.10-13.
- [3] – Кантор И.Л., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. М.: Наука, 1973. – 144 с.

UDK 517.93

Joy Tanvir Hassan (student, 1 course)

Academic advisor – Raetskaya E. V., PhD

Voronezh State University of Forestry and Technologies named after G.F. Morozov

SELIM GRIGORIEVICH KREIN – THE FOUNDER OF THE VORONEZH MATHEMATICAL SCHOOL

Selim G. Kerin – an outstanding scientist and teacher, the largest specialist in the field of functional analysis, hydrodynamics, differential equations and their applications, doctor of technical sciences, professor, honored scientist.

S. G. Krein was born on July 15, 1917. In 1940 he graduated from the Faculty of Physics and Mathematics of Kiev University, and then graduate school under the guidance of Academician N. N. Bogolyubov. Already this period includes his results, now known as classical ones.

During the war years, Selim Grigorievich, under the leadership of Academician M. A. Lavrentiev, worked on the mathematical problems of the theory of cumulative shells and in 1950 defended his thesis for the degree of Doctor of Technical Sciences at the Academy of Artillery Sciences.

In 1952-1954 he headed the department of higher mathematics at the Krivoy Rog Mining Institute. After the war, he returned to Kiev.

In 1952-1954 he is the Head of the Department of Higher Mathematics at the Krivoy Rog Mining Institute.

In 1954, arrives in Voronezh. In Voronezh Selim Grigorievich and lived until the end of his days, until August 17, 1999. For most of this time and most of his adult life, he worked at the Forestry Institute. With the needs of the forest industry was familiar from childhood. In 1954 S.G. Krein began to read the course of mathematics to students of the Faculty of Engineering and Economics of VLTI.

Counting on introducing students into the profession as soon as possible, Selim Grigorievich developed methods for solving typical examples of production: problems of optimal cutting and logging, problems with two objective functions, various transport problems, etc.

In the eighties, these lectures were published in the form of a book and recommended as a textbook for students in the specialty «Economics and organization of the forest industry and forestry». Academician L.V. Kantorovich reviewed the book.

In Voronezh, Selim Grigorievich led an extremely intensive scientific and pedagogical work. The range of his interests is very wide, but the basis of many of his studies is functional analysis. Together with M. A. Krasnoselsky and V. I. Sobolev, he creates a school of functional analysis.

In 1967, on his initiative and under his leadership, the first winter school of mathematics was held in Voronezh, which soon became popular and had a great influence on the development of contacts between mathematicians from different cities and countries.

From this time until 1991, the Voronezh Winter Mathematical Schools were held annually. Unfortunately, 1991 dealt a crushing blow to the conduct of the Voronezh Winter Mathematical Schools. In 1992 and 1993, schools did not take place. In addition, the tremendous work done by Crane and the nervous tension associated with it affected his health.

At 73, Selim Grigorievich Krein had a heart operation. Nine years after the operation he continued to work successfully. Selim Grigorievich participated in the world congress of mathematicians in Zurich, became a distinguished Soros professor. S. G. Krein was the permanent head of various RFBR grants. He actively participated in the conduct of winter schools until 1999.

Author of about 190 papers on functional analysis, mathematical problems of hydrodynamics.

The works combined modern ideas of functional analysis and classical ideas of Chebyshev and Markov, their connection with specific problems of mechanics. Selim Grigorievich could not imagine himself without mathematics, but at the end of his life he said that without mathematics he was nothing.

A very large number of students of SG Crane currently successfully continues to work in various areas of mathematics. In the works of Voronezh mathematicians [1] – [12], dedicated to solving various problems of control and observation, ideas and methods that originated at the seminars of Voronezh mathematical schools were successfully applied.

According to the American Mathematical Society for 2003, S. G. Kerin ranked the first place in the world in the number of students with a scientific degree, ahead of such outstanding modern mathematicians as D. Gilbert and A. N. Kolmogorov.

Abstract: *The article is devoted to the scientific and educational activities of the outstanding scientist S.G. Crane. Its leading role in the basis of the Voronezh mathematical school is revealed.*

Literature

[1] – Raetskaya E.V. Construction of Controls Providing the Desired Output of the Completely Observed Dynamic System / Zubova S.P., Raetskaya E.V.// Automation and Remote Control, 2018, Vol. 79, № 5, pp. 3-23.

- [2] – Raetskaya E.V. Investigation of a singularly perturbed control system / Zubova SP, Raetskaya EV // Bulletin of the Tambov University. Series: Natural and Technical Sciences, 2018, Vol. 23, No. 122, p. 303-308.
- [3] – Zubova S.P. Algorithm to Solve Linear Multipoint Problems of Control by the Method of Cascade Decomposition / Zubova S.P., Raetskaya E.V.// Automotion and Remote Control, 2017, Vol. 78, № 7, pp. 1189-1202.
- [4] – Raetskaya E.V. A Study of the Rigidity of Descriptor Dynamical System in a Banach Space// Zubova S.P., Raetskaya E.V.// Journal of Mathematical Sciences, New York. – 2015. Vol. 208, № 1. – P. 131–138.
- [5] -. Raetskaya E.V. Control construction for obtaining a given output in the observation system / E.V. Raetskaya, S.P. Zubova // Bulletin of Tambov University. Tambov. Volume 20, issue. 5, 2015. p. 1400-1404.
- [6] – Raetskaya E.V. Solution of the Cauchy Problem for Two Descriptive Equations with Fredholm Operator / Zubova S.P., Raetskaya E.V.// Doklady Mathematics, 2014, Vol. 90, No. 3, pp. 528–532.
- [7] – Raetskaya E.V. Control of the Dynamic System // Bulletin of Kurgan-Tubin State University named after Nosir Khusraw. Kurgan-Tube. (Tajikistan)– 2014. – № 3(29). – P. 15 – 19.
- [8] – Raetskaya E.V. Invariance of a nonstationary observability system under certain perturbations/ Raetskaya E.V., Zubova S.P.// Journal of Mathematical Sciences. New York. – 2013. – Vol. 188. – № 3. – P.218–226.
- [9] – Raetskaya E.V. The Comparizon of the Two Criteria of Complete Observability / Zubova S.P., Raetskaya E.V.// Progress in Analysis. Proceeding of the 8–th Congress of the ISAAC (22–27 August 2011). Vol. 2, – M. Peoples Friendship University of Russia, 2012. – P. 248 – 256.
- [10] – Raetskaya E. V. On the invariance of a nonstationary observed system with respect to certain perturbations / Zubova S. P., Raetskaya E. V., Pham Tuan Cuong // Bulletin of Tambov University. Series: Natural and technical sciences. Tambov, 2010. –Vol. 6. – P 1678-1679.
- [11] – Raetskaya E. V. Complete observability of the nonstationary differential-algebraic system / Zubova S. P., Raetskaya E. V., Pham Tuan Cuong // Bulletin of Voronezh State Technical University. Voronezh. – 2010. – Vol. 8. – 2010. –P.2-86.
- [12] – Zubova S. P. On polynomial solutions of the linear stationary control system / Zubova S. P., Raetskaya E. V. and Le Hai Trung // Automation and Remote Control. 2008. V. 69, N. 11. P. 1852-1858.

Дзюба В. В. (студ., 2 курс)
 Науковий керівник – доц. Пташний О. Д.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

З ІСТОРІЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОГО РІВНЯННЯ КОШІ

Нагадаємо, що **функціональне рівняння** – це рівняння, яке містить одну або декілька невідомих функцій (можливо із заданими областями визначення і значень). Розв'язати функціональне рівняння – означає знайти всі функції, які тотожно йому задовольняють. Функціональні рівняння

виникають у різних областях математики, зазвичай коли потрібно описати всі функції, що мають задані властивості. Серед властивостей, які може мати функція, виділяють так звану адитивність, яка полягає у тому, що значення функції від суми аргументів дорівнює сумі значень функції. Якщо сума нескінченна, говорять про зчислену адитивність. Для функції f , заданої на множині (або підмножині) дійсних чисел скінченна адитивність означає, що вона задовольняє функціональному рівнянню $f(x+y) = f(x) + f(y)$, яке називають функціональним рівнянням Коші. Таким чином, постає питання пошуку функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, такої, що $\forall x, y \in \mathbb{R} \quad f(x+y) = f(x) + f(y)$.

Для прикладу, легко перевірити, що функція $f(t) = t^3$ не задовольняє цьому рівнянню, а функція $f(t) = 3t$ задовольняє йому. Узагальнюючи останній приклад, отримуємо безліч функцій виду $f(t) = kt$, де k довільне дійсне число, які задовольняють цьому рівнянню. Виникає питання, чи існують якісь інші функції, що є розв'язками цього функціонального рівняння. Розв'язання цієї задачі виявляється не таким простим, як гадалося.

Коші запропонував спочатку розглянути це рівняння на множині натуральних чисел. Використовуючи метод математичної індукції, можна отримати той загальний розв'язок задачі, який і чекали: $f(n) = kn$, де $n \in \mathbb{N}$.

Нескладно поширити цей результат на множину раціональних чисел: $f(t) = kt$, де $t \in \mathbb{Q}$. Однак, спроба узагальнити отримане на множину $\mathbb{R}$ дійсних чисел у загальному вигляді не вдалась. Якщо ж на функцію накласти додаткові умови – неперервність, або монотонність, то даний результат виявляється вірним. У подальшому було показано, що ці умови можна послабити, наприклад, вимагати неперервності в одній точці, або обмеженості на інтервалі (Коші, Дарбу).

Що ж стосується розв'язання задачі у загальному вигляді на множині дійсних чисел, то у функціональному аналізі побудовані контрприклад, інших (неелементарних) розв'язків.

Наведемо приклад застосування рівняння Коші.

Задача: знайти многочлен $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, такий що

$$\forall x, y \in \mathbb{R} \quad f(x+y) = f(x) + f(y) + 3xy(x+y).$$

Почнемо з підбору якого-небудь розв'язку. Структура правої частини рівняння підказує, що можливим розв'язком може бути функція $f(t) = t^3$. Дійсно, безпосередня перевірка показує, що це так. Але ж можливі й інші розв'язки. Тут можна згадати ситуації, коли вгадування одного розв'язку задачі допомагає знайти і всі інші. Наприклад, розв'язуючи діофантове рівняння $3x + 2y = 5$, ми підбираємо розв'язок $(1,1)$, потім підставляємо його в рівняння та віднімаємо отриману числову рівність з нього. Маємо $3(x-1) + 2(y-1) = 0$, звідки знаходимо $x-1 = 2k$, $x-1 = 2k$, а $y-1 = -3k$, де $k \in \mathbb{Z}$.

У нашому випадку, після того, як ми підібрали розв'язок $f(t) = t^3$, інші розв'язки будемо шукати у виді $f(t) = t^3 + g(t)$, де $g(t)$ – невідома функція. Підставимо сюди $t = x + y$ та врахуємо умову задачі:

$$(x+y)^3 + g(x+y) = x^3 + g(x) + y^3 + g(y) + 3xy(x+y).$$

Звідси маємо $g(x+y) = g(x) + g(y)$. Тобто шукана функція $g(x)$ задовольняє рівнянню Коші. Відповідно умові задачі, $g(x)$ є многочленом, тобто неперервною функцією. А як відомо, загальний розв'язок рівняння Коші у класі неперервних функцій це $g(t) = kt$, де $k \in \mathbb{R}$. Таким чином, розв'язання нашої задачі має вигляд $f(t) = t^3 + kt$, де $k \in \mathbb{R}$.

Література

- [1] – Верещагин Н. К., Шень А. Начала теории множеств. Изд-во: [МЦНМО](#), 2012 . – 112 с.
- [2] – Бродский Я.С., Слипенко А.К. Функциональные уравнения. Киев: Вища школа, 1983. – 96 с.

УДК 929

Зеликова Н. В. (студ., 1 курс)
Научный руководитель – доц. Веневитина С. С.
*Воронежский государственный лесотехнический университет
им. Г.Ф. Морозова*

НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ВИКТОРА ЯКОВЛЕВИЧА БУНЯКОВСКОГО

Биография Виктора Яковлевича Буняковского. В нынешнем году исполняется 215 лет со дня рождения Виктора Яковлевича Буняковского, почетного вице-президента Академии наук, ординарного академика, заслуженного профессора Петербургского университета, Горного института, Института корпуса инженеров путей сообщения, доктора Парижского университета и почетного члена многих университетов.

Среди видных ученых и просветителей России в XIX в. Буняковскому по праву принадлежит одно из первых мест.

С его именем связаны многочисленные и разнообразные исследования, оставившие весьма заметный след в истории развития отечественной математики. В частности, исследования Буняковского по теории чисел и теории вероятностей обусловили появление соответствующих классических трудов Пафнутия Львовича Чебышева и его учеников.

Виктор Яковлевич Буняковский родился 4 (16) декабря 1804 года. В городе Баре Могилевского уезда, Подольской губернии. В городе располагался конно-польский полк, в котором в чине подполковника служил его отец, Яков Васильевич.

Яков Васильевич Буняковский был известен участием в многочисленных сражениях, где проявлял «отличную храбрость». В частности, ему пришлось участвовать в кровопролитных сражениях при Прейсиш-Эйлау и Гейльсберге в 1806-1807 годах. В этих сражениях он показал «отменное мужество» и был награжден золотой саблей с надписью «за храбрость».

С 1808 года Яков Васильевич Буняковский вместе с семьей жил в Тавастгуте (в Финляндии), где квартировал конно-польский полк. Он умер в 37 лет в 1809 года в чине подполковника, оставив жену и двух сыновей.

Младший сын Якова Васильевича, Виктор, еще до смерти отца перевезен матерью из Тавастгута сначала в Петербург, затем в Москву, где воспитывался с сыном генерала Александра Петровича Тормосова, сослуживца Якова Васильевича Буняковского по полку.

В 1820 году Виктор Яковлевич Буняковский с сыном Александра Петровича Тормосова уехал за границу, где пробыл шесть лет. Первый год он брал частные уроки по математическим наукам в Лозанне и в Париже.

В Париже Буняковский изучал математику под руководством Лапласа, Пуассона, Фурье, Ампера и др. Но больше всего он занимался математикой у Коши.

В 1824 году Буняковский получил в Париже степень бакалавра-лиценциата, в 1825 году степень доктора математических наук (после публичной защиты напечатанной диссертации, которая состояла из двух работ: «О распространении теплоты внутри твердого тела» и «О вращательном движении в сопротивляющейся среде плоской системы, имеющей постоянную толщину и определенный контур»).

В 1826 году Буняковский возвращается из Парижа в Петербург и вскоре определился на службу в 1-й кадетский корпус преподавателем математики в старших классах.

Через год Буняковский начал преподавательскую деятельность в офицерских классах Морского корпуса, а несколько позже – в Горном институте корпуса инженеров путей сообщения.

О преподавании Буняковского в последних двух институтах сохранилось мало сведений. Известно только, что Буняковский в 1831 году принимал участие в «Публичных чтениях об усовершенствовании в инженерных науках», организованных Институтом корпуса инженеров путей сообщения. Известна тема одной из его публичных лекций: «Исторический очерк успехов теории чисел». Кроме того, он составил для нужд названного института записки по дифференциальному и интегральному исчислению, которое излагал в этом институте 10 лет (1830- 1840).

В 1846 году Буняковский был избран ординарным профессором Петербургского университета. Однако его научная работа протекала главным образом в стенах Академии наук.

Еще в 1828 году, имея всего 24 года от роду, Буняковский был избран адъютантом Академии наук, спустя два года – экстраординарным, в 1841 году – ординарным академиком, а в 1864 году Буняковский стал вице-президентом Академии наук.

Друзья и соратники, среди которых были известные люди того времени такие как Михаил Васильевич Остроградский, Пафнутий Львович Чебышев, Осип Иванович Сомов и другие все те кого он встречал в кругу своей большой семьи, всегда добрым словом отзывались о своем товарище.

Буняковский умер 30 ноября 1889 года 85-ти лет от роду.

Научно-педагогическая работа. Научную и педагогическую деятельность Буняковский начал в 1826 году, спустя год после подавления движения декабристов.

Положение наук не только общеобразовательных, но и специальных было в указанную эпоху тяжелое. Николай I относился к ним с враждебным недоверием и боялся их. Таким же тяжелым было положение ученых.

Несмотря на это, благодаря внутренним силам русского народа, рассматриваемое время оказалось все же одним из плодотворных периодов в русской истории русской науки и культуры, о чем свидетельствуют имена Пушкина, Тургенева, Лобачевского, Глинки, Остроградского и др. К этому времени относится и расцвет научной деятельности Буняковского.

Пережил Буняковский и буржуазные реформы 60-х годов XIX века, которые расчищали путь более быстрому развитию капитализма в нашей стране, что, как это отмечает Владимир Ильич Ленин, «... было шагом на пути превращения феодальной монархии в буржуазную монархию» (В.И. Ленин, Соч., т.17, стр 88) к более обстоятельному изучению территории государства его естественных богатств, а также вызывали интерес к изучению движения населения. В эти годы с особым усердием занимался специальными исследованиями, посвященными статистике населения, подсчета вероятных контингентов русской армии, организации эмеритальных касс (**ЭМЕРИТУРА**. (от лат. *emeritus* – заслуженный)). Капитал, составленный из взносов служащих, для производства из него отставным чиновникам дополнительной пенсии) и т. д. Эти исследования вместе с капитальным сочинением «Основания математической теории вероятностей» занимают особое место в творчестве Буняковского, весьма разнообразном по своей тематике.

Труды Буняковского относятся к теоретической механике, истории математики, математической физике и к различным отделам чистой математики: теории чисел, теории вероятностей с ее приложениями, анализу, геометрии и алгебре. Буняковский интересовался также практическими вычислениями, о чем говорят изобретенные им планиметр и «самосчёты».

Большое значение для математического образования и твердой научной терминологии имел «Лексикон чистой и прикладной математики», первый том которого был издан Буняковским в 1839 году.

Буняковский занимался также рассмотрением, проверкой, пополнением и пояснением математических терминов и выражений для словаря

церковнославянского и русского языка, изданного Академией наук в 1847 году.

Наконец, Буняковский был редактором математического отдела «Энциклопедического словаря», издававшегося в 1861-1863 годах. В этом словаре помещено много статей Буняковского, в том числе и наиболее значительная по объему его статья под заглавием «Арифметика». Несколько статей математического содержания поместил Буняковский в «Энциклопедическом словаре» Плюшара.

Но Виктор Яковлевич Буняковский был не только талантливым ученым, но и замечательным изобретателем.

Сфера интересов ученого привела его к ряду изобретений математических и счетных приборов. Виктор Яковлевич Буняковский стал «родителем» планиметра, пантографа, прибора для суммирования квадратов и особого счетного прибора – «самосчёты».

Пантограф – прибор, для перечерчивания, к примеру, планов, карт и прочего материала в мелком масштабе.

Планиметр – прибор, механического определения площадей замкнутых контуров, прорисованных на плоскости.

«Самосчёты» – работают по принципу русских счётов. Прибор служит для сложения большого числа двузначных чисел. К примеру, он служил для вычисления среднемесячных и годовых температур.

Знаменательно, то, что имя Виктора Яковлевича Буняковского носит неравенство Коши-Буняковского.

Владея языками, он читал все, что заслуживало внимания в русской и иностранной литературе. Его большая эрудиция была известна всему миру. Особенно ярко она показана в «Лексиконе чистой и прикладной математики», читая который многие ставили вопрос: каким образом один человек, и человек еще молодой во время издания «Лексикона», мог обладать такими обширными познаниями во всех областях математики,

механики, физики, оптики и других наук, имевших какую-либо связь с математикой.

Свою деятельную скромную жизнь Буняковский посвятил всецело математической науке и ее распространению в нашей стране. Это был учитель в самом высоком значении этого слова. Сообщать любознательной молодежи результаты собственных исследований и открытий знаменитых математиков было не только исполнением обязанностей по долгу службы, но и любимым занятием Буняковского. Доказательством этого служит то обстоятельство, что в продолжение почти 40 лет преподавательской деятельности он никогда не пропускал лекций и читал их с постоянно одинаковым подъемом и энергией, с постоянной готовностью объяснить всякое затруднение своим слушателям.

Отличительными чертами характера Буняковского были его отзывчивость и внимательность не только в молодые годы, но и тогда, когда он был вице-президентом Академии наук и причислялся к «гигантам науки».

В заключение стоит особо подчеркнуть и еще одно значение научной, общественной, педагогической деятельности Виктора Яковлевича Буняковского.

Научно-педагогическая деятельность Виктора Яковлевича Буняковского – была активной, яркой и новаторской. Его можно считать отцом русской теории вероятностей, так как его «Основания» были первым полным сочинением по теории вероятностей на русском языке.

Это талантливый лектор, педагог, ученый, смелый разносторонний мыслитель, изобретатель и практик. Много сил отдавал делу просвещения, оказывая колоссальное влияние на молодежь и зрелых мужей того времени, оказывал позитивное влияние на развитие математической науки, ориентируя ее на мировой уровень.

Будучи человеком из украинской семьи, получив блестящее образование за границей, он стал известным российским ученым, был почетным доктором Киевского, Харьковского, Московского, Петербургского

и ряда других университетов, его труды переведены на многие языки, в том числе и украинский.

А сейчас между Россией и Украиной пролегли границы, сеются ненависть и вражда. Это не только не идет на пользу нашим народам, это вредит и науке, в развитие которой в свое время немало сил и таланта вложил Виктор Яковлевич Буняковский.

Мы современная молодежь считаем так – наука должна быть выше границ, выше чьих-то политических амбиций, она должна служить прогрессу, и в этом ее огромное значение для человечества.

***Аннотация.** В данной работе мы говорим о научно-педагогической деятельности великого российского ученого Виктора Яковлевича Буняковского. Проводим параллели с общими достижениями в математике, физике того времени. Говорим об изобретениях и его вкладе в науку.*

УДК 53:37(092)(477)»1857/1908»

Клещук А. А. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Бірюкова Т. В.

Буковинський державний медичний університет, м. Чернівці (Україна)

УКРАЇНСЬКИЙ ЕДІСОН – НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНІ ЗДОБУТКИ МИКОЛИ ПИЛЬЧИКОВА

Багато імен українських вчених ми – українці десь чули, але не можемо згадати відносно чого стосуються ці імена, або не знаємо взагалі. Тому необхідно, щоб студентство, молодь відроджували пам'ять про внесок вчених – наших співвітчизників у всесвітню науку. Даваймо пригадаємо що ми знаємо про видатного українського фізика, експериментатора та винахідника Миколу Дмитровича Пильчикова, якого в газетах називали «українським Едісоном».

Народився Микола Пильчиков в Полтаві. Початкові знання та любов до навчання в майбутнього вченого заклад батько, який навчав його передусім різними мовами, і в подальшому Микола Пильчиков вільно володів двома мовами. Після завершення навчання у гімназії, де юнак відрізнявся

прагненням та талановитістю до наук, він вступає до Харківського університету на фізико-математичний факультет. Перший свій прилад Микола зробив в студентські роки. Це був прилад для вивчення звукових коливань графічно – фонавтограф, яким він випередив навіть фонограф Едісона [1]. У цей час виходить наукова робота Пильчикова, присвячена методу рефрактометрії, який є методом кількісного й структурного аналізу для знаходження фізико-хімічних параметрів речовини, в медицині – для визначення концентрації солей, вмісту білка в крові, показника заломлення. За визначеним показником заломлення рідини при зміні вмісту вказаних речовин у ній отримують інформацію, що свідчить про порушення певних процесів в організмі людини, дає можливість діагностики хвороби.

За проведені дослідження Курської магнітної аномалії Пильчикова було нагороджено Великою Срібною медаллю Російського географічного товариства. Згодом він успішно захищає дисертацію на тему «Матеріали щодо питання про місячні аномалії земного магнетизму» й одержує звання магістра фізики та фізичної географії.

Під час стажування у Франції, в Паризькій магнітній обсерваторії молодий винахідник зміг виправити конструкційні помилки сейсмографа і отримав широке пізнання у науковому світі. Він стажувався в лабораторіях відомих фізиків свого часу, наприклад, лабораторії лауреата Нобелівської премії за винахід способу кольорової фотографії – Г. Ліппмана. В цей же час проводить дослідження з електрохімії, займається розробкою оптико-гальванічного способу вивчення електролізу. Результати своїх досліджень докладає на міжнародних конгресах та з'їздах. За свої дослідження отримав членство у Французькому фізичному товаристві та Міжнародному товаристві електриків.

Після повернення до Харкова стає професором Харківського університету. Під час роботи в університеті проводить дослідження з поляризації світла, метеорології, створює нові прилади – інклінометр та однопитковий сейсмограф, засновує метеостанцію та магнітно-

метеорологічне відділення при кафедрі фізики. Педагогічна діяльність професора не є перешкодою для його плідної наукової роботи. Під час роботи в Харківському університеті Микола Дмитрович веде плідну науково-дослідницьку діяльність: як член та вчений секретар товариства фізико-хімічних наук при університеті, виступає з доповідями, розпочинає друк праць товариства [2].

З 1894 року професор деякий час працює в Імператорському Новоросійському університеті міста Одеси (тепер Одеський національний університет імені Мечникова) на посаді екстраординарного професора. В цей час Миколою Пильчиковим прочитано більше 10 різноманітних курсів для студентів фізико-математичного й медичного факультетів. Пильчиков був прекрасним лектором, студенти із великим задоволенням приходили на його заняття. Микола Дмитрович приділяв багато часу студентам, при можливості допомагав їм матеріально.

Дізнавшись про відкриття Рентгеном Х-променів у 1896 році Пильчиков за допомогою трубки Пулюя відкрив невідомі властивості Х-променів, довів їх утворення бомбардуванням, вдосконалив трубку Пулюя, застосувавши в ній увігнутий антикатод, і ця трубка стала називатись фокус-трубка Пильчикова. Цікавим є той факт, що після лекції про властивості Х-променів та демонстрації Х-променеграм в заповненому актовому залі університету слухачі винесли Миколу Дмитровича на руках. Відомо, що сам Конрад Рентген надіслав вдячного листа Пильчикову. Пильчиков продовжує читати публічні лекції, проводити просвічування хворих. У цей час професор робить відкриття явища, яке він назвав електрофотографуванням – фіксація зображення предметів нарощуванням на металевих пластинах рельєфу оптико-гальванічним способом, тобто відкриває можливість електронної фотографії [3]. Пильчиков експериментально й теоретично досліджує явище радіоактивності, проводить дослідження з кріогенної фізики, сконструював радіопротектор – прилад для настройки на певну довжину хвилі й захисту приладів (телефонів, маяків, семафорів, гармат, мін) від дії електричних

хвиль стороннього походження, який під час бойових дій був використаний на кораблях Чорноморського флоту. За схему протектора Пильчикову пропонували 1 мільйон франків, але він відмовився.

Після повернення з Одеси до Харкова професор продовжує наукові дослідження. Фізична лабораторія, заснована Миколою Дмитровичем при Харківському технологічному інституті стає найбільш оснащеною серед навчальних закладів того часу. Він організовує видання газети «Известия Харьковского технологического института», працює її головним редактором.

Необхідно звернути увагу на активну громадську позицію Миколи Дмитровича, його боротьбу за викоренення проявів бюрократизму у навчанні й вихованні молоді, в організації навчального процесу – за демократизацію вищої школи, яка надала йому імення «вкрай лівого професора».

Аналіз творчої та наукової спадщини Миколи Дмитровича – це майже 100 праць, серед яких і підручник «Курс фізики», 25 оригінальних приладів та винаходів світового значення. Його можна назвати першопрохідцем у дослідженнях атмосферної оптики, електрохімії, рентгенології, радіотехніки та інших ключових напрямках науки, що сприяють подальшому науково-технічному прогресу.

Смерть при загадкових обставинах, які й досі нерозкриті, обірвала життя вченого світового масштабу. Скільки б ще цікавих відкриттів та оригінальних приладів міг створити Микола Дмитрович?! Один із некрологів свідчить: «Зі смертю М.Д. Пильчикова вчений світ втратив дуже велику наукову силу». Кошти, які залишились після смерті Пильчикова, він ще за життя заповідав на премії студентам-технологам за кращі дипломні роботи [4].

Сумно, що ми мало знаємо про видатних вчених-українців та їх творчу й наукову діяльність, але ми прагнемо дізнатись більше, і це головне. Відтворимо забуті імена, бо це є наша історія, а історію свого народу, своєї країни треба знати.

Анотація. В статті розглянуто життєвий шлях, науково-педагогічні здобутки Миколи Дмитровича Пильчикова – відомого українського винахідника і вченого зі світовим іменням, незаслужено забутого і відродженого в пам'яті сучасної української науки.

Ключові слова: наукові дослідження, винахід, педагогічні здобутки, прилад.

Література

[1] – Свириденко О. Видатні фізики Полтавщини: проект. Фізика. Сер. Шкільний світ. 2016. № 6. С. 43-65.

[2] – Шаров І. Ф. Вчені України: 100 видатних імен: енциклопедія. ред. В. М. Вакулич. К. : АртЕк, 2006. 486 с.

[3] – Дятлов Ю. Доля унікального проекту українського вченого. Чумацький шлях. 2009. № 1. С. 10-12.

[4] – Дятлов Ю., Козирський В., Шендеровський В. Микола Пильчиков: становлення свілотехніки й електротехніки в Україні. Світогляд. 2009. № 3. С. 50-53.

УДК 929

Копыленкова А. А. (студ., 1 курс)

Научный руководитель – доц. Зенина В. В.

Воронежский государственный лесотехнический университет

имени Г.Ф. Морозова

СТИВЕН ХОКИНГ – ЖИЗНЬ КАК ДОСТИЖЕНИЕ

Стивен Хокинг – человек-легенда, астрофизик и космолог, известный своими работами в области черных дыр и книгами-бестселлерами вроде «Краткой истории времени». Также печально известен его боковой амиотрофический склероз, который был диагностирован еще в молодости Хокинга. Вследствие своего недуга Хокинг оказался прикован к инвалидному креслу, которое, вопреки всему, не сломило, а только воодушевило и снабдило концентрацией физика-космолога. Среди всех достижений Стивена Хокинга – главное, пожалуй, даже не его вклад в теорию черных дыр, а опровержение теории о том, что прикованный к инвалидному креслу человек обречен на одиночество и забвение. Потерявший способность двигаться и говорить ученый путешествовал, читал лекции, писал книги, снимался в сериалах, парил в невесомости – для этих целей специально переоборудовали самолет. «Космос, вот и я!» – произнес он, испытав на себе невесомость. Ему был 21 год, когда поставили диагноз –

амиотрофический склероз: мозг перестает управлять мышцами. В 1965 году, когда он по всем прогнозам должен был умереть, Хокинг женится. У него рождается трое детей. В 1973 году едет в Москву. К середине 1980-х годов Хокинг теряет речь и начинает общаться при помощи синтезатора. И еще за него говорят книги – так, что научное знание о теории Большого взрыва, о происхождении черных дыр становится доступно каждому.

Основная специализация Стивена Хокинга – космология и квантовая гравитация. Учёный исследовал термодинамические процессы, возникающие в кротовых норах, чёрных дырах и тёмной материи. Его именем названо явление, описывающее и характеризующее «испарение черных дыр» – «излучение Хокинга».

В 1974 году Стивен и еще один известный в то время специалист Кип Корн поспорили о природе космического объекта Лебедь «Х-1» и его излучении. Стивен, умудряясь противоречить собственным исследованиям, доказывал, что этот объект не является черной дырой. Однако, потерпев поражение, отдал в 1990 году выигрыш победителю спора.

В 1997 году Стивен Хокинг заключил еще одно пари, но теперь вместе с Кипом Торном против Джона Филиппа Прескилла. Спорная дискуссия стала отправной точкой в революционном исследовании Стивена Хокинга, с докладом о котором он выступил на специальной пресс конференции 2004 года. По мнению Джона Прескилла, в волнах, которые излучают чёрные дыры, есть некая информация, которую невозможно расшифровать. Хокинг противоречил данному доводу, опираясь на результаты проведенных исследований 1975 года. Он утверждал, что информацию невозможно подвергнуть расшифровке, поскольку она попадает во Вселенную, параллельную нашей галактике. Позже, в 2004 году, в рамках пресс-конференции в Дублине на тему космологии Стивен Хокинг выдвинул новую теорию о природе черной дыры. Этим заключением Хокинг снова потерпел поражение в споре, вынужденно признав правоту оппонента. В своей теории физик все-таки доказал, что информация не исчезает

бесследно, но однажды покинет чёрную дыру вместе с термическим излучением.

Стивен Хокинг является автором нескольких документальных фильмов о Вселенной.

В 2015 году состоялась премьера полнометражного художественного фильма «Вселенная Стивена Хокинга», в которой молодого учёного исполнил выдающийся голливудский актёр [Эдди Редмэйн](#), по мнению продюсеров, идеально подходящий на эту роль. Фильм разошелся на цитаты, которые активно использует британская молодежь.

Кроме прочих заслуг и достижений в сфере науки, Стивен Хокинг прославился и в другой области. Он написал несколько книг, разлетевшихся по миру огромным тиражом. Первой его работой стала книга, вышедшая в 1988 году. Художественно-научное произведение под названием «Краткая история времени» доныне остается бестселлером.

Также ученый стал автором книг «Черные дыры и молодые вселенные», «Мир в ореховой скорлупе». В 2005 году он написал ещё одну книгу «Кратчайшая история времени», теперь в соавторстве с писателем Леонардом Млодиновым. Вместе со своей дочерью Стивен Хокинг написал и выпустил книгу для детей «Джорж и тайны Вселенной», которая была выпущена в 2006-ом.

В конце 1998 года учёный составил подробный научный прогноз о судьбе человечества на ближайшее тысячелетие. Соответствующий доклад был сделан в доме правительства. Его доводы звучали достаточно оптимистично. В 2003 заявление исследователя было уже не таким ободряющим, он посоветовал человечеству, не задумываясь, переселяться в другие обитаемые миры подальше от вирусов, которые угрожают нашему выживанию.

Крячко А. О. (студ., 5 курс)
Науковий керівник – проф. Філер З. Ю.
*Центральноукраїнський державний педагогічний університет
імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький (Україна)*

ЖИТТЯ ТА НАУКОВА ДІЯЛЬНІСТЬ НОБЕЛІВСЬКОГО ЛОУРЕАТА З ЕКОНОМІКИ ДЖЕЙМСА ДЖОЗЕФА ХЕКМАНА

Джеймс Хекман (James Joseph Heckman) народився в Чикаго в 1944 році, але його сім'я переїхала в Кентуккі в 1956 році, на наступний рік в Оклахому перед тим як переїхати до передмістя Денверу, штат Колорадо. Його викладачами в школі стали Френк Оппенгеймер та його брат Роберт «батько атомної бомби», який був визначним фізиком-експериментатором. Хоча Хекман не слідував науковому шляху, він каже, що Оппенгеймер навчив його «отримувати задоволення від узгодження теорії з доказами». Він отримав стипендію Фонду Boettcher для навчання в Коледжі Колорадо, де він спеціалізувався на математиці та курсі з економічного розвитку.

Після закінчення коледжу Хекман вивчав економіку в Чиказькому університеті та перейшов до Принстона, де зацікавився економікою праці та економетрикою. «Економетрична група була молодого та інтерактивною», – згадує він. «У повітрі відчувалося хвилювання, оскільки для вивчення ринку праці стали доступні багато нових джерел мікроданих. Був великий інтелектуальний виклик у розробці методів, щоб використовувати ці дані творчо, і він дав можливість для мене об'єднати теорію з доказами» [1]. Після захисту докторської дисертації в 1971 році Хекман зайняв посаду в Колумбійському університеті і був запрошений приєднатися до Національного бюро економічних досліджень у Нью-Йорку.

У 1973 році він перейшов до Чиказького університету. У 1979 році він одружився з соціологом Лінн Петлер. У подружжя є двоє дітей: Джонатан і Алма [2]. У червні 2006 року він отримав медаль «Улісс» від Університетського коледжу у Дубліні, де працював професором науки і суспільства з 2005 по 2014 роки. Серед багатьох інших відзнак, в 2000 році,

Хекман отримав одну з економічних премій за «розвиток теорії та методів аналізу часткових вибірок», що підтверджує цінність початкових уроків Опенгеймера. Він прагнув визнати вплив інших на нього, включаючи викладачів, колег, сучасників і студентів, а також таких допоміжних установ, як Американська фундація адвокатів, Національний науковий фонд і Національні інститути здоров'я.

Головною технічною проблемою, з якою він проводив більшу частину свого професійного життя, є самовідбір. Хекман придумав розумний економетричний підхід до з'ясування того, як виправити проблему самовідбору. Фактично, емпіричні економісти тепер знають його корекцію як «корекцію Хекмана» або «метод Хекіта», для подолання статистичних проблем відбору вибірки. Коли зразок не відображає реальність, статистичний аналіз, що базується на цих зразках, може призвести до помилкових рішень щодо політики. Корекція Хекмана, двоступінчастий статистичний підхід, що пропонує засіб корекції помилок вибірки [3].

Хекман є автором більш ніж 200 робіт і редагував декілька книг, включаючи з Аланом Б. Крюгером і Бенджаміном М. Фрідманом «Нерівність в Америці: яка роль в політиці людського капіталу (2002)». Він працював у редакціях ряду публікацій, включаючи Журнал економічних перспектив, Журнал економетрики, Журнал економіки праці, Огляд економіки і статистики, Журнал політичної економії.

Його недавні дослідження стосуються таких питань, як оцінка соціальних програм, здоров'я і здорового поведінки, економетричні моделі дискретного вибору та поздовжні дані, економіка ринку праці та альтернативні моделі розподілу доходів. У 2016 році він був удостоєний премії Дана Девіда за боротьбу з бідністю Тель-Авівським університетом, за видатні результати досліджень, які впливають на обговорення глобальної бідності в усьому світі.

Модель Хекмана

y^* – потенційна заробітна плата, w – резервна заробітна плата, y – спостережувана заробітна плата.

1. Пробіт-модель участі в робочій силі

$$y = \begin{cases} y^*, & \text{якщо } y^* > w; \\ 0, & \text{якщо } y^* \leq w. \end{cases} \quad d = \begin{cases} 1, & \text{якщо } y^* > w, \text{ тобто працює;} \\ 0, & \text{якщо } y^* \leq w, \text{ тобто не працює.} \end{cases}$$

$$d^* = z\delta + v, \text{ де } v \in N(0,1). \quad (1)$$

$$L = \prod_{j=1}^N \Phi(z_j\delta)^{d_j} [1 - \Phi(z_j\delta)]^{1-d_j}.$$

2. Рівняння потенційної заробітної плати:

$$y^* = x\beta + \varepsilon, \text{ де } \varepsilon \in N(0, \sigma^2). \quad (2)$$

Вплив сонячної активності на творчість. Коефіцієнт кореляції між числами Вольфа і кількістю сторінок праць Хекмана склав -0,25 [4]. Оскільки коефіцієнт кореляції із знаком мінус, то це свідчить про те, що сонячна активність впливала обернено на творчість Джеймса Хекмана.



Рисунок 1- Вплив сонячної активності на діяльність Хекмана

Вплив запізнення публікацій на коефіцієнт кореляції. Коефіцієнт кореляції при зсуві в один рік склав -0,26.



Рисунок 2 – Вплив сонячної активності на діяльність Хекмана з запізненням в 1 рік.

Метод накладання епох. Коефіцієнт кореляції між числами Вольфа і кількістю сторінок праць Хекмана склав $-0,52$, тобто збільшився в двічі за рахунок усереднення за майже 4 періоди.

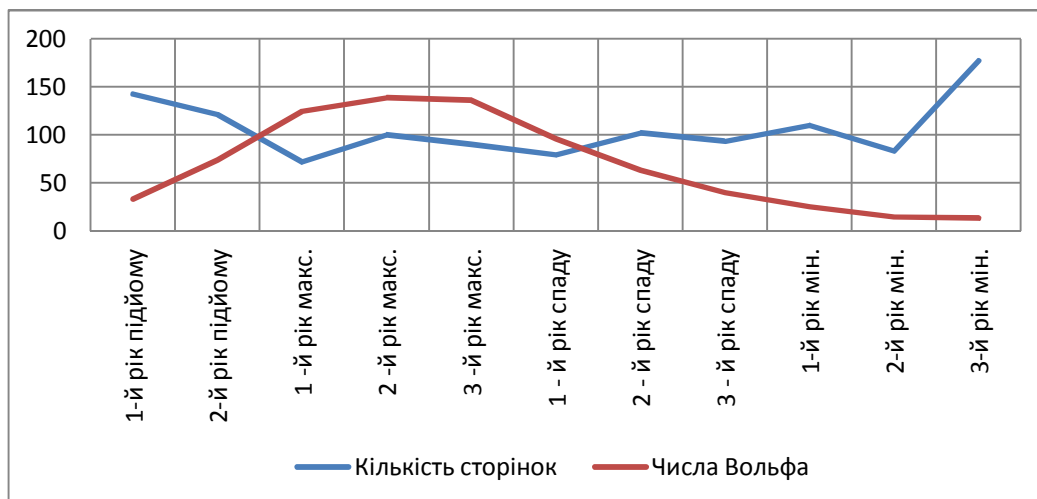


Рисунок 3 – Метод накладання епох на діяльність Дж. Хекмана.

Анотація. Розглянуто життя та наукова діяльність нобелівського лауреата з економіки Джеймса Джозефа Хекмана. Нобелівську премію з економіки отримав в 2000 р. за «розвиток теорії та методів аналізу часткових вибірок». Розглянуто вплив сонячної активності на творчість Дж. Хекмана.

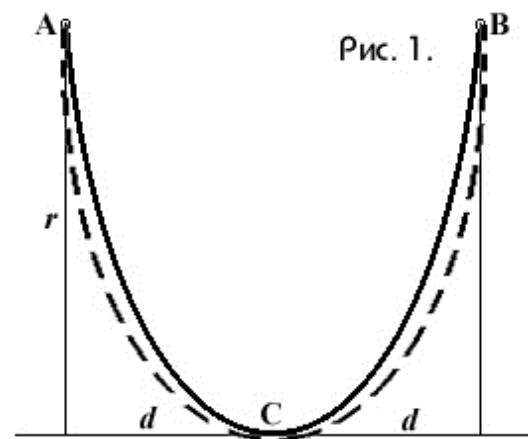
Ключові слова: економіка праці, корекція Хекмана, часткова вибірка, коефіцієнт кореляції.

Література

- [1] – Біографія на офіційному сайті Нобелівської премії [Електронний ресурс] - <https://www.mediatheque.lindau-nobel.org/laureates/heckman>
- [2] – Енциклопедія біографії Джеймс Дж. Хекман [Електронний ресурс] – <https://www.econlib.org/library/Enc/bios/Heckman.html>
- [3] – Британська енциклопедія Джеймс Дж. Хекман [Електронний ресурс]- <https://www.britannica.com/biography/James-Heckman>
- [4] – Статті Джеймса Хекмана [Електронний ресурс] – <https://ideas.repec.org/e/phe22.html>

ЛАНЦЮЖОК ГАЛІЛЕЯ

У книзі Галілея «Бесіди і математичні докази ...», надрукованій вперше на італійській мові в голландському місті Лейдені в 1638 р., пропонувався, між іншим, такий спосіб побудови параболи: «Заб'ємо в стіну два цвяха на однаковій висоті над горизонтом і на такій відстані один від одного, щоб він дорівнював подвійній ширині прямокутника, на якому бажано побудувати півпараболу; між одним і іншим цвяхом підвісимо тонкий ланцюжок, яка звисав би вниз і був такої довжини, щоб найнижча точка її перебувала від рівня цвяха на відстані, рівному висоті прямокутника (рис. 1).



Ланцюжок цей, звисаючи, розташується у вигляді параболи, так що, зазначивши її слід на стіні пунктиром, ми отримаємо параболу, розсічену навпіл перпендикуляром, проведеним через середину лінії, що з'єднує обидва цвяха». Спосіб цей простий і наочний, але не точний. Це розумів і сам Галілей. Насправді, якщо параболу побудувати за всіма правилами, то між нею і ланцюжком виявляться зазори. Вони видно на тому ж рис. 1, де відповідна парабола позначена суцільною лінією.

Ланцюгова лінія.

Тільки через півстоліття після виходу книги Галілея старший з двох братів-математиків Бернуллі – Якоб знайшов чисто теоретичним шляхом точну формулу провисаючого ланцюжка. Не поспішаючи повідомляти своє рішення задачі, він кинув виклик іншим математикам. Правильне рішення опублікували вже в наступному 1691г. Християн Гюйгенс, Готфрід Вільгельм Лейбніц і молодший брат Якоба – Йоганн Бернуллі. Всі вони користувалися для вирішення завдання, по-перше, законами механіки, а по-друге, могутніми засобами недавно розробленого тоді математичного аналізу – похідною і інтегралом. Гюйгенс назвав криву, по якій розташовується ланцюжок, підвішена за два кінця, ланцюговою лінією.

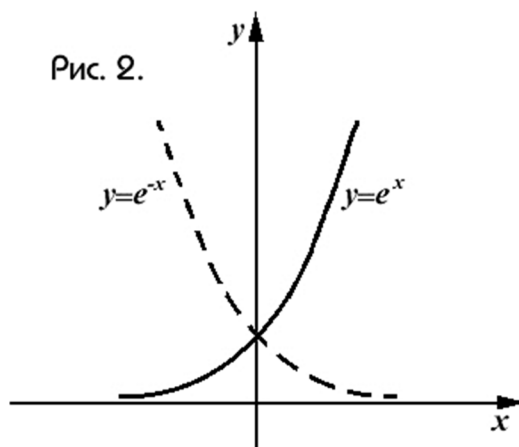
Так як ланцюжки бувають різної довжини, та й кінці їх можуть підвішуватися на різних відстанях один від одного – то ближче, то далі, то і ланцюгових ліній існує не одна, а багато. Але всі вони подібні між собою, як, наприклад, подібні між собою будь-які кола.

Графік показникової функції.

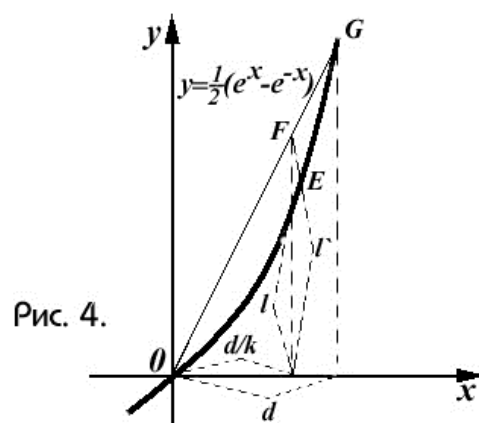
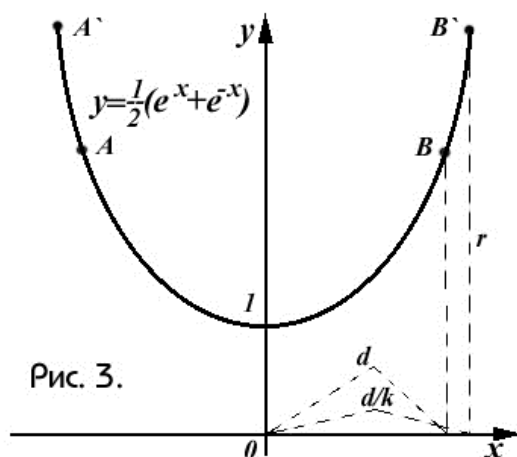
Виявилось, що розгадка секрету ланцюгової лінії лежить в показниковій функції. У XVIII столітті вона була ще новинкою, а тепер її повинен знати кожен восьмикласник. Це функція виду $y = a^x$, де a – будь-яке додатне число, не рівне 1. Обчислення показали, що для побудови ланцюгової лінії найзручніше прийняти a рівним так званому неперову числу, що позначається буквою e . Воно отримало своє ім'я на честь шотландського математика Джона Непера – одного з винахідників логарифмів. Число це майже настільки ж відомо, як і число π , його наближене значення, взяте з точністю до 0,0005, $e \approx 2,718$.

На рис. 2 суцільною лінією зображено графік показникової функції $y = e^x$, а пунктиром – графік інший показникової функції, тісно пов'язаної з попередньою. Якщо скористатися від'ємними показниками степенів, то останню функцію можна представити у вигляді $y = e^{-x}$. Тепер ясно, що

обидва графіка симетричні одна одній щодо осі ординат, що і виявляє малюнок.



Утворимо тепер дві нові функції, беручи для кожного x або полусуму значень цих показникових функцій – отримаємо $y = 1/2 (e^x + e^{-x})$, або їх полярізницю: $y = 1/2 (e^x - e^{-x})$. Графіки цих нових функцій наведені на рис. 3 і рис. 4.



Виявляється, що перший з них це і є одна з ланцюгових ліній. З нього шляхом простих перетворень можна отримати будь-яку ланцюгову лінію, симетричну щодо осі ординат. Що стосується графіка, представленого на рис. 4, то він може бути використаний як допоміжний засіб при переході від ланцюгової лінії рис. 3 до більш загального випадку ланцюгової лінії.

Підбір довжини ланцюжка.

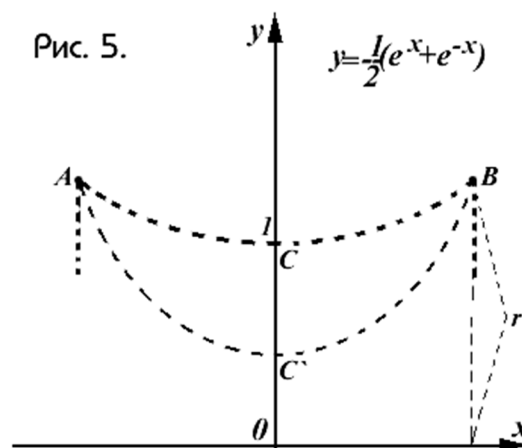
Розглянемо докладніше зв'язок між кривою, зображеною на рис. 3, і формою ланцюжка, який висить. Уявімо собі, що ця крива викреслена на

строго вертикальній і абсолютно гладкій стіні і що нам дозволено забивати цвяхи в різні точки кривої. Заб'ємо їх, як радив Галілей, в точках А і В на одній горизонталі (втім, ця умова несуттєва). Підберемо тепер тонкий ланцюжок, довжина якої точно дорівнює $2l$ – довжині дуги АВ – і кінці її закріпимо в А і В. Тоді ланцюжок провісне строго по дузі, яку ми заздалегідь накреслили. Ніяких зазорів між нею і цією кривою буде спостерігатися.

Підбір ланцюжка потрібної довжини можна робити шляхом проб. Взяти ланцюжок найкраще з запасом, а потім підвішувати його за різні ланки в точках А і В, у міру потреби збільшуючи або зменшуючи довжину провисаючої частини, поки не відбудеться збігу (рис. 5). Але можна зробити й інакше: знаючи d (половину відстані між цвяхами), знайти шляхом обчислення l (половину довжини дуги АВ) і тоді вже брати ланцюжок, довжина якої точно дорівнює $2l$. Такий підрахунок вдається за допомогою інтеграла. Зазначимо тут результат: $l = 1/2 (e^d - e^{-d})$. Звідси випливає, що якщо взяти на графіку функції $y = 1/2 (e^x - e^{-x})$. (рис. 4) $x = d$, то відповідна ордината у точки Е цього графіка буде дорівнювати l . Так як

$$l = 1/2 (e^d - e^{-d}) < r = 1/2 (e^d + e^{-d})$$

(див. Рис. 5), то виходить цікавий висновок: довжина дуги СВ ланцюгової лінії, представленої на рис. 5 (половина довжини всього ланцюжка) коротше, ніж ордината точки підвісу. З іншого боку, маємо: $l > d$, тобто ця довжина більше, ніж абсциса точки підвісу.



ОСНОВНІ ЕТАПИ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ НА ПОЧАТКУ XX СТОРІЧЧЯ

Завдання будь-якої науки полягає у виявленні та дослідженні закономірностей, яким підпорядковані реальні процеси. Знайдені закономірності мають не тільки теоретичну цінність, але й вони також широко використовуються на практиці.

Перші роботи, у яких з'явилися основні поняття теорії ймовірностей, відносяться до XVI–XVII ст. Вони належали В. Кардано, Б. Паскалю, П. Ферма, Х. Гюйгенс та ін., в яких вони намагалися створити теорію азартних ігор з метою надати рекомендації гравцям. Наступний етап розвитку теорії ймовірностей пов'язаний з ім'ям Я. Бернуллі (XVII – початок XVIII ст.), який довів теорему, яка пізніше була названа «законом великих чисел».

У XVIII – XIX ст. значний внесок у розвиток теорії ймовірностей був зроблений завдяки роботам А. Муавра, П. Лапласа, К. Гаусса, С. Пуассона, П.Л. Чебишева, А.М. Ляпунова.. Основні досягнення теорії ймовірностей було підсумовано в монографії Лапласа «Аналітична теорія ймовірностей» (1812 р.), яка завершила «класичний етап» розвитку цієї науки. У XIX сторіччі ця монографія витримала у Франції три перевидання і була перекладена на багато мов світу. Лаплас досліджував як дискретні, так і неперервні величини (ще не вводячи терміна «випадкова величина»), причому для неперервних дав ключове поняття щільності розподілу ймовірності, раніше неявно і обмежено використане Даніїлом Бернуллі. Лаплас довів формулу для ймовірностей декількох несумісних «причин» (в сучасній термінології, «гіпотез»), довів ряд граничних теорем, в тому числі теорему Муавра-Лапласа і збіжність біноміального розподілу до нормального при збільшенні числа випробувань. Значна частина книги

присвячена статистичним додаткам і вирішенню задач. Для оцінки можливого діапазону значень вимірюваної величини Лаплас як і Гаус, рекомендував метод найменших квадратів.

У ХХ ст. на подальший розвиток теорії ймовірностей і математичної статистики вплинули роботи Х. Крамера, вчених англо-американської школи: Ст'юдента, Р. Фішера, Є. Пірсона, Е. Неймана, а також російських математиків А.М. Колмогорова, А.Я. Хінчина, Ю.В. Лінника.

У 20-30-х роках ХХ сторіччя мали значення роботи Колмогорова, в яких він показав яким способом абстрактна теорія гільбертового простору може бути використана в теорії випадкових величин і випадкових процесів. Колмогоров розглядав стаціонарні процеси дискретних часів. Він показав, що клас всіх випадкових величин з кінцевим моментом другого порядку формує гільбертовий простір, якщо скалярний добуток в двох точках визначено в вигляді коваріації відповідних випадкових величин. В такому випадку, випадкові величини з дискретним часом можна розглядати як послідовність точок гільбертового простору.

Поняття «центральної граничної теореми» було введено Д. Пойя в 1920 році. Спираючись на роботу Ляпунова, він запропонував доведення, яке базувалось на використанні характеристичних функцій. Крім того, Пойя розглянув метод моментів, використаний Чебишевим.

В 1922 році професор Хельсинського університету Линдеберг подав повне доведення центральної граничної теореми при більш загальних умовах, ніж розглянув Ляпунов.

В 1925 році з'явилася книга Поля Леви «Culcul des probabilités», яка відіграла важливу роль в розвитку математичної теорії ймовірностей. Вона була першою спробою представити теорію, як єдине ціле, користуючись математично строгими методами.

В 1927 році С.Н. Бернштейн розглянув розширення центральної граничної теореми на суми випадкових величин, які не обов'язково повинні бути незалежними. Науковий переворот стався в 1936 році після появи

книги Колмогорова А.Н. «Основные понятия теории вероятностей», в якій він навів обґрунтування абстрактної теорії, призначеної для використання в якості математичної моделі деяких класів спостережуваних подій.

В тридцяті роки минулого сторіччя Колмогоров А.Н. також розглядав марковські процеси, він показав, що розподіли ймовірностей, які зв'язані з марковськими процесами задовольняють деяким функціональним рівнянням, які при виконанні деяких умов неперервності зводяться до диференціальних рівнянь в частинних похідних параболічного типу, які однозначно визначають відповідні розподіли.

Під час Другої Світової війни міжнародні контакти математиків були зведені до мінімуму. Було дуже мало можливостей обмінюватися науковими дослідженнями з вченими Англії, Франції, Сполучених Штатів і Радянського Союзу. Багато математиків у воюючих країнах були пов'язані з роботами з керування зенітним вогнем і фільтрацією перешкод радіолокаторів. Виявилось, що стаціонарні випадкові процеси є ефективним інструментом для вирішення цих задач. Незалежно один від одного Колмогоров у Радянському Союзі і Вінер у США отримали в цій області значних результатів. Колмогоров розглянув стаціонарні випадкові процеси з дискретним часом. Він довів, що клас усіх в випадкових величин зі скінченними моментами другого порядку утворюють гільбертовий простір, якщо скалярний добуток в двох точках визначений у вигляді коваріації відповідних випадкових величин. Фундаментальне значення роботи Колмогорова полягає в тому, що він показав, яким чином абстрактна теорія гільбертового простору може бути використана в теорії випадкових величин і випадкових процесів, що мало сильний вплив на подальший розвиток теорії випадкових процесів.

У післявоєнні роки знову з'явилась можливість вести науково-дослідницьку роботу на інтернаціональній основі. Якщо в 1920 році теорія ймовірностей ледве заслуговувала назву математичної теорії, то в післявоєнний світ вона вийшла в якості розділу чистої математики, який мав

власні задачі і методи, а також сфери застосування і інших науках і видах практичної діяльності. Так в 1955 році шведський математик Харальд Крамер видав монографію з теорії ризику. В 50-70-х роках з'являється багато підручників і монографій, присвячених як математичній теорії ймовірностей, так і окремим розділам теорії.

В 1950 і 1966 роках було видано двохтомний підручник американського математика Феллера з теорії ймовірностей, у якому було подано основну теорію, різні застосування, частини нових результатів. Слід також відзначити підручник Мішеля Лоева, в який додатково увійшли глави, присвячені мірі і інтегруванню. Високий клас математичних наук в Радянському Союзі було продемонстровано в підручнику з теорії ймовірностей Прохорова Ю.В. і Розанова Ю.А. (1967 р.), монографіях Гнеденко і Колмогорова.

Як бачимо, в першій половині XX сторіччя класична теорія ймовірностей набула статус математичної дисципліни завдяки роботам французьких і радянських математиків. Математична статистика теж досягла значного прогресу завдяки науковим школам англійських і американських статистів. Широкому впровадженню математично-статистичних методів дослідження сприяла поява в другій половині XX ст. електронної обчислювальної техніки, а статистичні програмні пакети зробили ці методи більш доступними і наочними.

Література

- [1] – Харальд Крамер. Полвека с теорией вероятностей. – М.: Знание, 1979. – 65 с.
- [2] – Рыбников К.А. История математики. – М.: Московский университет, 1974. – 455с.

НАУКОВО-ПЕДАГОГІЧНА СПАДЩИНА ЛЮДВИГА БОЛЬЦМАНА

Людвіг Едуард Больцман – австрійський фізик, який зробив великий внесок у розвиток термодинаміки й статистичної фізики на основі атомістичних уявлень.

Народився у Відні 20 лютого 1844 року в сім'ї акцизного чиновника. Сім'я його була заможною, він отримав хороше виховання. У школі вчився старанно, любив природу, захоплювався поезією і музикою [1]. Після закінчення гімназії в Лінці він вступив до Віденського університету, де навчався у Й. Стефана і Й. Лошмідта. У 1866 р. Больцман захистив докторську дисертацію, працював асистентом у Стефана, потім став приват-доцентом Віденського університету. Професор теоретичної фізики університету в Граці (1869-1873), професор математики у Віденському університеті (1873-1876), професор експериментальної фізики університету в Граці (1876-1889). У 1889-1894 рр. займав кафедру теоретичної фізики в Мюнхені, в 1894-1900 рр. у Відні, в 1900-1902 рр. в Лейпцігу, а потім знову у Відні.

Одружився на Генрієтті фон Айгентлер, студентці математичного факультету, яка була на 10 років молодша. Пара вела світське життя, часто відвідувала театри, організовувала пікніки в околицях Граца. У будинку життєрадісного професора влаштовувалися музичні вечори і Больцман сам сідав за рояль.

За спогадами учнів Больцмана, лектором він був чудовим. Зазвичай на лекції Людвіг Больцман користувався трьома дошками, спочатку виписуючи на одній з них ті основні формули, які були виведені на попередньому занятті, а потім і нові, так що до кінця лекції весь матеріал був на очах у студентів.

Наукові інтереси Больцмана охоплювали майже всі галузі фізики та математики [2]. Автор робіт з математики, механіки, гідродинаміки, теорії пружності, теорії електромагнітного поля, оптиці, термодинаміці і кінетичної теорії газів. Однак найбільше значення мають роботи Больцмана по кінетичній теорії газів і статистичному обґрунтуванню основних принципів термодинаміки.

Кінетична теорія Больцмана була обґрунтована в ХІХ в. і ствердила: у основі опису світу повинна лежати молекулярно-кінетична теорія.

Варто сказати, що сам Больцман, звичайно, розумів всю складність завдання і, заперечуючи «енергетістам» (Оствальду) і «феноменології» (Маху), готовий був знайти корисне в їх підходах і висловлювався майже в дусі «махістського позитивізму». У своїй статті «Про розвиток методів теоретичної фізики в новітній час» Больцман писав: «Мені також здавалося, що суперечки про те, що слід вважати справді існуючим – матерію або енергію, відносяться до рецидивів старої, що зжила себе метафізики і суперечать усвідомленню того, що всі теоретичні поняття суть образів, які є комбінаціями наших відчуттів.» Але при цьому атомістична модель тоді була, безсумнівно, в перспективі пліднішою. [3]

Теорія Больцмана спирається на дуже просту і зараз абсолютно наочну для всіх молекулярно-кінетичну модель. Але 150 років тому вона виглядала надзвичайно сміливою для ряду фізиків. Найважливіше її твердження – що все можна описати через розгляд взаємодій елементарних (за тодішніми уявленнями) частинок – атомів або молекул. Виходячи з руху цих частинок, можна побудувати досить загальну теорію, яка поєднувала б у собі перше і друге начала термодинаміки. У кінетичної теорії елементи світу просто існують, їх не треба виловлювати з якихось гіпотетичних рівнянь. Розглядаючи механізм їх взаємодії, ми можемо отримати дуже багато логічних пояснень хвильової теорії [4,5].

Теорія Больцмана також відповіла більш глибоко на питання – що таке ентропія? Він вводив поняття статистичної ентропії – здавалося б,

абстрактне, але воно відіграло важливу роль у становленні, наприклад, квантової теорії. Макс Планк, коли виводив свою відому формулу спектральної густини енергії випромінювання, спочатку написав її емпірично, а потім вивів її теоретичним шляхом, – для цього він використовував статистичне поняття больцмановської ентропії, – при узагальненні його для випромінювання абсолютно чорного тіла йому знадобилося підраховувати комбінації, що неминуче змушувало допустити дискретність порцій енергії – це і означало визначення «елементарного кванта енергії» (при фіксованій частоті чи довжині хвилі). Часто забувають, що без поняття ентропії квантова теорія напевно не могла б бути отримана, і невідомо, яким вона пішла б шляхом. Статистики Бозе і Фермі по суті сходять до статистичного опису, який ввів Больцман.

Рівняння Больцмана містить в собі і перше, і друге начала термодинаміки. Друге (зростання ентропії для замкнутої системи) в нього входить як теорема – відома Н-теорема Больцмана. Але це рівняння, строго кажучи, написано тільки для розріджених газів, хоча дане поняття включає в себе і опис процесів у газах при високих тисках і температурах. Потім були зроблені узагальнення для плазми, сумішей і молекулярного газу [6].

Теорія Больцмана зв'язала мікро- і макрорівні опису речовини. Завдяки рішенню рівняння Больцмана методом послідовних наближень Чепмена-Енскога (поблизу рівноваги) вдавалося отримати – безпосередньо обчисленнями – коефіцієнти теплопровідності, в'язкості і так далі.

Рівняння Больцмана дуже складне. Зокрема, в ньому фігурує п'ятикратний інтеграл зіткнення, і все відбувається в багатовимірному просторі: час, три координати і три швидкості. Тому протягом десяти років рівняння залишалося екзотичним об'єктом, і здавалося, що його ні до чого застосувати, так як без нього вдавалося обходитися в близьких до рівноваги ситуаціях, де працювали різні наближення. Але з появою висотної авіації і запуском першого супутника в 50-і роки виявилось, що рух у верхніх шарах атмосфери вимагає опису за допомогою кінетичних рівнянь. З іншого боку, у

вакуумній техніці та приладах при малих тисках теж можливо потрібно описати з їх допомогою. Стало необхідно розвивати інші методи вирішення рівняння Больцмана вже в ситуаціях, далеких від рівноваги.

Виявилося, що теорія Больцмана може дати більше, ніж очікували ті, хто вивчав її сто років тому. Вона описує складні, нелінійні і далекі від рівноваги явища нового типу. Більш того, ці явища спочатку «були представлені» теоретично в результаті рішення деяких завдань для рівняння Больцмана. Вони складні, так що поки ми можемо тільки ставити питання про майбутні експерименти, які могли б підтвердити ефекти – некласичні, – що передбачаються на нинішньому рівні.

Життя видатного Больцмана, на жаль, закінчилося трагічно. Він у 1906 році закінчив життя самогубством. Але і до цього дня Людвіг Больцман вважається основоположником молекулярно-кінетичної теорії та статистичної механіки. Виведену їм формулу для розрахунку ентропії $S = k \cdot \ln W$ (де ентропія «S» термодинамічного стану пов'язана з числом відповідних мікростанів «W», а коефіцієнт «k», відомий як «постійна Больцмана», дорівнює $1,3806488 (13) \times 10^{-23}$ Дж·К) – як данина пам'яті і визнання заслуг – викарбовано на надгробку вченого.

Анотація. В статті розглянуто життєвий шлях, науково-педагогічні здобутки відомого австрійського фізика Людвіга Больцмана.

Ключові слова: фізика, модель, теорія, рівняння, термодинаміка.

Література

- [1] – Ludwig Boltzmann. URL: <https://www.famousScientists.org/ludwig-boltzmann/>.
- [2] – Людвіг Больцман URL: <http://bourabai.kz/boltzmann/index.htm>.
- [3] – Творец кинетической теории. URL: <https://stimul.online/articles/science-and-technology/tvoretz-kineticheskoy-teorii/>.
- [4] – Людвіг Едуард Больцман URL: https://fastivs7k10.blogspot.com/2013/09/blog-post_5910.html.
- [5] – Ludwig Boltzmann Biography, Life, Interesting Facts. URL: <https://www.sunsigns.org/famousbirthdays/d/profile/ludwig-boltzmann/>.
- [6] – Ludwig Boltzmann Facts. URL: <https://biography.yourdictionary.com/ludwig-boltzmann>

Остапенко І. В. (студ., 1 курс)
Науковий керівник – доц. Олар О. І.
Буковинський державний медичний університет, м. Чернівці (Україна)

ГЕЛЬМГОЛЬЦ: СЛУЖІННЯ МЕДИЦИНІ ЧЕРЕЗ ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ У ФІЗИЦІ

Так історично склалося, що розвиток медичної науки великою мірою визначається науковими досягненнями в галузі природничих наук і фізики зокрема, а рушійною силою природничих наук є проблеми медицини та її запити на пояснення процесів та закономірностей у біологічних системах. Ряд важливих відкриттів у галузі фізики були зроблені вченими, які паралельно присвятили своє життя медицині. Одним з таких прикладів є німецький фізик, математик, фізіолог і психолог Герман фон Гельмгольц (1821-1894).

Геній Гельмгольц глибоко проник в основні для нього дисципліни – фізику, фізіологію і мав вплив на суміжні дисципліни, а саме: медицину, математику, фізичну хімію, психологію, метеорологію. Його наукові роботи також мали вплив на філософію, образотворче мистецтво та музику.

Його життєвий шлях виявився напрочуд цікавим і насиченим. У віці 17 років, через брак коштів у сім'ї для навчання в університеті за фахом «фізика», як альтернативу обрано військово-медичний інститут Фрідріха Вільгельма у Берліні. Там навчання було безкоштовним, проте із зобов'язанням працювати 8 років у якості військового хірурга. Після завершення навчання Гельмгольц практикував у Потсдамі. Вивчаючи у цей період курс фізіології у відомого фізіолога Мюллера, він близько потоваришував з молодими дослідниками Дюбуа-Реймоном та Брюкке, які захопилися ідеалом перетворення фізіології як науки шляхом введення в неї методів фізики та хімії.

Гельмгольц знаходить час і можливості для досліджень на науковій ниві поєднуючи їх з роботою хірурга. У 1845 р. він вступає до Берлінського

фізичного товариства. Починаючи з цього часу регулярно їздить у Берлін, де проводить експерименти в лабораторії відомого фізика Магнуса. Саме цей період його життя пов'язаний з відкриттями в області фундаментальних фізичних законів (про збереження сили – сучасний закон збереження енергії).

Свою педагогічну діяльність Гельмгольц розпочинає у 1848 році як викладач анатомії у академії мистецтв у Берліні. Проте працює там неповний рік. Слава про молодого науковця у німецькій науці допомагає йому здобути звання професора у галузі фізіології і патології та місце директора фізіологічного інституту у престижному на той час Кенігсбергському університеті. У цей період Гельмгольц досліджує слух (явище акустичного резонансу у порожнині – резонанс Гельмгольца, створення резонатора для аналізу акустичних сигналів, принцип яких активно використовують сьогодні при акустичній обробці приміщень, побудові концертних залів, камер без луни, демонстраційних кімнат та студій, а також автомобільних глушників), зір (теорія акомодатції, конструювання офтальмоскопа, офтальмометра), м'язову систему (теплоутворення у м'язах, процеси м'язового скорочення), нейрофізіологічні процеси (вимірювання швидкості поширення збудження у нервах, визначення прихованого періоду рефлексів) та ріст нервових волокон [2,3]. Ці результати згодом посядуть належне місце у медичній і науковій практиці. Паралельно розробляв кількісні методи фізіологічних досліджень [4].

Гельмгольца часто по праву називають основоположником сучасної когнітивної психології, нейрофізіології і неврології. Він вперше спробував описати вплив несвідомих процесів на сприйняття, встановити взаємозв'язок психіки і м'язових реакцій, почав дослідження процесів пам'яті і накопичення досвіду [5].

У 1855 р. вчений переходить до Боннського університету як професор кафедри фізіології та анатомії, в 1858 р. стає професором фізіології в Гейдельберзькому університеті, в Бадені. У цей період, займаючись

фізіологією, висуває трихроматичну гіпотезу кольорового сприйняття, створює модель людського вуха, що дозволяє вивчати вплив звуку на орган слуху людини, досліджує комбінаційні тони і розробляє фізичну і фізіологічну теорію сприйняття музичних звуків, закладає основу для вивчення нелінійних спотворень звукових хвиль. Створюючи теорію комбінаційних тонів, Гельмгольц першим звертає увагу на нелінійність слухового тракту людини, зокрема барабанної перетинки. Паралельно у галузі фізики Гельмгольц розробляє прообраз сучасного синтезатора – приладу, що дозволяє електромеханічним способом отримувати звук необхідної частоти при натисканні на певну кнопку. Сьогодні апарат відомий як «Великий апарат Гельмгольца для з'єднання тембрів з 10 гармонік» або синтезатор Фур'є. Також він дає перше наукове визначення тембру, на яке дослідники цієї властивості звуку будуть спиратися впродовж десятиліть. Також у цей період закладаються основи гідродинаміки встановленням законів поведінки вихорів рідини. Математичні дослідження цих явищ лягають в основу наукової метеорології.

У 1870 р. вчений стає членом Пруської академії наук, його запрошують у Берлін, де він очолює кафедру і лабораторію, які вважаються неформальним центром фізики у Німеччині. У цей період Гельмгольц концентрується на вивченні електродинаміки. Сучасників вражає плодovitість і невтомність колеги, який поєднує дослідження з активною викладацькою діяльністю. За впливу Гельмгольца Герц проводить дослідження, які дозволили виявити електромагнітні хвилі. Важливу роль у розвитку електромагнетизму зіграли і власні досліді Гельмгольца.

З 1877 р. впродовж десятиліття Гельмгольц – професор фізики у Військовому інституті медицини і хірургії у Берліні. У 1881 р. він висунув ідею атомарної природи електрики, в 1882 р. сформулював другий закон термодинаміки у формі, що дозволяє застосовувати його до хімічних процесів, ввів поняття вільної та зв'язаної енергії.

У 1888 р. було засновано фізико-технічне імперське відомство і Гельмгольца призначили його президентом. З цього моменту і до кінця життя науковець читав лише деякі теоретичні лекції в університеті.

Таким чином, діяльність професора Гельмгольца можна розглядати як діяльність професора-фізіолога до 1871 р. і професора-фізика з 1871 до 1894 рр. Однак до фізики він звертався і до 1871 року. Різнобічний характер його педагогічної діяльності дав Європі багато учнів – фахівців з різних галузей природознавства.

Оствальд казав про нього, оцінюючи його талант педагога «Він читав лекції таким ясным і лаконічним способом, що вони могли бути без будь-яких змін опубліковані у вигляді підручника»[6].

Гельмгольц був оточений повагою і любов'ю сучасників, цінується і шанується його послідовниками за результати, які він залишив, як респектабельний професор анатомії, фізіології і фізики у найвидатніших університетах Європи.

Анотація. Гельмгольц – один з найвидатніших науковців XIX століття. Гельмгольц був прибічником міждисциплінарного наукового підходу і його внесок у фізику (закон збереження енергії, вільна енергія Гельмгольца, Рівняння Гібса-Гельмгольца, теорія вихрового руху в гідродинаміці, рівняння хвиль Гельмгольца) і медицину (офтальмоскоп, теорія кольорів Юнга-Гельмгольца, теорія зору, швидкість передачі нервового імпульсу, мова і тон голосу, передача звуку) став неоціненним.

Ключові слова: Гельмгольц, фізика, медицина, педагогічна діяльність.

Література

- [1] – Hermann von Helmholtz and the Foundations of Nineteenth Century Science. Edited by Cahan David. – University of California Press. -1993. – 670 p.
- [2] – Wojczuk H. Hermann von Helmholtz (1821-1894) as the creator of psychophysiological optics and acoustics. – Arch. Hist. Filoz. Med.1987; 50(1):55-63.
- [3] – Margo C.E., Harman L.E. Helmholtz's critique of Goethe's Theory of Color: more than meets the eye. Sur. Ophthalmol. 2019; 64(2): 241-247.
- [4] – Darrigol O. Number and measure: Hermann von Helmholtz at the crossroads of mathematics, physics, and psychology. Stud. Hist. Philos. Sci. 2003; 34(3):515-73.
- [5] – Schmidgen H. The development of psychophysiological measurement, 1850-1865. – NTM. 2004; 12(2):100-15.
- [6] – Omerbasić A. Hermann von Helmholtz – a physicist in medicine. – Med Arh.1999; 53(4): 239-42.

Поветкіна О. В. (студ., 5 курс)
Науковий керівник – проф. З. Ю. Філер
*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені
Володимира Винниченка, м. Кропивницький (Україна)*

ЖИТТЯ ТА НАУКОВА ДІЯЛЬНІСТЬ НОБЕЛІВСЬКОГО ЛАУРЕАТА ТЕОДОРА ВІЛЬЯМА ШУЛЬЦА

Теодор Вільям Шульц (англ. Theodore William Schultz), народився квітня 1902 р. в Арлінгтоні, штат Південна Дакота – помер 26 лютий 1998 р. Еванстон, штат Іллінойс – американський економіст. Лауреат Нобелівської премії 1979 року «за новаторські дослідження економічного розвитку в додатку до проблем країн, що розвиваються». Представник Чиказької школи економіки.

Шульц народився в родині Генрі Едварда і Анни Елізабет Шульц, в німецькому фермерському поселенні недалеко від Арлінгтона, і ріс на фермі поблизу Баджер. Теодор був старшим серед восьми дітей.

З 1921 року протягом трьох років відвідував зимові чотиримісячні курси в сільськогосподарській школі при університеті штату, а в 1924 році там же вступив на бакалаврат, і в 1926 р. отримав ступінь по сільському господарству і економіці. У 1928 р. в університеті Вісконсіна в Мадісоні отримав магістерський ступінь, а в 1930 р. – докторську ступінь [1].

У 1929 р. відвідав СРСР для вивчення питань аграрної економіки, в 1960 р. на запрошення Академії наук СРСР він вдруге, а в 1990 р. в третє.

У 1930 р. Теодор одружився на Естер Флоренс Верт (1905-1991), уродженкою Франкфурта, яка подарувала йому двох дочок, Елейн і Маргарет, і сина Пола. Дружина також вчилася і отримала ступінь бакалавра в Університеті штату в 1927 р..

У 1930-1943 роках він викладав в Університеті штату Айова, де, менше ніж за чотири роки, його було призначено завідувачем новоствореної кафедри економічної соціології. Він і його співробітники приймають участь

у дослідженнях з програм розвитку фермерського господарства, соціології та статистики [2].

З 1943 року Шульц займає посаду професора кафедри економіки у Чиказькому університеті, а у 1946 р. стає заслуженим професором. У 1952 р., він вже завідує кафедрою, з 1972 року – почесний професор університету.

У 1945 р. вийшов збірник «Продовольство для світу». Він містить матеріали організованої Шульцем конференції, які стосуються економічних складових фермерського господарства – капіталовкладення, технології, кваліфікації робочої сили, проблем постачання продуктів харчування.

У 50-ті роки вчений керує широкомасштабним проектом «Технічна допомога Латинській Америці», який включав в себе усі сфери економіки. Одночасно Шульц зосереджується на дослідженнях «людського капіталу».

У 1960 р. «Журнал політичної економії» публікує на своїх сторінках статтю Шульця «Створення капіталу завдяки освіті», в якій викладає власні оцінки вартості робочої сили, включаючи витрати на освіту. Автор наполягав, що капіталовкладення в освіту стануть вирішальним фактором розвитку будь-якої країни. Він застерігав від «інтелектуальних помилок» в економічних розрахунках, коли за основу приймається вартість землі, тоді як першочергової уваги заслуговує «якість людини як учасника виробництва» [3].

Першою публікацією з проблеми «людського капіталу» була праця «Виникнення економічної дії і її зв'язок з вищою шкільною освітою», розміщена в збірнику «Школа в новій ері» (1958 р.). В 60-ті роки при Чиказькому університеті Шульц започаткував Центр порівняльної освіти, де досліджувалися питання капіталовкладення в освіту, навчання на робочих місцях та охорону здоров'я, заробітків, справедливості.

У своїй книзі «Перетворюючи традиційне сільське господарство», опублікованої 1964 р., Шульц стверджував, що навіть у примітивному господарстві фермери діють раціонально і використовують свої ресурси

ефективно в межах доступної їм інформації. Він із оптимізмом відносився до можливостей розвитку бідних аграрних народів [4].

У 1979 р. Шульц був нагороджений Нобелівською премією з економіки *»за новаторські дослідження економічного устрою країн, що розвиваються»*. Він був удостоєний медалі Френсіса Уолкера Американської економічної асоціації (1972) й медалі Леонарда Елмхерста Міжнародної сільськогосподарської економічної асоціації (1976). Він був членом Американських економічної асоціації і Національної академії наук, членом-засновником Американського філософського товариства, а також Академії наук і мистецтв. У 1970 р. вийшов у відставку, але продовжував активну дослідницьку діяльність до 1990 року.

Теодор Шульц помер 26 лютого 1998 року в Еванстоні, штат Іллінойс і був похований на кладовищі в Баджер, штат Південна Дакота.

Вплив сонячної активності на творчість. Кореляція між числами Вольфа та кількістю сторінок $-0,06$. Оскільки коефіцієнт кореляції більше нуля і з знаком мінус, то це свідчить про те, що сонячна активність впливала обернено на творчість Теодора Вільяма Шульца.



Рисунок1 – Вплив сонячної активності на творчість Шульца

Вплив запізнення публікацій на коефіцієнт кореляції. Коефіцієнт кореляції при зсуві в один рік склав $-0,11$.



Рисунок 2 – Вплив сонячної активності на діяльність Шульца з запізненням в 1 рік.

Метод накладання епох. Кореляція між числами Вольфа та кількістю сторінок 0,2, тобто збільшився в тричі за рахунок усереднення майже за чотири періоди.

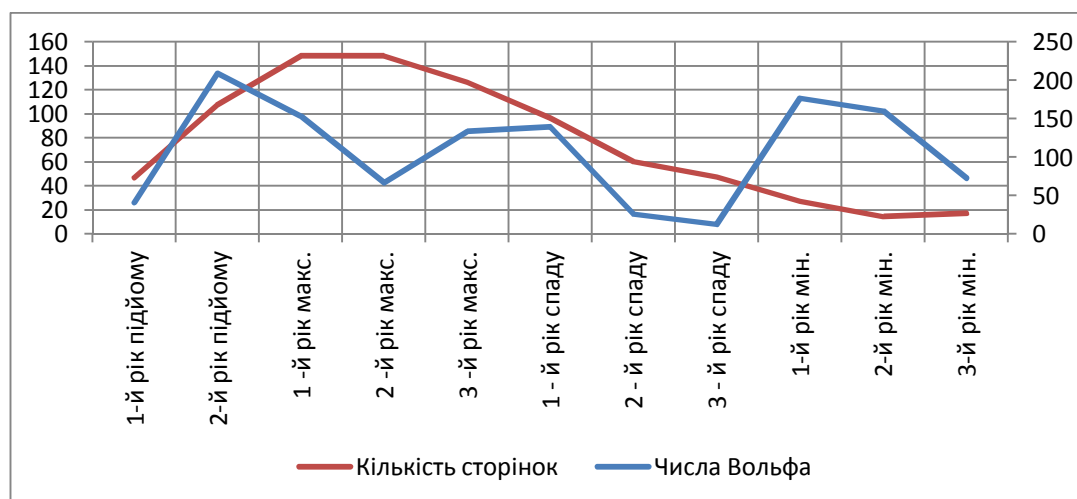


Рисунок 3 – Метод накладання епох на творчість Шульца.

Анотація. Розглянуто життя та наукова діяльність нобелівського лауреата Теодора Вільяма Шульца. Дослідження «людського капіталу». Нагородження Нобелівською премією з економіки «за новаторські дослідження економічного устрою країн, що розвиваються». Розглянуто вплив сонячної активності на творчість Шульца. Коефіцієнт кореляції між числами Вольфа і кількістю сторінок його робіт склав $-0,06$; при застосуванні методу накладання епох він став $0,21$.

Ключові слова: людський капітал, економіка, сільське господарство.

Література

- [1] – Нобелівський лауреат Теодор Вільям Шульц (Schultz) [Електронний ресурс] – <http://uareferats.com/index.php/referat/details/1951>.
- [2] – Theodore William Schultz AMERICAN ECONOMIST [Електронний ресурс] – <https://www.britannica.com/biography/Theodore-Schultz>.
- [3] – Внесок в науку [Електронний ресурс] – <https://zounb.zp.ua/node/5578>.
- [4] – Theodore Schultz – Econlib [Електронний ресурс] – <https://www.econlib.org/library/Enc/bios/Schultz.html>.

Поваляєв І. В. (студ., 2 курс)
Науковий керівник – доц. Фастовська Т. Б.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

НЕОРДИНАРНА ОСОБИСТІСТЬ УГОРСЬКОГО МАТЕМАТИКА ЯНОША БОЯЇ

*«Неможливо жити спокійно і бути щасливим, поки на землі ще живе хоча
б один нещасний. Мета життя – благоденство і щастя всього людства»*

Янош Больяй

У цій статті мова піде про неординарну особистість угорського математика Яноша Бояї, одного з першовідкривачів неевклідової геометрії і про його дослідження в ній.

Неевклідова геометрія, якою дуже захопився відомий математик – це будь-яка геометрична система, яка відрізняється від геометрії Евкліда, але яка застосовується в більш вузькому сенсі і відноситься тільки до традиційних геометричних систем. Як і евклідова, ці геометрії відносяться до метричних геометрій простору постійної кривини.

Неевклідова геометрія оформилась в XIX столітті, однак період її становлення був тривалим. Протягом більше 2000 років після Евкліда багато математиків вели напружений науковий пошук.

Янош Бояї (угор. Bolyai Janos, 15 грудня 1802 – 27 грудень 1860) – угорський математик, поет і філософ.

У російських джерелах зустрічається безліч варіантів написання його



прізвища: Больяи, Больяй, Боян, Бояи, Бояй і навіть Больє.

Дитинство

Янош Бояї народився в трансильванському місті Колошвар; в наші дні це Клуж-Напока, Румунія, а тоді місто належало Австро-Угорщині. Батько його, відомий професор математики Фаркаш Бояї, ще в ранньому віці дав синові основи математичних знань.

Навчання. Вже у віці 13 років оволодів основами математичного аналізу – диференціальним і інтегральним обчисленнями. У 15 років здав іспити на атестат зрілості, а в наступному році вступив до Віденського військово-інженерного коледжа, здавши семирічний курс за 4 роки. Уже в коледжі він настільки захопився дослідженням п'ятого постулату Евкліда, що батько з тривогою радив Яношу: «Ти повинен кинути це як саме зле збочення. Воно може відняти у тебе весь час, здоров'я, розум, всі радощі життя. Ця чорна прірва в стані, може поглинути тисячу таких титанів, як Ньютон ...» Батько мав рацію, а Янош не послухав пораду батька. Під час навчання почав займатися доказом постулату про паралельні лінії. Незабаром він приходить до висновку, що п'ятий постулат недовідний і незалежний від інших. Це означало, що, замінивши його на альтернативний, можна побудувати нову геометрію, відмінну від евклідової. Він жартує в листі батькові: «Я відкрив щось настільки дивовижне, що був вражений, і було б найбільшим нещастям, якщо це було б втрачено. Коли ти, мій дорогий батько, побачиш це, ти все зрозумієш; Зараз же я можу сказати тільки одне: я створив дивний новий світ з нічого!».



Дослідження. Геніальна ідея Яноша Бояї полягала в тому, щоб поглянути на цю задачу під іншим кутом. Замість того, щоб намагатися вивести постулат про паралельність з інших аксіом, він дозволив своєму розуму поставити питання так: «що якщо аксіома про паралельні прямі є хибною? Чи впливає з цього протиріччя?» Янош Бояї прийшов до висновку, що відповідь на це питання негативна і що існує інша геометрія, в якій перші чотири аксіоми вірні, а постулату про паралельність – немає. Отже, постулат про паралельність не може бути доведений на підставі перших чотирьох аксіом, оскільки таке доведення виключило б можливість геометрії Бояї.

Іноді те чи інше математичне відкриття «витає в повітрі»: по ледь зрозумілим причинам співтовариство вчених готове до чергового досягнення, тому воно приходить з декількох джерел одночасно. У той час, коли Бояї розробляв свою неевклідову геометрію, Микола Лобачевський робив те ж саме в Росії. А великий Карл Фрідріх Гаус, старий товариш старшого Бояї, сформулював багато аналогічних ідей в роботі, яка до цих пір не опублікована.

У 1932 батько Яноша Фаркаш, також займався математикою, випустив свою працю «Тентамен» («Досвід»), як додаток до першого тому якого вийшла робота Яноша «Апендикс» («Додаток»), який так і залишився незрозумілим і непоміченим. Роком раніше (1831) Фаркаш Бояї послав «Апендикс» свого давнього друга, тодішньому «королю математиків» Гаусу. Прочитавши твір, Гаус написав одному зі своїх друзів: «Цей юний геометр Бояї – геній вищого класу». Як з'ясувалося набагато пізніше, Гаус сам потайки розвивав неевклідову геометрію (ще з початку 1820-х років), проте нічого на цю тему так і не опублікував. Самому ж Фаркашу Гаус відповів: «Оцінити це – все одно, що оцінити себе. Тому що все, що там написано, збігається з моїми власними роздумами останніх 30-35 років на цю тему».

Сумна новина, що його випередили, приголомшила молодого Бояї, тільки що поставленого в капітани. Його здоров'я погіршується, характер псується, і незабаром він йде у відставку (1833). Пенсії він не заслужив, живе на кошти батька.

Робота. У наступні кілька років Бояї продовжував працювати над розвитком ідей, викладених в цій роботі. У 1838 разом з батьком він взяв участь в конкурсі на премію Лейпцігського вченого суспільства, умовою якого було вдосконалення геометричної теорії уявних чисел, однак призових місць не зайняв.

У 1848 Янош Бояї ознайомився з роботою Н. І. Лобачевського «Геометричні дослідження з теорії паралельних ліній» (1840), після чого



написав докладні «Зауваження», які були опубліковані в 1902. Виявив також тісний взаємозв'язок між геометричним простором і гравітаційним полем.

Досягнення математика не були гідно оцінені за його життя. Він помер в стані глибокої депресії за кілька років до того, як неевклідова геометрія отримала загальне

визнання.

Ім'я Бояї носить один з кратерів на Місяці.

Анотація. У статті приділено увагу біографії та основним досягненням видатного математика Яноша Бояї.

Ключові слова: Янош Бояї, наукові досягнення, біографія.

Література

- [1] – Том Джексон. Математика. Ілюстрована історія. – Москва, 2017.
- [2] – Джордан Елленберг. Як не помилятися. Сила математичного мислення. – М.: «Манн, Іванов і Фербер», 2018.
- [3] – Маріо Лівіо. Чи був Бог математиком? Галопом по божественній Всесвіту з калькулятором.- «Видавництво АСТ», 2016.
- [4] – А.Сосінскій. Геометрії. – М.: «Видавництво МЦНМО», 2018.
- [5] – Світлана Зернес. Великі наукові курйози. 100 історій про кумедні випадки в науці. – М.: ЗАТ «Видавництво Центрполіграф», 2011.
- [6] – Д.Візам, Я.Герцег. Гра і логіка. – М.: «Видавництво Світ», 1975.
- [7] – Семен Гиндикин. Розповіді про фізиків і математиків. – М.: «Видавництво МЦНМО», 2013.
- [8] – Леонард Млодінов. Евклидово вікно. Історія геометрії від паралельних прямих до гіперпростору. – М.: «Livebook», 2014.

УДК 929.51

Тернавская Ю. Г. (студ., 1 курс)

Научный руководитель – ст. преп. Н. М. Спирина

Воронежский государственный лесотехнический университет
имени Г.Ф. Морозова, Воронеж (Россия)

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ТРУДАХ Ю.В. СОХОЦКОГО

Сохоцкий Юлиан Васильевич, русский математик польского происхождения, внес неоценимый вклад в развитие высшей алгебры, теории чисел, теории функций комплексного переменного.

Поздние работы Ю.В. Сохоцкого, посвященные теории эллиптических функций, опубликованы на польском языке и поэтому недостаточно освещены в математической литературе.

Теория эллиптических функций в изложении Ю.В. Сохоцкого не предполагает предварительных знаний по теории функций и доступна для лиц, знакомых лишь с основами высшей математики.

В 1877 году Ю.В. Сохоцкий показал, что получение формул линейного преобразования на основе элементарных свойств функций приводит к нахождению сумм Гаусса, ко всем характеристическим свойствам символов Лежандра и Якоби, что по словам автора является «одним из прекраснейших приложений эллиптических функций к теории чисел».

Дальнейшие результаты своих исследований ученый изложил на пяти заседаниях Петербургского математического общества в 1896-1898 годах. Эти исследования, по выражению авторов, составляли лишь введение в теорию эллиптических функций, которую он изложил в последствии. Далее, в 1903 году был опубликован основной результат. Опираясь на свойства двух сопряженных кривых $y^2 = 4x^3 - ax - b$ и $y^2 = -(4x^3 - ax - b)$ автор выводит свойства функции Вейерштрасса как для вещественного, так и для мнимого аргумента.

***Аннотация.** Научные труды русского математика польского происхождения Ю.В. Сохоцкого по теории эллиптических функций опубликованы в польских периодических изданиях и поэтому в историко-математической литературе освещены недостаточно. В статье проведен краткий обзор последних результатов ученого по теории эллиптических функций.*

Цись Я. В. (студ. 3 курс)
Науковий керівник – доц. Сіра І. Т.
*Харківський національний педагогічний університет
імені Г.С. Сковороди*

З ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ ПОДІЛЬНОСТІ

Основним завданням теорії чисел є вивчення властивості цілого числа: але ряд важливих проблем цієї теорії безпосередньо чи опосередковано пов'язаний з подільністю числа.

Подільність – фундаментальна властивість натуральних та цілих чисел. Число a ділиться на b , відповідно, число b є дільником a , якщо частка – ціле число.

Говорячи про важливу роль теорії подільності чисел у математичному вихованні, А. І. Маркушевич зауважив, що ця теорія є одним з небагатьох розділів математичної науки, з яким можна без будь-яких скорочень і пропусків, зі всіма необхідними кінцевими визначеннями і доведеннями ознайомитись. Вказані твердження і методи є фундаментом теорії чисел і в той же ж самий час є найпростішими доступними прикладами теорем існування і єдності і прикладами найпростіших алгоритмів без чого немислимо створити правильне уявлення про математичну науку.

Багато задач математичних олімпіад, так чи інакше, містять задачі про натуральні або цілі числа. А так як операція ділення на натуральні або цілі числа виконується не завжди, то виникає необхідність розглянути випадки, коли ця операція можлива.

Таким чином, виникло протиріччя між необхідністю докладного вивчення прийомів розв'язання задач на застосування теорії подільності і невеликою кількістю навчального часу відведеного у шкільній програмі з математики на вивчення цієї теми.

Подолання даного протиріччя зумовило мету дослідження: розглянути основні поняття теорії подільності, зокрема в кільці цілих чисел, та ряд застосувань теорії подільності, тобто на більш глибокому рівні ознайомитися

з теорією подільності чисел та розглянути деякі способи розв'язання шкільних та олімпіадних задач на застосування теорії подільності.

Протягом більше XXV століть задачі теорії чисел були улюбленою областю дослідження визначних математиків і багатьох тисяч дилетантів. В теорії чисел значне місце відводиться теорії подільності цілих чисел, зокрема цілих додатних натуральних чисел, висновки і результати вивчення якої поширюються і на цілі від'ємні числа.

Ще в Стародавній Греції, в так званій піфагорійській школі (VI ст. до н.е.), вивчалась подільність цілих чисел. Були відокремлені окремі підкласи цілих чисел, як наприклад, прості числа, складені, квадратні і тому подібні; вивчалася структура так званих досконалих (число a , рівне сумі своїх істинних дільників, тобто натуральних дільників, відмінних від самого a , називається досконалим) і дружніх чисел (якщо для двох чисел a і b сума істинних дільників кожного з них дорівнює іншому, то такі числа називаються дружніми). Було дано розвиток у цілих числах невизначеного рівняння (іншими словами, був вказаний рецепт побудови прямокутних трикутників з цілочисельними сторонами).

Евклід у своїх «Началах» чи «Елементах» дав систематичну побудову теорії подільності. Він вперше запропонував теорему про однозначність розкладу натурального числа на прості множники, яка відіграє основну роль у теорії подільності цілих чисел, і з її допомогою побудував арифметику раціональних чисел. Евкліду були відомі чотири досконалі числа: 6, 28, 496, 8128. Він довів теорему, що $N = \epsilon$ досконалим, якщо ϵ простим. Він також навів найперший в історії алгоритм, а саме алгоритм Евкліда.

Це спосіб знаходження НСД натуральних чисел. Щоб знайти НСД двох чисел, використовуючи алгоритм Евкліда, необхідно:

- ✓ Поділити більше з них на менше, дістанемо неповну частку і остачу;
- ✓ Ділимо менше з даних чисел на здобуту (першу остачу) і дістанемо другу неповну частку і остачу;

✓ Ділимо першу остачу на другу і т. д., при цьому остача зменшується;

✓ Ділимо до тих пір, поки остача не стане рівною 0.

Свій внесок у розвиток теорії подільності вніс і німецький математик Карл Фрідріх Гаус запровадивши поняття конгруенції за модулем, довів основну теорему арифметики. Проблемою пошуку універсальної формули для задання простих чисел займався відомий французький математик, юрист П'єр Ферма. Він висловив припущення, що всі числа виду $2^{2^n} + 1$ є простими, n – ціле, невід'ємне, проте відомий математик Ейлер у XVIII ст. спростував це твердження.

Теорія чисел досі має безліч невирішених завдань, труднощі яких пов'язана, в тому числі, і з надзвичайною трудомісткістю перевірки властивостей числа з ростом його значення. Математики приділяють багато уваги простим числам. Були спроби дізнатися по зовнішньому вигляду просте чи складене це число, а далі вже розглядалась і їх подільність. З давніх часів відомо, що в безлічі натуральних чисел зустрічаються числа, які діляться тільки на 1 і на саме число. Такі числа називали простими.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, ...

Знаменитий грецький вчений-математик Ератосфен Кіренський розробив метод знаходження простих чисел – Решето Ератосфена. Так як греки робили записи на покритих воском табличках або на натягнутому папірусі, а цифри не викреслювали, а виколювали голкою, то таблиця в кінці обчислень нагадувала решето. Тому метод Ератосфена і називався «Решетом Ератосфена»: в цьому решеті «відсіваються» прості числа від складових.

Цікаво відзначити, що це – не тільки найдавніший, а й один з найефективніших алгоритмів в математиці, який майже не був вдосконалений за більш ніж дві тисячі років, що минули по тому.

Література

[1] – Алгебра і теорія чисел: Практикум. Ч.2 / Завало С.Т., Левіщенко С.С., Пилаєв В.В. – К.: Вища школа, 1986. – 264 с.

[2] – Бородін О.І. Теорія чисел. – К.: Вища школа, 1970. – 274 с.

- [3] – Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. – 180 с.
- [4] – Воробьев Н.Н. Признаки делимости. – М.: Физматгиз, 1963.
- [5] – Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел. – М.: Просвещение, 1964. – 143 с.
- [6] – Завало С.Т., Костарчук В.М., Хацет Б.І. Алгебра і теорія чисел. – К.: Вища школа, 1976. – 383
- [7] – Кужель О.В. Розвиток поняття про число. Ознаки подільності. Досконалі числа. – К.: Вища школа, 1974. – 80 с.

НОВІТНІ МАТЕМАТИЧНІ ТА ПЕДАГОГІЧНІ ПІДХОДИ У ВИВЧЕННІ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

УДК 517

Алексейчук Д. І. (студ., 2 курс)

Медведев Д. А. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Гадецька С. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ОКРЕМІ АСПЕКТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ НА НЕПЕРЕРВНІСТЬ

Задачі, які стосуються питань неперервності функцій, є традиційною складовою багатьох олімпіадних змагань, оскільки надають можливість продемонструвати як глибокі фундаментальні знання, так і навички нестандартного мислення [1; 2; 3].

Зауважимо, що в основі дослідження функції на неперервність лежить теорема про неперервність будь-якої елементарної функції в кожній точці її області визначення. Окрім того, при дослідженні на неперервність функції $f(x)$ в фіксованій точці $x = x_0$ часто стає в нагоді перевірка виконання рівностей $\lim_{x \rightarrow x_0 - 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0 + 0} f(x) = f(x_0)$.

Ключовим елементом дослідження функцій, які мають точки розриву, є обчислення і аналіз односторонніх границь функцій в точках розриву. Так,

наприклад, функція $y = \frac{\sin x}{x}$, яка не визначена в точці $x = 0$, має розрив I

роду (усувний) в цій точці, оскільки $\lim_{x \rightarrow 0 \pm 0} \frac{\sin x}{x} = 1$; функція $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ має

розрив I роду в точці $x = 0$, оскільки односторонні границі в цій точці є

скінченними: $\lim_{x \rightarrow 0 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \pm \frac{\pi}{2}$, при цьому величина стрибка дорівнює π ;

функція $y = \cos^2 \frac{1}{x}$ має розрив II роду в точці $x = 0$, тому що $\lim_{x \rightarrow 0 \pm 0} \cos^2 \frac{1}{x}$ не

існує.

Окремим класом завдань в олімпіадних змаганнях з зазначеної теми виступають задачі, які базуються на властивостях функцій, неперервних на замкненому відрізку. Так, за допомогою Теорема Больцано–Коши здійснюється доведення того факту, що неперервна на певному відрізку функція приймає деяке заздалегідь встановлене значення. Наприклад, за цією теоремою маємо, що для функції $y = x^3 + x + 1$, яка є неперервною на всій числовій осі, існує така точка $x_0 \in (0,1)$, що $f(x_0) = 2$, тому що $f(0) = 1 < 2$, $f(1) = 3 > 2$. Аналогічно отримуємо для цієї функції, що вона має нуль на інтервалі $(-1,0)$, оскільки значення $y = 0$ є проміжним значенням між значеннями $f(-1) = -1 < 0$ та $f(0) = 1 > 0$. До речі, цей нуль є єдиним нулем даної функції, тому що вона є зростаючою (як сума двох зростаючих), отже, кожне своє значення приймає лише один раз. Важливим узагальненням наведеного прикладу є твердження про наявність щонайменше одного дійсного кореня для будь-якого алгебраїчного рівняння непарного степеня з дійсними коефіцієнтами.

Зауважимо, що наведені властивості неперервних функцій широко застосовуються при розв'язанні різних типів рівнянь, в тому числі, функціональних, в яких в якості невідомих виступають неперервні функції.

Анотація. В роботі аналізуються деякі особливості завдань підвищеного рівня складності з дослідження функцій однієї змінної на неперервність. Фундаментальні твердження підкріплюються конкретними прикладами, що демонструють різноманіття підходів щодо їх розгляду.

Ключові слова: неперервність функції, точки розриву функції.

Література

- [1] – Всеукраїнські олімпіади з математики серед студентів технічних, економічних та аграрних ВНЗ: 2005-2010 рр./ М.І. Деркач, Ю.Є. Обжерін, О.І. Песчанський, О.Ф. Хрустальов. – Севастополь: Вид-во СевНТУ, 2011. – 120 с.
- [2] – Аракчеев С.А. Избранные задачи математических олимпиад для втузов: учебное пособие / С.А. Аракчеев. – Новосибирск: Изд-во СГУПС, 2011. – 128 с.
- [3] – Зарубежные математические олимпиады / С.В. Конягин, Г.А. Тоноян, И.Ф. Шарыгин [и др.]; под ред. И.Н. Сергеева. – Москва: Изд-во Моск. ун-та, 1987. – 416 с.

СЕРЕДНЄ АРИФМЕТИЧНЕ, СЕРЕДНЄ ГЕОМЕТРИЧНЕ І ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ РІВНЯННЯ

Диференціальні рівняння є одним з основних математичних понять. Диференціальне рівняння, одержане в результаті дослідження будь-якого явища або процесу, називається диференціальною моделлю цього явища або процесу.

В поданій роботі розглянуто приклад використання диференціальних рівнянь до знаходження різниці двох збіжних послідовностей.

Розглянемо наступну цікаву задачу, яка вперше була вирішена німецьким вченим К.Ф. Гаусом. Нехай m_0 і n_0 – два довільних позитивних числа $m_0 > 0$ і $n_0 > 0$. Складемо з них два інших числа m_1 і n_1 як і для m_0 і n_0 є відповідно середнім арифметичним і середнім геометричним. Іншими словами покладемо

$$m_1 = \frac{m_0 + n_0}{2}, n_1 = \sqrt{m_0 n_0}.$$

Далі зробимо так саме:

$$m_2 = \frac{m_1 + n_1}{2}, n_2 = \sqrt{m_1 n_1}.$$

Продовжуючи цей процес і далі, отримаємо дві збіжні числові послідовності $\{m_k\}, \{n_k\} (k = 0, 1, 2, \dots)$.

Ставиться питання: чому дорівнює різниця між цими послідовностями?

Витончене вирішення цієї задачі належить німецькому математику К.В. Борхардту, яке пов'язане з побудовою лінійного диференційного рівняння другого порядку. Нехай a – шукана різниця. Очевидно, що a

залежить від m_0 і n_0 , тобто $a = f(m_0, n_0)$, де f – деяка функція. З визначення числа a випливає, що $a = f(m_1, n_1)$. Очевидно, що a є однорідною функцією першого степеня відносно m_0 і n_0 , тому

$$a = m_0 f\left(1, \frac{n_0}{m_0}\right) = m_1 f\left(1, \frac{n_1}{m_1}\right)$$

Поклавши $\frac{n_0}{m_0} = x$, $\frac{n_1}{m_1} = x_1, \dots$, позначимо

$$\frac{1}{f\left(1, \frac{n_0}{m_0}\right)} = y, \quad \frac{1}{f\left(1, \frac{n_1}{m_1}\right)} = y_1, \dots$$

Тоді будемо мати

$$y = y_1 \frac{m_0}{m_1} = \frac{2y_1}{1+x}. \quad (1)$$

Враховуючи, що

$$x_1 = \frac{2\sqrt{x}}{1+x},$$

будемо мати

$$\frac{dx_1}{dx} = \frac{1-x}{(1+x)^2 \cdot \sqrt{x}} = \frac{(x_1 - x_1^2)(1+x)^2}{2(x - x^2)}. \quad (2)$$

Продиференціюємо по x вираз (1)

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{(1+x)^2} y_1 + \frac{2}{1+x} \cdot \frac{dy_1}{dx_1} \cdot \frac{dx_1}{dx}.$$

Замінемо похідну $\frac{dx_1}{dx}$ її значення з рівності (2) і звільнемося від

знаменника $(x - x^2)$, тоді одержимо таке співвідношення

$$(x - x^2) \frac{dy}{dx} = \frac{2x(x-1)}{1+x} y_1 + (1+x)(x_1 - x_1^2) \frac{dy_1}{dx_1}. \quad (3)$$

Продиференціюємо по x рівність (3)

$$\begin{aligned} \frac{d((x - x^2) \frac{dy}{dx})}{dx} &= 2y_1 \frac{d\left(\frac{x(x-1)}{1+x}\right)}{dx} + \frac{2x(x-1)}{(1+x)} \frac{dy_1}{dx_1} \frac{dx_1}{dx} + \\ &+ (x_1 - x_1^2) \frac{dy_1}{dx_1} + (1+x) \frac{d}{dx_1} \left((x_1 - x_1^2) \frac{dy_1}{dx_1} \right) \frac{dx_1}{dx}. \end{aligned}$$

Після елементарних перетворень ця рівність зводиться до такого вигляду

$$\frac{d}{dx}((x - x^2) \frac{dy}{dx}) - xy = \frac{1-x}{(1+x)\sqrt{x}} \left(\frac{d}{dx_1} \right) \left((x_1 - x_1^2) \frac{dy_1}{dx_1} \right) - x_1 y_1. \quad (4)$$

Замінюючи послідовно в рівнянні (4) x на x_1 , x_1 на x_2 , x_2 на x_3 і т.д., позначив

$$\frac{d}{dx}((x - x^2) \frac{dy}{dx}) - xy = a^*(y)$$

$$\text{будемо мати } a^*(y) = \frac{1-x}{(1+x)\sqrt{x}} \cdot \frac{1-x_1}{(1+x_1)\sqrt{x_1}} \dots \frac{1-x_n}{(1+x_n)\sqrt{x_n}} \cdot a^*(y_n)$$

Якщо $n \rightarrow \infty$, тоді $1 - x_n \rightarrow 0$, таким чином $a^*(y) = 0$.

Це означає, що y задовольняє диференціальному рівнянню

$$(x - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} + (1 - 3x^2) \frac{dy}{dx} - xy = 0. \quad (5)$$

Враховуючи, що

$$a = f(m_0, n_0) = y \frac{f^2(m_0, n_0)}{m_0},$$

можна знайти значення числа a . Дійсно, вважаючи, що y може бути сталим розв'язком рівняння (5), знаходимо, що таким розв'язком може бути тільки $y \equiv 0$.

Таким чином, було доведено, що різниця границь послідовностей $\{m_k\}$ і $\{n_k\}$ дорівнює 0.

Література

[1] – Амелькин В.В., Садовский А.П. Математические модели и дифференциальные уравнения. – Минск: Высшая школа, 1982. – 272 с.

[2] – Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений. Минск: Высшая школа, 1973. – 560 с.

Байдала В. Ю., аспірант

Мостепан О. А., аспірант

Науковий керівник – д. пед. н., доц. Ярхо Т. О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

НАЙВАЖЛИВІШІ АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЛІВ, ЩО ЗАЛЕЖАТЬ ВІД ПАРАМЕТРУ

До інваріантної частини базової математичної освіти майбутніх докторів філософії Харківського національного автомобільно-дорожнього університету включено дисципліну «Фундаментальна та прикладна математична підготовка» [1, с. 212]. Перша частина зазначеної дисципліни містить додаткові теми розділів загального курсу класичної математики, які майбутні доктори філософії вивчали в бакалавраті та магістратурі. Зокрема, додаткові теми інтегрального числення – власні і невідносні інтеграли, що залежать від параметру, у зв'язку із важливістю аспектів їхнього застосування, складають ґрунтовний розділ першої частини дисципліни.

Інтеграли, що залежать від параметру, є ефективним математичним апаратом у розв'язанні технічних задач, формалізовані постановки яких відносяться до сфери математичної фізики [1, с. 213].

Нагадаємо означення [2, с. 137]. Нехай $f(x)$ – функція двох змінних, визначена для всіх $x \in [a, b]$ і всіх значень $\alpha \in A$. Проміжок $[a, b]$ є скінченним або нескінченним, A – деяка числова множина.

Нехай при кожному значенні $\alpha \in A$ функція $f(x, \alpha)$ є інтегрованою на проміжку $[a, b]$ (у власному або невластному сенсі). Тоді інтеграл

$$I(\alpha) = \int_a^b f(x, \alpha) dx, \quad (1)$$

що є функцією допоміжної змінної α (або параметру α), називається *інтегралом, що належить від параметру*.

Теорія інтегралів, що залежать від параметру, успішно застосовується в обчисленні певних класичних невластних інтегралів, наприклад [2, с. 161-166]:

- $\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (інтеграл Ейлера-Пуассона);
- $\int_0^\infty \frac{\sin x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$;
- $\int_0^\infty \sin x^2 dx = \int_0^\infty \cos x^2 dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}}$ (інтеграли Френеля);
- $\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \frac{\cos ax}{k^2+x^2} dx &= \frac{\pi}{2k} e^{-ka} \\ \int_0^\infty \frac{x \sin ax}{k^2+x^2} dx &= \frac{\pi}{2} e^{-ka} \end{aligned} \right\} a > 0, k > 0$; інтеграли Лапласа.

У багатьох розділах математики важливу роль відіграють два невластні інтеграли, що залежать від параметру: бета- і гамма-функції (інтеграли Ейлера, відповідно, першого і другого роду).

Бета-функцією називається невластний інтеграл, що залежить від двох параметрів a і b [2, с. 167]:

$$B(a, b) = \int_0^1 x^{a-1} (1-x)^{b-1} dx, \quad (2)$$

де $a, b > 0$. Інтеграл має особливості в т. $x = 0$ (при $a < 1$) і в т. $x = 1$ (при $b < 1$).

Гамма-функцією називається невластний інтеграл, що залежить від параметру a [2, с. 169]:

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} x^{a-1} e^{-x} dx, \quad (3)$$

де $a > 0$. Інтеграл має особливості на нескінченності та в т. $x = 0$ (при $a < 1$).

Зв'язок між бета- та гамма-функціями демонструє формула [2, с. 172]:

$$B(a, b) = \frac{\Gamma(a) \cdot \Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}. \quad (4)$$

Бета- і гамма-функції знайшли широке застосування в теорії ймовірностей та математичній статистиці, зокрема, як основа відповідних розподілів ймовірностей. Бета- і гамма-розподіли ймовірностей відіграють подвійну роль у практиці стохастичних досліджень: з одного боку – в адекватному описі певних технічних процесів, що досліджуються, з другого боку – в якості допоміжного технічного засобу при реалізації методів статистичної обробки даних [1, с. 215].

Двопараметричний закон гамма-розподілу (Г-розподілу) випадкової величини $\gamma(a, b)$ задається щільністю ймовірності [3, с. 148]:

$$f_{\gamma(a,b)}(x) = \begin{cases} \frac{b^a}{\Gamma(a)} x^{a-1} e^{-bx}, & 0 \leq x < \infty \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$a > 0, b > 0$ – параметри. Тут $\Gamma(a)$ – значення гамма-функції Ейлера (3).

Двопараметричний закон бета-розподілу (В-розподілу) випадкової величини $\beta(a_1, a_2)$ задається щільністю ймовірності [3, с. 149]:

$$f_{\beta(a_1,a_2)}(x) = \begin{cases} \frac{\Gamma(a_1+a_2)}{\Gamma(a_1)\Gamma(a_2)} x^{a_1-1} (1-x)^{a_2-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{для } x \notin [0, 1]. \end{cases} \quad (6)$$

$a_1 > 0, a_2 > 0$ – параметри. Тут $\Gamma(a_1 + a_2), \Gamma(a_1), \Gamma(a_2)$ – значення гамма-функції Ейлера (3).

Зазначимо, що згідно з [3, с. 149], має місце співвідношення

$$\beta(a_1, a_2) = \frac{\gamma(a_1, b)}{\gamma(a_1, b) + \gamma(a_2, b)}, \quad (7)$$

де $\beta(a_1, a_2)$ – випадкова величина, що підлягає закону В-розподілу; $\gamma(a_1, b), \gamma(a_2, b)$ – дві незалежні Г-розподілені випадкові величини.

Гамма- і бета-розподіли мають численні застосування у моделюванні реальних технічних процесів [4, с. 103-119]:

- Г-розподіл описує час, необхідний для появи рівно a незалежних подій, якщо ці події відбуваються із сталою інтенсивністю b ; зокрема
- Г-розподіл описує час, безвідмовної роботи системи, якщо система виходить із строю, за умови відбування a - незалежних часткових відмов, що мають сталу інтенсивність b ;
- Г-розподіл відіграє важливу роль у теорії масового обслуговування при розв'язанні задач, пов'язаних із очікуванням у черзі та обслуговуванням клієнтів;
- В-розподіл широко використовується при статистичному контролі якості та теорії надійності.

У реалізації методів статистичної обробки даних головне значення гамма- і бета-розподілів полягає в багатих обчислювальних можливостях. Функції χ^2, t, F і ряду інших розподілів, після необхідних перетворень, виражаються в термінах Г- або В-розподілів, наприклад [3, с. 149]:

$$F_{t^2(m)}(x) = F_{\beta\left(\frac{1}{2}, \frac{m}{2}\right)}\left(\frac{x^2}{m+x^2}\right), \quad (8)$$

де $t^2(m)$ – квадрат стьюдентовської випадкової величини з m степенями свободи; $F_{\beta\left(\frac{1}{2}, \frac{m}{2}\right)}$ – функція розподілу випадкової величини β .

$$F_{F(m_1, m_2)}(x) = F_{\beta\left(\frac{m_1}{2}, \frac{m_2}{2}\right)}\left(\frac{m_1 x}{m_2 + m_1 x}\right), \quad (9)$$

де $F_{F(m_1, m_2)}$ – випадкова величина, що має F -розподіл з числом степенів свободи чисельника й знаменника, відповідно, m_1 і m_2 ; $F_{\beta\left(\frac{m_1}{2}, \frac{m_2}{2}\right)}$ – функція розподілу випадкової величини β .

Нарешті, підкреслимо важливість вивчення теорії інтегралів, що залежать від параметру, з точки зору виховання математичної культури здобувачів, яка має бути невід’ємною рисою науковця. Адже в цій теорії здійснюється обґрунтування граничного переходу під знаком власного і невластивого інтегралу, диференціювання та інтегрування по параметру. Таким чином, визначаються умови, за якими є справедливими наступні рівності:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \alpha_0} \int_a^b f(x, \alpha) dx = \int_a^b \lim_{\alpha \rightarrow \alpha_0} f(x, \alpha) dx; \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \int_a^b f(x, \alpha) dx = \int_a^b \frac{\partial f(x, \alpha)}{\partial \alpha} dx; \quad (11)$$

$$\int_a^b \left(\int_c^d f(x, \alpha) dx \right) \partial \alpha = \int_c^d \left(\int_a^b f(x, \alpha) d\alpha \right) \partial x. \quad (12)$$

Ми згодні із точкою зору авторів [5, с. 4], що зазначений матеріал теми «Інтеграли, що залежать від параметру» сприяє вихованню наукової відповідальності фахівців за свої особисті міркування в процесі виконання дослідження.

Література

- [1] – Ярхо Т. О. Формування змісту базової математичної підготовки майбутніх фахівців технічного профілю на освітньо-науковому рівні доктора філософії / Т. О. Ярхо // Наука і освіта: науково-практичний журнал Південно-українського національного педагогічного університету імені К.Д. Ушинського. Педагогіка. – 2016. – № 10. – С. 212-220.
- [2] – Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа / Г. М. Фихтенгольц. – Т. 2. – М.: «Наука», 1968. – 464 с.
- [3] – Айвазян С. А. Теория вероятностей и прикладная статистика: учебник для вузов / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – Москва: ЮНИТИ, 2001. – Том. 1. – 656 с.
- [4] – Хан Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г. Хан, С. Шапиро. – М.: «Мир», 1969. – 395 с.
- [5] – Ковалева Л. А. Методические указания к решению задач по теме «Интегралы, зависящие от параметра / Л. А. Ковалева, О. В. Чернова. – Белгород: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Белгородский государственный национальный исследовательский университет», 2018. – 39 с.

**ELECTRONIC INTERACTIVE CONTENT
IN MATHEMATICAL EDUCATION**

Currently, distance learning is distributed in the system of training engineers. The introduction of distance learning in the educational process allows us to solve a number of problems that arise at higher education institutions and are related to the quality of training future specialists. The transition to competency-based learning is one of the areas of modernization of education.

The effectiveness of the educational process is determined by a set of techniques and methods in organizing cognitive activity of students and is characterized by a relative change in the results of learning during certain period of time [1, p. 122]. Within the framework of learning organization with the help of information technologies, a special role in ensuring the effectiveness of this process should be devoted to the objects of the electronic educational environment, such as virtual simulators, interactive tests, electronic laboratory work, wiki tasks, etc.

The analysis of recent research and publications shows that the development and use of virtual learning objects in the educational process is widely discussed by educators and practitioners in the field of education [2, p. 57]. To studying interactivity and intensification of the learning process using remote technology in Ukraine are devoted the works of such scholars as V. Yu. Bykova, Ya.V. Bulakhova, O.M. Bondarenko, V.F. Zabolotnyj, G.O. Kozlakova O.A. Mischenko, O.P. Pinchuk, O.V. Shestopala and others.

The paper [3, p. 412] examines the use of Virtual Learning Objects (VLO) in the teaching of differential calculus in the area of Management Sciences as a teaching strategy to improve the assimilation of the theoretical knowledge acquired in the classroom courses.

Among the objects of distance learning, the teacher's special attention and interest in students are triggered by interactive teaching materials, among which virtual laboratory work, simulators, wiki-tasks and interactive practical tasks can be distinguished. In addition, it should be noted that, unlike students of the previous generation, modern students have already been learning since the school to use information technology. Consequently, they are well prepared to work with computer lab and practical work.

The urgent need for training at a technical college was the introduction of innovative methods based on information technologies that provide applied knowledge, form the corresponding engineering competencies.

The purpose of the article is to analyze the peculiarities of the use of information and communication technologies, in particular virtual learning objects of the distance learning course, as tools for the formation of professional competencies of future engineers.

Modern information technologies open the possibility of moving to a new level of the existing education system. So, there is the possibility of leaving traditional books and educational materials and to transit to electronic textbooks, computer simulators, tests of different types, that is, from ordinary audience to virtual and multimedia.

Widespread informatization of the educational process allows creating conditions under which development of creative skills and abilities develops; the ability to analyze and to predict tasks and processes in the study of various disciplines appears. It is the distance learning technology that enables students to provide electronic learning resources for conducting training activities.

The experience of introducing distance learning course virtual objects into the educational process at Sumy State University allowed studying the peculiarities of forming the professional competencies of the future engineer. So, among such objects are interesting virtual Simulator (Fig. 1).

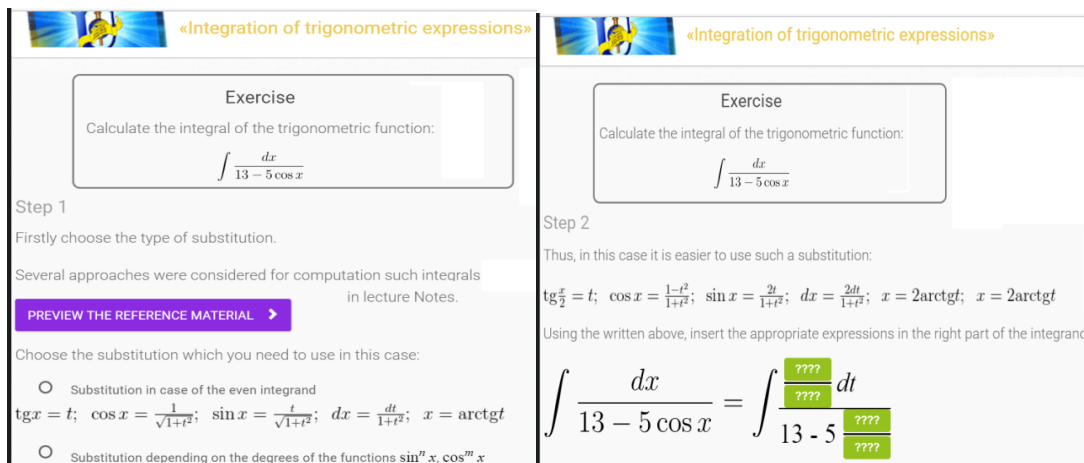


Figure 1- Simulator «Integration of trigonometric expressions» in the discipline «Higher mathematics»

The simulators allow presenting the material in various forms (the theoretical text material can be accompanied by interactive animation using the technology of flash and 3D animation, include audio support), control the acquired knowledge in the form of a game; present the subject area at different levels of assimilation of the material and the detail of information. With their help you can get skills to solve typical practical problems, use the bases of educational materials: electronic catalogs, libraries of illustrations, glossaries, etc.

The virtual simulator allows you to realize the following aspects in the training:

- Taking into account the level of training, the motive of training;
- Orientation to the student's individual characteristics;
- Rationalization of the amount of material provided;
- Tasks of the algorithm of work execution.

As a rule, the simulator consists of several step-by-step actions. At each step the student gets and fixes some knowledge, which, when properly applied, gives the opportunity to move to the next step and finish work on the simulator. It should be noted that at each stage of the work the student has the opportunity to ask the teacher a question or turn to the materials of the lecture. Bank simulator tasks are sufficient to provide a work group of students. In our view, the use of simulators is justified in studying the mathematical disciplines, in which tasks are performed step by step, with clear intermediate results. Implementation of

simulators within the framework of theoretical and practical material under study allows forming and consolidating practical skills and developing the corresponding competencies.

However, the introduction of such teaching aids produces high demands to the teacher of discipline at the stage of development and adjustment of electronic simulators. In this case, the teacher must know these opportunities, be able to form educational material of different types, to present a qualitative scenario of the simulator, to develop an effective scale of assessment.

Having analyzed the conducted research, it is possible to draw the following conclusions: the virtual simulator allows you to increase the efficiency of learning knowledge, the quality of understanding the material, as well as to develop professionally-oriented skills. The choice of the individual pace of each student's work on the simulator and the required amount of time makes this object of distance learning effective in the formation of theoretical skills and knowledge.

Prospects for further research are to expand the range of virtual objects that can be explored and used in virtual remote technologies, as well as highlighting the peculiarities of the formation of professional competences through their help.

Abstract. *Informatization of the educational space reveals the wide possibilities of introducing new training technologies and techniques in the process of training future engineers with the use of electronic training materials. The article presents the research of peculiarities of introduction of technologies of distance and mixed training of students of engineering specialties in Sumy State University. The article offers recommendations for the effective use of virtual tools in the study of mathematical disciplines.*

Key words: *electronic simulator, mathematical disciplines, training.*

References

- [1] – Kuzmina, N. (2014). The effectiveness of the process of teaching and learning. *Eastern European Scientific Journal*. 5, 121-126.
- [2] – Fiiialka, S., Onkovych, H., & Baliun, O. (2017). The use of modern teaching methods in editor education in Ukraine. *Advanced Education*. 7, 57-63.
- [3] – Arango, J., Gaviria, D., & Valencia, A. (2015) Differential calculus teaching through virtual learning objects in the field of management sciences. *Procedia – Social and Behavioral Sciences*, 176, 412-418.
- 4. Kurilovas, E., Kubilinskiene, S., & Dagiene, V. (2014). Web 3.0 – Based personalisation of learning objects in virtual learning environments. *Computers in Human Behavior*. 30, 654-662.

ПОНЯТТЯ ПРОЕКТИВНОЇ МАТРИЦІ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ У ПРОСТОРОВИХ ПЕРЕТВОРЕННЯХ

Проекційна матриця призначена для проектування всіх вершин на площину екрану. Вершини вже були приведені спочатку в світову, а потім в видову системи координат. Роль цієї матриці не менш важлива, ніж роль світової і видової матриць, адже екран – це площина, а всі вершини вихідної моделі задаються в 3-х мірному просторі.

Широке поширення отримали два види проекцій: перспективна і ортогональна.

Ці проекції відрізняються ходом променів з вершин. У разі перспективної проекції, усі промені сходяться на початку координат, а при ортогональній проекції йдуть в нескінченність, ніколи не перетинаючись.

В основі програм афінних перетворень просторових об'єктів, а також їх проектування на картинну площину лежить апарат однорідних координат. При цьому всі необхідні для побудови проекції і встановлення потрібного ракурсу перетворення координат описуються матрицями розміром 4×4 і представляються у вигляді суперпозиції деяких основних перетворень: перенесення точки в просторі на фіксований вектор, повороту навколо зазначеної осі на заданий кут, масштабування вздовж будь-якої осі, зсуву, перспективи та проектування на одну з головних координатних площин.

Розглянемо деяку декартову систему координат. Будь-яка точка простору представляється в ній вектор-матрицею виду (x, y, z) . Будемо користуватися однорідними координатами точки в просторі $(x, y, z, 1)$.

У якості картинної площини виберемо площину XZ , описувану рівнянням $Y = 0$. Проекція точки об'єкта на цю площину виходить у результаті множення $(x \ y \ z \ 1) \times A$, де

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

яка задає перетворення проектування на площину XZ.

Поворот навколо заданої осі (X, Y і Z відповідно) на зазначений кут описуються наступними матрицями:

$$R_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b & a & 0 \\ 0 & -a & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_y(\alpha) = \begin{bmatrix} b & 0 & -a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_z(\alpha) = \begin{bmatrix} b & a & 0 & 0 \\ -a & b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

де $a = \sin \alpha$, $b = \cos \alpha$. Позитивним вважається поворот в напрямку проти годинникової стрілки, якщо дивитися з кінця осі, навколо якої обертається об'єкт.

Рух полягає в тому, що одна з координат точки (залежна координата) змінюється на величину, пропорційну одній з двох, що залишилися координат (координата руху). Нехай залежною координатою буде координата X, а координатою руху – координата Y, тоді матриця зсуву буде мати вигляд:

$$SH = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ F & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

де F – коефіцієнт перенесення. Проекцію точок об'єкта на площину XZ з центру проекції C можна отримати за допомогою перетворення центрального проектування. Її матриця:

$$P(H) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/H \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Тут центр проекції лежить на осі Y і має Y-координату, що дорівнює H, де $H > 0$.

За допомогою основних перетворень координат можна отримати практично довільні плоскі геометричні проєкції.

Пряме матричне перетворення виносить координати з деякого простору. Щоб навпаки їх внести в нього, треба матричне перетворення інвертувати, тому видове перетворення описується зворотною матрицею.

Як же отримати цю зворотну матрицю?

Для початку отримаємо пряму матрицю спостерігача. Спостерігач описується координатою, в якій він знаходиться, і векторами напрямку огляду. Спостерігач завжди дивиться в напрямку своєї локальної осі Z . Спостерігач може переміщатися по сцені і здійснювати повороти. Багато в чому він нагадує сенс модельної матриці. За великим рахунком так воно і є. Однак для спостерігача операція масштабування безглузда, тому між модельною матрицею спостерігача і модельною матрицею тривимірного об'єкту можна ставити знак рівності.

Модельна матриця спостерігача і є шукана пряма матриця. Інвертувавши цю матрицю, ми отримуємо видову матрицю. На практиці це означає, що всі вершини в глобальних однорідних координатах отримають нові однорідні координати щодо спостерігача. Відповідно, якщо спостерігач бачив певну вершину, то значення однорідної координати z даної вершини у видовому просторі точно буде додатнім числом. Якщо вершина перебувала за спостерігачем, то значення однорідної координати z в видовому просторі точно буде від'ємним числом

Література

- [1] – Файловий архів студентів StudFiles. Електронний ресурс: <https://studfiles.net>
- [2] – Портал новин HABR. Електронний ресурс: <https://m.habr.com>
- [3] – Навчальний посібник для OpenGL 3.3 та пізніших версій opengl-tutorial. Електронний ресурс: www.opengl-tutorial.org
- [4] – Наукове товариство GraphiCon. Електронний ресурс: <https://graphicon.ru>

ЗАСОБИ ПІДТРИМКИ НАВЧАННЯ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ІНФОРМАТИКИ ОСНОВ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Метою викладання навчальної дисципліни «Комп'ютерне моделювання» студентам-майбутнім учителям інформатики є формування у них широкого світогляду з питань моделювання, ознайомлення з загальнонауковими підходами до моделювання та придбання вмінь самостійного створення та застосування комп'ютерних моделей. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти за результатами вивчення мають засвоїти широке коло понять, серед яких поняття комп'ютерної моделі, зв'язок та різниця між моделлю та реальним об'єктом, процесом або явищем; види комп'ютерних моделей; методи та засоби розробки комп'ютерних моделей різних видів; напрями та особливості використання комп'ютерного моделювання у навчальному процесі тощо [1]. Суттєво допомогти студентам у опануванні змістом навчального матеріалу з основ комп'ютерного моделювання може використання термінологічних словників.

Термінологічний словник – це словник, в якому зібрані, систематизовані терміни, вживані у певній галузі науки, розтлумачено їх значення, названо походження [2]. Із розвитком новітніх інформаційно-комунікаційних технологій особливо актуальним є використання електронних термінологічних словників. Такі словники, за думкою фахівців, дозволяють уникнути певних недоліків «паперової» лексикографії і тим самим підносять її на більш якісний та досконалий рівень [3]. Так, наприклад, на відміну від друкованих словників, збільшення обсягу словника не погіршує зручність користування, а можливість швидкого

оновлення дозволяє оперативно передавати сучасну лексику, яка постійно змінюється та народжує нові терміни та поняття.

З огляду на вищевикладене нами розроблено електронний термінологічний словник з основ комп'ютерного моделювання на платформі для створення електронних книг з ілюстраціями OurBoox. Дана платформа була обрана, через те що має суттєві переваги, порівняно з іншими сервісами. Так, платформа є безкоштовною, вельми проста та зручна у використанні. Платформа OurBoox дозволяє поєднувати текст, відео, аудіо, посилання, головоломки та інше, користувачі можуть ставити оцінки, коментарі та залишати відгуки про книги. Розроблена книга публікується в електронній бібліотеці у вільному доступі. Автори мають можливість поділитися книгою, відслідковувати кількість читачів тощо. Інтерфейс читача дозволяє зручно переглядати та читати книги: сторінки можна гортати з допомогою кнопок управління або використовувати мишу для віртуального гортання книги.

Розроблений термінологічний словник містить 80 термінів з комп'ютерного моделювання, тлумачення яких виконано як українською, так і англійською мовами та може бути використаний викладачами та студентами при підготовці до лекційних занять, при вивченні теоретичного матеріалу до практичних та лабораторних робіт, у самостійній роботі.

***Анотація.** У статті викладено особливості та переваги використання електронних термінологічних словників. Створено англо-український термінологічний словник з основ комп'ютерного моделювання, призначений для підтримки навчання майбутніми вчителями інформатики.*

***Ключові слова:** комп'ютерне моделювання, комп'ютерна модель, термінологічний словник.*

Література

[1] – Пономарьова Н. О., Олефіренко Н. В. Основи комп'ютерного моделювання в економіці. Навчальний посібник для студентів закладів вищої педагогічної освіти (Спеціальність 014 Середня освіта (інформатика). Харків: ХНПУ імені Г.С. Сковороди, 2019. 42 с.

[2] – Термінологічний словник [Інтернет ресурс] Режим доступу до ресурсу: <https://studfiles.net/preview/5128080/page:28/>.

[3] – Переваги електронних словників [Інтернет ресурс] Режим доступу до ресурсу: <https://www.kazedu.kz/referat/154396/1>.

ПРИКЛАД СКЛАДАННЯ МІЖГАЛУЗЕВОГО БАЛАНСУ ВИРОБНИЦТВА З ВИКОРИСТАННЯМ МАТРИЧНОЇ АЛГЕБРИ

В сучасних економічних умовах України роботодавці оцінюють якість вищої освіти щодо того, як випускники вузів використовують у практичній діяльності знання, навички та вміння, набуті в період навчання. Тому метою сучасної математичної підготовки студентів технічних спеціальностей є модернізація навчального процесу, яка полягає у поєднанні викладання фундаментальних положень вищої математики з їх практичним застосуванням. У пропонованій роботі ми розглянули приклади складання міжгалузевого балансу виробництва з використанням матричної алгебри.

Постановка проблеми. Складання міжгалузевого балансу виробництва при одній технології виробництва. Припустимо, що матеріальне виробництво поділяється на n галузей; позначимо через $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ плановий обсяг продукції, виробленої в одиницю часу (наприклад, за рік) у натуральному вираженні.

Продукція i -ї галузі, яка не використовується на поточне виробниче споживання, називається кінцевим продуктом i -ї галузі і позначається q_i . Тоді можна записати n балансових рівнянь:

[illegible]

Виробництво певної кількості даного продукту при існуючому рівні техніки вимагає витрачання різних предметів праці. Технологічні коефіцієнти виробництва

$$a_{ij} = \frac{q_{ij}}{Q_j} (i, j = 1, 2, \dots, n), \quad (2)$$

утворюють матрицю техніки виробництва:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Матриця A визначає технічні умови виробництва продукції в плановому періоді, тому вона називається матрицею техніки виробництва.

Тоді балансові рівняння (1) можна записати у матричній формі:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \dots \\ Q_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \dots \\ q_n \end{bmatrix}, \quad (4)$$

і матричне рівняння набуває вигляду:

$$Q = AQ + q, \text{ або } Q - AQ = q,$$

звідки

$$(I - A)Q = q.$$

Помножимо отримане рівняння на $(I - A)^{-1}$ зліва, маємо:

$$(I - A)^{-1}(I - A)Q = (I - A)^{-1}q,$$

тоді

$$Q = (I - A)^{-1}q. \quad (5)$$

Потреби суспільства задовольняє кінцевий суспільний продукт (сума кінцевих продуктів галузей), у зв'язку з цим планування матеріального виробництва починається з визначення розмірів і структури кінцевого суспільного продукту. Рішення (5) матричного рівняння (4) дозволяє визначити плановий обсяг виробництва окремих продуктів таким чином,

щоб отримати необхідні кількості кінцевих продуктів, призначених для споживання, запаси і т.п. Вираз (5) дозволяє швидко розробити різні варіанти плану матеріального виробництва у відповідності з варіантами заданого кінцевого суспільного продукту.

Висновки. Розглянута задача продемонструвала, що матрична алгебра широко використовується в економічних дослідженнях, таких як складання балансів виробництва та валової продукції і дає можливість інтерпретації отриманих результатів і вироблення стратегії в даній економічній ситуації. Такий акцент у навчанні математики значно підвищить мотивацію вивчення цієї дисципліни.

Література

- [1] – Бугір М.К. Математика для економістів / М. К. Бугір. – Київ. : Академія, 2003.
- [2] – Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономистов / Н. Ш. Кремер. – М. : Юнити, 2002.
- [3] – Самуэльсон П. Экономика / П. Самуэльсон [пер. с англ.]. – М. : НПО Алгон, 1992.

Горбачова О., аспірант

Губін А., аспірант

Лебединський А., аспірант

Науковий керівник – д. пед. н., доцент Ярхо Т. О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ПРО АДЕКВАТНІСТЬ НОРМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ЙМОВІРНОСТЕЙ ЯК МОДЕЛІ РЕАЛЬНИХ ТЕХНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ: ОГЛЯД

Нормальний розподіл (закон Гаусса), щільність ймовірності якого має вигляд

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$
$$x \in (-\infty, \infty), a \in (-\infty, \infty), \sigma > 0,$$

є тим, що найбільш часто використовується як статистична модель при описі реальних технічних процесів і явищ. Довгий час його важливість

переоцінювалася внаслідок невірної уявлення про те, що він є основним розподілом у природі [1, с. 91].

Теоретичне обґрунтування ролі нормального розподілу ймовірностей полягає в одному з найбільш вагомих результатів математичної статистики – групі теорем, об’єднаних назвою «Центральна гранична теорема». Серед цих теорем найважливіше місце належить теоремі Ляпунова [2, с. 148; 3, с. 231; 4, с. 181], яка стверджує необмежене наближення (при $n \rightarrow \infty$) до нормального закону розподілу ймовірностей суми Y_n n незалежних випадкових величин X_i :

$$Y_n = \sum_{i=1}^n X_i \quad (2)$$

у випадку, коли існують математичні сподівання $M(X_i) = a_i (i = \overline{1, n})$, дисперсії $D(X_i) = \sigma_i^2 (i = \overline{1, n})$, а також абсолютні центральні моменти третього порядку $M(|X_i - a_i|^3) = \mu_i (i = \overline{1, n})$, за умови

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i}{(\sum_{i=1}^n \sigma_i^2)^{3/2}} = 0. \quad (3)$$

Математичне сподівання граничного нормального розподілу дорівнює $\sum_{i=1}^n a_i$, дисперсія: $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2$.

Зокрема, має місце необмежене наближення до нормального закону (при $n \rightarrow \infty$) розподілу ймовірностей суми однаково розподілених випадкових величин.

Смисл умови (3) полягає в тому, що в сумі (2) не мають бути доданки, вплив яких на розсіяння Y_n занадто великий, у порівнянні з впливом інших доданків X_i . Також в сумі (2) не має бути великої кількості випадкових доданків, вплив яких на розсіяння Y_n занадто малий, у порівнянні із сумарним впливом усіх інших [3, с. 232].

У природничо-наукових та технічних застосування виконання умови (3) відносно випадкової величини Y_n , що досліджується, забезпечує можливість її представлення у вигляді суми достатньо великої кількості

незалежних доданків, жоден з яких не характеризується виключно великою, у порівнянні з іншими, дисперсією [4, с. 183; 5, с. 88]. Отже, коли випадкова величина являє собою загальний результат великої кількості незалежних «невеликих» дій, то згідно із центральною граничною теоремою, можна очікувати, що вона буде мати нормальний закон розподілу. Статистичні дослідження підтверджують наближену нормальність розподілів ймовірностей у широкому класі таких випадків [6, с. 198].

Наведемо приклади.

У багатьох практичних ситуаціях погрішності вимірів розподіляються за законом, близьким до нормального. Як правило, погрішність виміру Y_n може бути представленою у вигляді суми великої кількості малих погрішностей X_i ($Y_n = \sum_{i=1}^n X_i$), кожен з яких обумовлено дією однієї, окремої, не залежної від інших причини (наприклад, вібрацією пристрою, температурними змінами тощо) [7, с. 168].

Інший приклад. При стійкій роботі верстатів, однорідності матеріалу, що обробляється, варіювання якості продукції приймає форму нормального закону розподілу в силу того, що виробнича погрішність Y_n являє собою результат сумарних дій великої кількості незалежних випадкових величин X_i (погрішностей верстату, інструменту, робітника та інших), кожна з яких окремо мало впливає на результат.

Таким чином, теорема Ляпунова дозволяє обґрунтувати адекватність нормального розподілу ймовірностей як моделі досить широкого класу реальних технічних процесів. В той же час, математики нагадують про необхідність дотримання певної обережності в застосування моделі нормального закону. Так, у [3, с. 236] звернено увагу на залежність швидкості збіжності до нормального розподілу суми (2) від типу розподілу її доданків. Відомо, що при підсумуванні рівномірно розподілених випадкових величин вже при 6 – 10 доданках можна добитися достатньої близькості до нормального закону. В той же час, для досягнення тієї ж близькості при

підсумуванні χ^2 – розподілених випадкових величин знадобиться більше 100 доданків.

У деяких дослідженнях випадкова величина, що розглядається, є розподіленою асиметрично. Проте, певна функція від неї (наприклад, $\lg x$, x^2 , x^3 тощо) наближено має нормальний розподіл. Зазначені функціональні перетворення часто виявляються корисними для статистичної теорії й практики [6, с. 199].

На заключення приведемо зауваження, цитоване відомим фахівцем у галузі математичної статистики, шведським математиком Гаральдом Крамером [8, с. 258] із посиланням на працю Анрі Пуанкаре 1912 р. «Кожен упевнений у справедливості нормального закону розподілу: експериментатори – тому, що вони думають, що це математична теорема, математики – тому, що вони думають, що це експериментальний факт». Ми згодні з точкою зору Г. Крамера: обидві сторони праві, якщо їхнє переконання не є занадто безумовним. Адже математичне доведення показує, що ми маємо чекати нормального розподілу лише при певних обмеженнях. Статистичний досвід демонструє, що насправді розподіл часто виявляється наближено нормальним.

Література

- [1] – Хан Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г. Хан, С. Шапиро. – М.: «Мир», 1969. – 395 с.
- [2] – Севастьянов Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики / Б. А. Севастьянов. – М.: «Наука», 1982. – 255 с.
- [3] – Кремер Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для студентов вузов / Н. Ш. Кремер. – 3-е изд. перероб. и доп. – М.: ЮНИТИ – ДАНА, 2010. – 551 с.
- [4] – Коваленко И. Н. Теория вероятностей: учебник / И. Н. Коваленко, Б. В. Гнеденко. – Киев: Вища школа, 1990. – 328 с.
- [5] – Длин А. М. Математическая статистика в технике / А. М. Длин. – М.: «Советская наука», 1958. – 466 с.
- [6] – Смирнов Н. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений / Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. – М.: «Наука», 1969. – 511 с.
- [7] – Венцель Е. С. Теория вероятностей и её инженерные приложения / Е. С. Венцель, Л. А. Овчаров. – М.: «Наука», 1988. – 354 с.
- [8] – Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер. – М.: «Мир», 1975. – 648 с.

Загоруйко М. В. (студ., 3 курс)
Хмельницький національний університет
Наукові керівники – доц. Л. В. Боровик
Національна академія Державної прикордонної служби України,
доц. О. Ю. Рудик
Хмельницький національний університет

ВИКОРИСТАННЯ CAD/CAE – СИСТЕМ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ СПЕЦІАЛІСТІВ

Сучасні системи автоматизації інженерних розрахунків (CAE-системи) застосовуються разом з CAD-системами (створення креслень і технічної документації для них); у цьому випадку виходять гібридні CAD/CAE-системи – програмні продукти, які дозволяють за допомогою розрахункових методів (метод скінченних елементів, різниць або об'ємів) оцінити, як поведеться комп'ютерна модель виробу в реальних умовах експлуатації. Ці системи автоматизованого проектування не тільки скорочують термін впровадження нових виробів, а й суттєво впливають на технологію виробництва, дозволяючи підвищити якість і надійність розроблюваної продукції [1].

Універсальної конфігурації графічної робочої станції для оптимальної роботи з CAD/CAE-додатками не існує. У зв'язку з різною складністю програмних продуктів, яких на ринку предосить, конфігурації можуть варіюватися дуже сильно – їх необхідно підбирати індивідуально (під завдання). Один з оптимальних різновидів для вищого навчального закладу – SolidWorks (повнофункціональна система автоматизованого проектування, яка базується на параметричній об'єктно-орієнтованій методології, що дозволяє отримати 3D-модель з 2D-ескізу, використовуючи прості й ефективні інструменти). Одним з CAE-додатків SolidWorks є SolidWorks Simulation, який дозволяє проводити: розрахунки на міцність деталей і збірок, критичних сил і форм втрати стійкості, складань з використанням контактних елементів; лінійний статичний, частотний, тепловий, спільний термостатичний аналізи; визначення власних форм і частот; нелінійні

розрахунки; оптимізацію конструкції [2].

Використання SolidWorks для підготовки спеціалістів розглянемо на прикладі розрахунку стенду для ремонту двигунів (рис. 1). На ньому закріплюється силовий агрегат після виймання з моторного відсіку автомобіля, що спрощує процес його очищення, огляду, розбирання, дефектування й проведення ремонту. Також на стенді проводиться подальше складання силової установки й транспортування у випадку такої необхідності.

Для прикладу, проведемо статичний розрахунок поворотної балки (позиція 1 на рис. 1) стенду. При цьому ускладнимо розрахунки: визначимо, яке максимальне навантаження витримає поворотна балка у випадку порушення техніки безпеки при експлуатації стенду (встановлення двигуна з перекосом на один з кінців поворотної балки) при запланованому коефіцієнті запасу міцності $n = 2$.

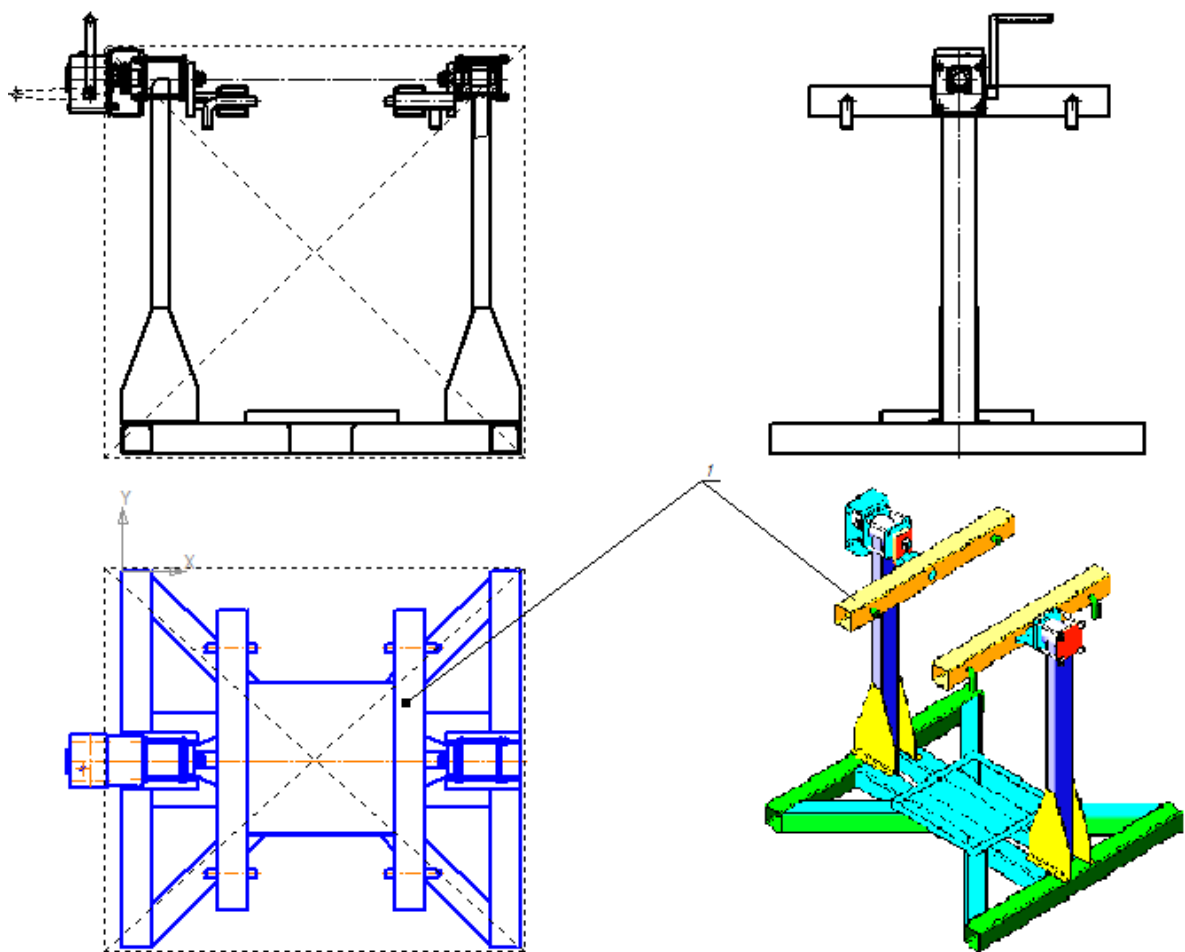


Рисунок 1 – Стенд для ремонту двигунів

Процес проведення статичного аналізу починається зі створення у SolidWorks геометричної моделі поворотної балки. Наступний етап – вибір з бібліотеки SolidWorks Simulation матеріалу, який заплановано для її виготовлення – сталі Ст.3 ГОСТ 535-88. Після цього проводиться закріплення моделі та прикладення до неї навантаження (рис. 2, а, б). Відтак відбувається поділ моделі на елементи, з'єднані у спільних вузлах: програма аналізу скінченних елементів розглядає модель як сітку й прогнозує її поведінку за допомогою зіставлення інформації, одержаної від усіх елементів, з яких складається модель (рис. 2, в).

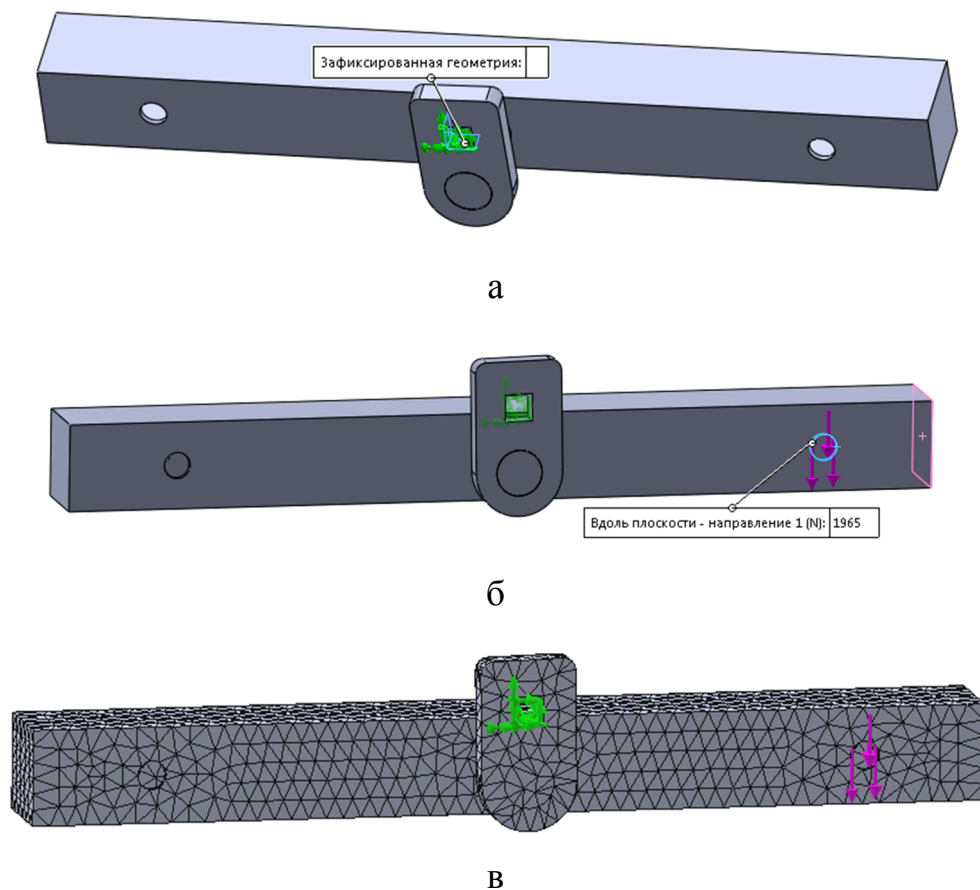


Рисунок 2 – Робота з 3D-моделлю поворотної балки в SolidWorks Simulation:
а) закріплення, б) прикладення навантаження, в) розбиття на скінченні елементи

Результатом статичного аналізу є поля напружень, переміщень, деформації, запасу міцності, граничні значення яких відображено у табл. 1.

Таблиця 1 – Результати досліджень поворотної балки

Ім'я	Тип	Мін.	Макс.
Напруження	VON: Напруження Von Mises	1.603e+04 N/m ² Вузол: 8831	8.761e+07 N/m ² Вузол: 14704
Переміщення	URES: Результуюче переміщення	0.000e+00 mm Вузол: 14931	1.105e+00 mm Вузол: 1525
Деформація	ESTRN: Еквівалентна деформація	7.432e-08 Елемент: 6372	3.004e-04 Елемент: 7470
Запас міцності	Авто	2.000e+00 Вузол: 13750	1.403e+04 Вузол: 8831

Згідно рис. 2, б, при запланованому коефіцієнті запасу міцності $n = 2$ (див. табл. 1) поворотна балка витримає навантаження у 1965 Н. Це регламентує вагу двигунів, які планується знімати з автомобіля.

Отже, можливості сучасних комп'ютерів забезпечують за допомогою CAD/CAE-систем моделювання різноманітних процесів й отримання прийняттого результату без трудомістких натурних експериментів.

Анотація. У CAD/CAE-системі SolidWorks Simulation визначена максимальна вага двигуна, який можна ремонтувати на стенді.

Ключові слова: стенд, балка, SolidWorks Simulation, максимальне навантаження, міцність.

Література

- [1] – Рудик О.Ю. Викладання технічних дисциплін у військових навчальних закладах з використанням CAE/CAD систем [Електронний ресурс] / О.Ю. Рудик, І.В. Янковський // Режим доступу: <http://acup.poltava.ua/wp-content/uploads/2015/11/ЗБІРНИК.pdf>
- [2] – Боровик Л. В. Педагогічне забезпечення впровадження CAD/CAE – технологій у навчальний процес / Л. В. Боровик, О. Ю. Рудик, Р. В. Поліщук // Інформатика, інформаційні системи та технології: тези доповідей п'ятнадцятої всеукраїнської конференції студентів і молодих науковців ОНУ, 27 квітня 2018 р. – Одеса, 2018. – С. 27-29.

ПРО ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ МОДЕЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ У ВИГЛЯДІ МНОГОЧЛЕНА П'ЯТОГО СТУПЕНЮ НА СТРУКТУРУ СИСТЕМИ

Теорія функцій досі залишається однією з теорій, які розвиваються. Це пов'язано з вивченням особливостей функцій однієї або декількох змінних в теорії переходів нелінійних систем в нові структурні стани. Теорія особливостей диференційованих функцій знайшла застосування у вивченні процесів, що відбуваються в механіці конструкцій (дослідження стійкості конструкцій), аеро- і гідродинаміки (дослідження стійкості режимів) і т. д. При анализе поведения динамической системы обращают внимание на её устойчивость, т.е. на реакцию динамической системы на малое возмущение её состояния. Если сколь угодно малые изменения состояния системы начинают нарастать во времени, система неустойчива. Если же малые возмущения затухают со временем, система устойчива. Решение дифференциального уравнения называется устойчивым, если поведение решений с близким начальным условием «не сильно отличается» от поведения исходного решения.

Об устойчивости системы можно судить по знаку производной правой части дифференциального уравнения вблизи критической точки. Знак производной определяет характер устойчивости системы, при одних значениях параметров система может быть устойчивой, а при других наступает переход от одного режима к другому, например, от устойчивого характера поведения к неустойчивому.

Перехід системи в нові стани визначають не тільки початкові умови, але і параметри системи, зміна яких, навіть у вигляді збурень, призводить до перебудови структури системи. [1].

Знання особливостей функції, що моделює поведінку системи, дозволяють описувати, наприклад, перехід системи в інший стан рівноваги

при плавній зміні параметрів. Особливості функції визначаються її критичними точками, точками рівноваги системи. Вплив параметрів функції, що моделює поведінку системи, може істотно позначитися на структурі станів рівноваги прийнятої моделі. [2].

Нехай функція, що моделює поведінку системи, має вигляд

$$f(x) = \frac{x^5}{5} + ax^3 + bx^2, \quad (1)$$

де a, b – параметри системи.

Нас цікавлять точки рівноваги системи, тобто критичні точки заданої диференційованої функції. В цих точках перша похідна функції дорівнює нулю:

$$\frac{df}{dx} = x^4 + 3ax^2 + 2bx;$$

$$\frac{df}{dx} = 0;$$

Критичні точки заданої функції (1) – корені рівняння

$$\begin{aligned} x^4 + 3ax^2 + 2bx &= 0; \\ (x^3 + 3ax + 2b)x &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Корені x_1, x_2, x_3 кубічного рівняння

$$x^3 + 3ax + 2b = 0. \quad (3)$$

обчислюють за формулами:

$$\begin{aligned} x_1 &= A + B, \\ x_2 &= -\frac{A - B}{2} + \frac{A - B}{2}\sqrt{3}i, \\ x_3 &= -\frac{A - B}{2} - \frac{A - B}{2}\sqrt{3}i, \\ A &= \sqrt[3]{-b + \sqrt{D}}, \quad B = \sqrt[3]{-b - \sqrt{D}}, \quad D = a^3 + b^2 \end{aligned}$$

У рівнянні 3-го ступеню

$$x^3 + 3ax + 2b = 0.$$

число дійсних коренів залежить від знака дискримінанта $D = a^3 + b^2$:

коли $D > 0$, рівняння має один дійсний і два комплексних кореня;

коли $D = 0$, рівняння має три дійсні кореня, два з яких однакові;

коли $D < 0$, рівняння має три різних дійсних коренів.

Припустімо $D > 0$ ($a^3 + b^2 > 0$ чи $a^3 > -b^2$), $x_1 = A + B$ -єдиний дійсний корень рівняння (3). У такому випадку знак керуючого параметру b впливає на знак кореня x_1 :

при $b > 0$; $x_1 = A + B < 0$;

при $b < 0$; $x_1 = A + B > 0$.

Припустімо $D = 0$ ($a^3 + b^2 = 0$ или $a^3 = -b^2$), дійсні корені дорівнює:

$$x_1 = 2A ,$$

$$x_2 = x_3 = -A, \quad A = \sqrt[3]{-b} ;$$

при $b > 0$; $x_1 = 2A < 0$; $x_2 = x_3 > 0$;

при $b < 0$; $x_1 = 2A > 0$; $x_2 = x_3 < 0$.

Припустімо $D < 0$ ($a^3 + b^2 < 0$ или $a^3 < -b^2$), комплексный вид коренів рівняння може бути переведено у дійсну форму:

$$x_1 = 2\sqrt{-a} \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right),$$

$$x_{2,3} = 2\sqrt{-a} \cos\left(\frac{\varphi}{3} \mp \frac{2\pi}{3}\right),$$

де $\varphi = \varphi(a, b)$.

Дійсні корені рівняння (2) є критичними точками системи. Кожен з коренів кубічного многочлена визначено значеннями керуючих параметрів системи – a , b . Таким чином, в залежності від значень керуючих параметрів a , b число критичних точок змінюється від двох до чотирьох. Зміна значень параметрів a , b призводить до перебудови спектру станів системи: система змінює число точок рівноваги (рис. 1).

З рис. 1 видно, що в залежності від знаку параметра $(A+B)$ змінюється «статус» кореня $x = 0$ рівняння (2): коли $(A+B) < 0$ корінь $x = 0$ є точкою стійкої рівноваги (точка 2 на рис.1а) модельної функції $f(x)$, коли $(A+B) > 0$ корінь $x = 0$ перетворюється у точку нестійкої рівноваги (точка 2 на рис.1б) функції $f(x)$. Знак дискримінанта $D = a^3 + b^2$ суттєво впливає на спектр критичних точок функції $f(x)$. При $D > 0$ модельна функція має дві критичні точки (точки 1 і 2 на рис.1), точка 2 – точка стійкої рівноваги. При $D < 0$ з'являються ще дві критичні точки (точки 3 і 4 на рис.1), точка 4 – точка стійкої рівноваги функції $f(x)$.

Таким чином, зміна знака дискримінанта D призводить до перебудови спектру критичних точок модельної функції $f(x)$. Співвідношення керуючих параметрів a, b при $b < 0$ визначає знак дискримінанта D .

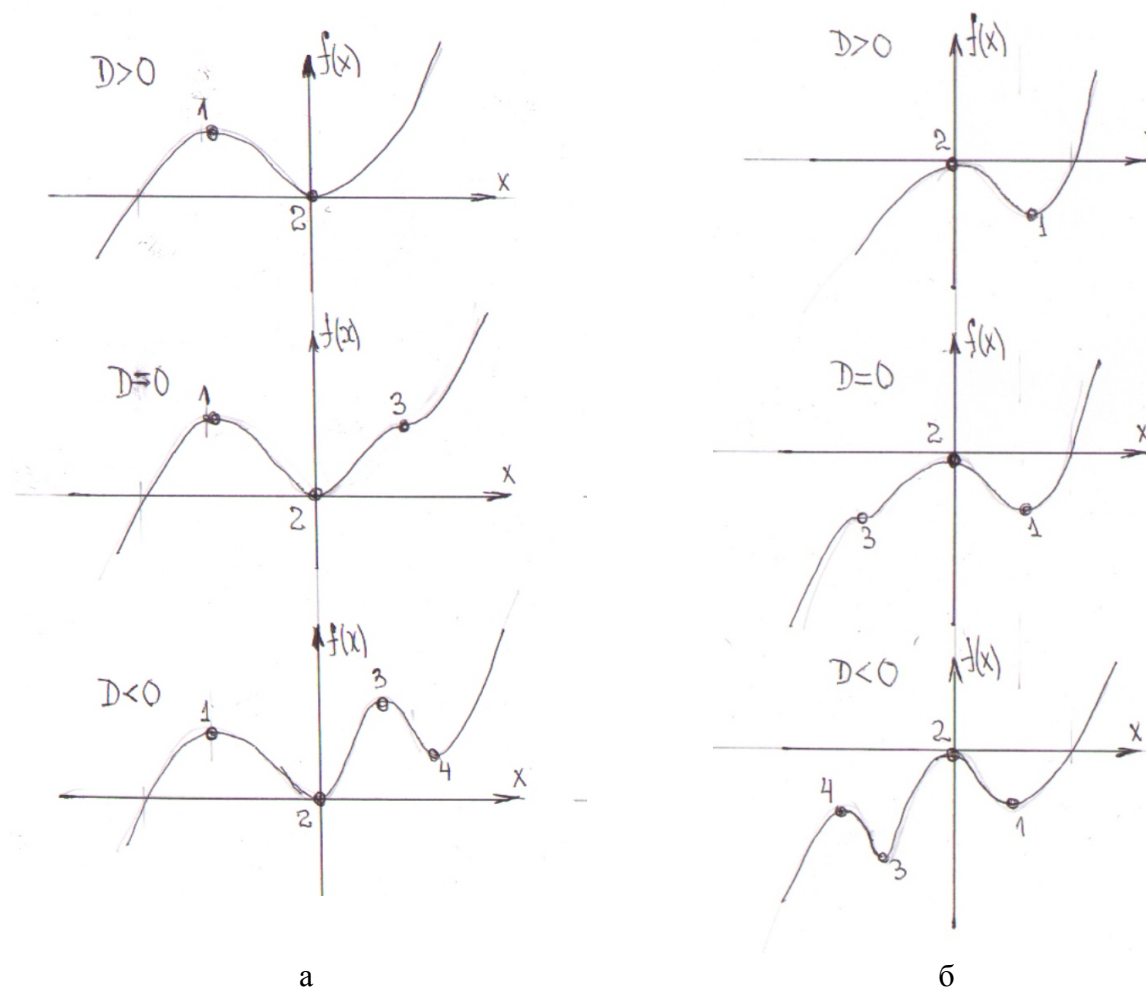


Рисунок 1- Графики модельной функции $f(x)$ в зависимости от знака дискриминанта $D = a^3 + b^2$: а – параметр $(A+B) < 0$; б – параметр $(A+B) > 0$

Моделювання складної системи пов'язане з дослідженням диференціальних рівнянь, права частина яких, модельна функція, визначає ймовірну поведінку системи в залежності від керуючих параметрів модельної функції.

Література

[1] – Неделько Н.С. Использование теории катастроф к анализу поведения экономических систем / Н.С. Неделько // Вестник МГТУ. – Том 13. – № 1. – 2010. – С.223-227.

[2] – Бекман И.Н. Катастрофы. Курс лекций /И.Н. Бекман // Режим доступа: <http://beckuniver.ucoz.ru/Katastrofy/Katastrofy.htm>

Купаєва С. С. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Бобрицька Г. С.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ФОРМАЛІЗАЦІЯ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА МАТЕМАТИЧНИМИ МЕТОДАМИ

Дедукція (від лат. *Deductio*-виведення) в широкому розумінні являє собою форму мислення, яка полягає в тому, що нова пропозиція (а точніше, виражена в ньому думка) виводиться суто логічним шляхом, т. е. за певними правилами логічного висновку (проходження) з деяких відомих пропозицій (думок).

Дедуктивне міркування (умовивід) відрізняється від індуктивного або міркування за аналогією достовірності висновків, т. е. в дедуктивному міркуванні висновок істинно, принаймні коли істинні всі посилки. На відміну від індукції (неповної) і аналогії в дедуктивному міркуванні не можна отримати неправдивий висновок з істинних посилок. Саме тому дедуктивні міркування використовуються в математичних доказах (доказах математичних пропозицій).

Широке застосування дедукції в математиці обумовлено аксіоматичним методом побудови математичних теорій.

Аксіоматичний метод по суті являє собою своєрідний метод встановлення істинності пропозицій математичної теорії, що складається в

наступному: деякі пропозиції, які виражають основні властивості початкових понять або відносини між ними, приймаються за істинні. Це вихідні пропозиції, або аксіоми теорії. Істинність же інших пропозицій, теорем цієї теорії, встановлюється за допомогою дедуктивних доказів, тобто вся решта пропозицій теорії логічно виводяться з попередніх, з аксіом, визначень і раніше доведених теорем. Ось чому математику і називають «дедуктивною» наукою (в ній все виводиться, «дедукується» з деяких вихідних фактів, виражених в аксіомах).

Під навчанням доведення ми розуміємо навчання розумовим процесам пошуку і побудови доведення, а не відтворення і заучування готових доведень. Вчити доводити означає перш за все вчити міркувати, а це одна з основних задач навчання взагалі. Що ж стосується значущості цього завдання для засвоєння математичних знань, то вона співмірна значущості доказу в самій математиці.

Навчання пошуку і побудові доведень направляється трьома основними питаннями: «Що?», «Звідки?», «Як?»

а) А що? – що доводиться? Який об'єкт доведення? Яким чином формулюється? Чи все зрозуміло в цьому формулюванні? Чи не можна інакше формулювати доказувану пропозицією? Що «дано»? Що «потрібно довести»? Це далеко не повний перелік питань, які можна об'єднати в одному питанні «Що?».

б) Звідки? – звідки, з яких посилок можна вивести результат доведення? З яких вже відомих істинних положень даної області (аксіом, визначень, раніше доведених теорем) можна було б «вивести» це твердження?

в) Як? – як твердження, що доводиться, виводиться з раніше відомих тверджень (аксіом, визначень, теорем)?

Це питання знаходить в масовій практиці навчання просту відповідь: «За допомогою міркування». Можна припускати (і деякі експерименти підтверджують), що з питання про те, як ми розмірковуємо, можна піднятися

в навчанні на більш високий рівень, можна досягти деякого прогресу в розумінні того, що таке доведення, в уточненні цього поняття.

Поєднуючи метод повторення з методом навчання пошуку доказів ми навчимо їх доводити. Сам же пошук доказів, як і всякий пошук, вимагає творчого мислення і розвиває його. В процесі навчання (дослідним шляхом або за допомогою евристичних методів) відкриваємо, що за умови A має місце деяка властивість B . В такому разі потрібно буде довести теорему, що має вигляд імплікації $A \rightarrow B$, де A – умова, а B – висновок теореми.

Після доведення теореми $A \rightarrow B$ вивчений фрагмент теорії, наприклад геометрії, розширюється, включаючи і цю пропозицію, яке в подальшому вже може використовуватися в якості однієї з посилок при доказі інших, нових теорем.

При описі реальних ситуацій, як правило, отримують не одну пропозицію, а сукупність пропозицій, яка згодом досліджується з метою логічного впорядкування, перетворення в «маленьку» теорію, приєднувану до вже вивченого (побудованому) фрагменту «великий» теорії. Висувається в методичній літературі теза навчання «збільшеними блоками» стосовно дедуктивно побудованому фрагменту навчального матеріалу по суті означає просування в теорію не поодинокими пропозиціями, а маленькими теоріями, що описують певні ситуації, фігури .

Математика – це наука про дедуктивне мислення в рамках формалізованого середовища. Дедукція забезпечує рух від загального до більш конкретного: від аксіом до теорем, а формалізм породжує зрозумілий для всіх спосіб опису понять. Ось це і є математика! Не алгебри, геометрії чи абелеведетрії формують сутність математики, а саме дедукція + формалізм. Наприклад, якщо ми говоримо про математику в програмуванні, то вона корисна тут перш за все тим, що дає можливість застосовувати дедукцію й формалізм. А ці дві речі є необхідними для будь-якого проекту, незалежно від математизованості його предметної області. Бо без дедукції й формалізму неможливо будувати архітектуру програмного забезпечення, та й взагалі

будь-який системний розвиток цього програмного забезпечення без цих двох речей не є можливим. Адже дедукція в розробці програмного забезпечення являє собою шлях від створення приблизних абстракцій до їх поступового уточнення і нарешті реалізації, а це фундамент розробки. Формалізм же в розробці потрібен, щоб ці абстракції і їхні реалізації були описані якимось загальноприйнятим способом, інакше вони не будуть зрозумілими для тих суб'єктів, які з ними потім працюватимуть.

Левченко Д. В., аспірант,
Пономарьов В. В., аспірант,
Чепусенко Є. О., аспірант
Науковий керівник – д. пед. н., доц. Ярхо Т. О.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ПРО ПРЯМИЙ МЕТОД ЛЯПУНОВА В ТЕОРІЇ СТІЙКОСТІ РУХУ

Задачі, пов'язані із стійкістю, вперше виникли при вивченні стану рівноваги механічних систем. Класичним прикладом є рух маятника: в нижньому його положенні рівновага є стійкою до невеликих збурень, у верхньому положенні – нестійкою. У загальному випадку, на відміну від наведеного прикладу, далеко не завжди буває очевидним, за якими умовами рівновага механічної системи буде стійкою [1, с. 6].

У 1644 р. італійський фізик і математик Е. Торрічеллі сформулював критерій стійкості рівноваги системи тіл, що знаходяться під дією сили ваги. Із ходом часу, в середині XIX століття, в процесі розвитку науки й техніки, виникли задачі про стійкість не тільки положень рівноваги, але й руху системи в цілому [2, с. 9].

Відомо, що різного роду динамічні об'єкти можуть бути описаними в термінах систем диференціальних рівнянь. Тому в математичній теорії стійкості досліджуються системи звичайних диференціальних рівнянь.

У 1892 р. вийшла з друку фундаментальна робота видатного математика О. М. Ляпунова «Загальна задача про стійкість руху». В цій роботі вчений надав строге означення поняттю стійкості руху, яке зараз є

загальноприйнятим, та запропонував два основних методи дослідження стійкості руху [2, с. 11].

Перший метод Ляпунова являє собою сукупність прийомів та засобів дослідження стійкості розв'язків систем диференціальних рівнянь, які безпосередньо ґрунтуються на аналізі цих розв'язків, а також використовують їхні певні характеристики [3, с. 115].

Другий (прямий) метод Ляпунова являє собою сукупність прийомів та засобів дослідження стійкості розв'язків системи диференціальних рівнянь за допомогою спеціальних функцій Ляпунова. Прямий метод не передбачає знання розв'язків системи диференціальних рівнянь для свого застосування. Ця обставина обумовила універсальність та ефективність прямого методу Ляпунова [3, с. 77].

Обсудимо суть проблеми. Нехай певний рух описується системою диференціальних рівнянь

$$\frac{dy_i}{dt} = \Phi_i(t, y_1, y_2, \dots, y_n) (i = \overline{1, n}) \quad (1)$$

з початковими умовами

$$y_i(t_0) = y_{i0} (i = \overline{1, n}). \quad (2)$$

Розв'язок $\varphi_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$) системи (1) називається *стійким за Ляпуновим*, якщо для довільного $\varepsilon > 0$ можна знайти $\delta(\varepsilon) > 0$ таке, що для всякого розв'язку $y_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$) тієї ж системи, початкові значення якого задовольняють нерівностям

$$|y_i(t_0) - \varphi_i(t_0)| < \delta(\varepsilon) (i = \overline{1, n}), \quad (3)$$

для всіх $t \geq t_0$ справедливо

$$|y_i(t) - \varphi_i(t)| < \varepsilon (i = \overline{1, n}). \quad (4)$$

Смисл наведеного означення полягає в тому, що близькі за початковими значеннями розв'язки системи (1) залишаються близькими для всіх $t \geq t_0$.

Якщо розв'язок $\varphi_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$) є не тільки стійким, але й додатково задовольняє умову

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_i(t) - \varphi_i(t)| = 0 \quad (5)$$

при $|y_i(t_0) - \varphi_i(t_0)| < \delta_1$ ($\delta_1 > 0$), то розв'язок $\varphi_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$) називається *асимптотично стійким* [4, с. 204].

Дослідження на стійкість певного розв'язку $y_i = \bar{y}_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$) системи диференціальних рівнянь (1) може бути зведеним до дослідження на стійкість тривіального розв'язку $x_i \equiv 0$ ($i = \overline{1, n}$) системи (6):

$$\frac{dx_i}{dt} = -\frac{d\bar{y}_i}{dt} + \Phi_i(t, x_1 + \bar{y}_1(t), \dots, x_n + \bar{y}_n(t)) \quad (i = \overline{1, n}), \quad (6)$$

що одержується в результаті перетворення системи (1) до нових змінних

$$x_i = y_i - \bar{y}_i(t) \quad (i = \overline{1, n}). \quad (7)$$

Тому, без обмеження загальності, можна вважати, що на стійкість досліджується тривіальний розв'язок $x_i \equiv 0$ ($i = \overline{1, n}$) (точка спокою системи, розташована в початку координат).

Позначаючи праві частини (6) як $f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($i = \overline{1, n}$), маємо систему диференціальних рівнянь

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (8)$$

Наведемо формулювання теореми Ляпунова про стійкість системи (8) [4, с. 215].

Якщо існує диференційовна функція $v(x_1, x_2, \dots, x_n)$, що називається функцією Ляпунова, яка в околі початку координат задовольняє наступні умови:

1) $v(x_1, x_2, \dots, x_n) \geq 0$, причому $v(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \Leftrightarrow x_i = 0$ ($i = \overline{1, n}$) (тобто функція v має строгий мінімум у початку координат);

2) $\frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial v}{\partial x_i} f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0$ при $t \geq t_0$, то тривіальний розв'язок $x_i \equiv 0$ ($i = \overline{1, n}$) (точка спокою) є стійким.

Зауважимо, що в умові 2) теореми похідна $\frac{dv}{dt}$ взята вздовж інтегральної кривої. Дійсно, напишемо вираз повної похідної:

$$\frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial v}{\partial x_i} \cdot \frac{dx_i}{dt}. \quad (9)$$

Замінюючи $\frac{dx_i}{dt}$ правими частинами системи (8), маємо

$$\frac{dv}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial v}{\partial x_i} f_i(t, x_1, x_2, \dots, x_n). \quad (10)$$

Розглянемо приклад дослідження на стійкість тривіального розв'язку системи:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 + 3x_1^2 x_2^2 - 4x_1^5, \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 - x_2^3 + x_1^3 x_2. \end{cases}$$

Безпосередньо перевіркою переконуємося, що $x_1 = 0, x_2 = 0$ є розв'язком системи.

Введемо у розгляд функцію

$$v(x_1, x_2) = \frac{x_1^2 + x_2^2}{2}.$$

$v(x_1, x_2)$ задовольняє умови теореми О. М. Ляпунова про стійкість.

Адже $v(x_1, x_2) \geq 0$; $v(x_1, x_2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = x_2 = 0$.

Крім того,

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial v}{\partial x_1} \cdot \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial v}{\partial x_2} \cdot \frac{dx_2}{dt} \\ &= x_1 \cdot (x_2 + 3x_1^2 x_2^2 - 4x_1^5) + x_2 \cdot (-x_1 - x_2^3 + x_1^3 x_2) \\ &= x_1 x_2 + 3x_1^3 x_2^2 - 4x_1^6 - x_1 x_2 - x_2^4 + x_1^3 x_2^2 = -(2x_1^3 - x_2^2)^2 \\ &\leq 0. \end{aligned}$$

Таким чином, тривіальний розв'язок $x_1 = 0, x_2 = 0$ є стійким [5, с. 252-253].

Відомо, що теорему про стійкість доказано О. М. Ляпуновим, у тому числі, і за більш загальними припущеннями [4, с. 216].

Вченим доведено теорему про асимптотичну стійкість руху [2, с. 39; 4, с. 217], а також дві теореми про нестійкість руху [2, с. 51], результати яких

у 30-х роках XX століття було узагальнено М. Г. Четаєвим [2, с. 49; 4, с. 218-219].

Нагадаємо, що застосування теорем прямого методу О. М. Ляпунова передбачає знання функцій Ляпунова, які задовольняють певні вимоги. На жаль, загальні методи побудови таких функцій не існують. Проте у багатьох випадках ці функції можна сконструювати [2, с. 53]. Зокрема, при розв'язанні практичних задач функцію Ляпунова часто шукають у вигляді квадратичної форми від аргументів $x_1, x_2, \dots, x_n$:

$$v(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j. \quad (11)$$

Зазначимо, що перша умова теореми Ляпунова про стійкість руху стосовно функції $v(x_1, x_2, \dots, x_n)$ означає додатну визначеність квадратичної форми (11). Необхідні й достатні умови додатної визначеності квадратичної форми виражає критерій Сильвестра. Ці умови полягають у додатності всіх кутових мінорів матриці коефіцієнтів квадратичної форми [2, с. 32].

Підкреслимо важливе, на нашу думку, зауваження автора [2, с. 62] щодо розв'язання реальних технічних задач прямим методом О. М. Ляпунова. У більшості навчальних прикладів на застосування вказаного методу необхідно уяснити, чи буде рух, що досліджується, стійким, асимптотично стійким або нестійким. Проте в реальних технічних задачах часто буває відомо, що при певних значеннях параметрів системи рух є нестійким. Виникає важлива задача вибору параметрів системи так, щоб її рух зробився стійким або асимптотично стійким. Отже, опанування підходами до розв'язання задач у сформульованій постановці вважаємо перспективним і корисним.

Література

- [1] – Рябова В. Ю. Элементы теории устойчивости: учебное пособие / В.Ю. Рябова, В.Ю. Тертычный-Даури.– СПб: Университет ИТМО, 2015.– 208 с.
- [2] – Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д. Р. Меркин. – М.: «Наука», 1987. – 312 с.
- [3] – Ногин В. Д. Теория устойчивости движения / В. Д. Ногин. – СПб: Санкт-Петербургский государственный университет, 2008. – 153 с.

[4] – Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление / Л. Э. Эльсгольц. – М.: «Наука», 1969. – 424 с.

[5] – Агафонов С. А. Дифференциальные уравнения: учеб. для вузов. 2-е изд. / С. А. Агафонов, А. Д. Герман, Т. В. Муратова. – под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2000. – 348 с. (Сер. Математика в техническом университете. – Вып. VIII).

УДК 004.738.5

Лукаш В. Ю. (студ., 5 курс)

Науковий керівник – проф. Білоусова Л. І.

Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

ПРОБЛЕМИ ФОРМУВАННЯ НАВИЧОК БЕЗПЕЧНОЇ ПОВЕДІНКИ В ІНТЕРНЕТІ В УЧНІВ МОЛОДШОЇ ШКОЛИ

Персональні ІКТ-пристрої стали невід’ємною частиною нашого життя. Майже кожного дня не тільки дорослі, а й діти використовують планшети, смартфони та інші пристрої, які дозволяють користуватися Інтернетом – дуже потужним ресурсом, що значно полегшує життя людини та відкриває можливості для її саморозвитку, спілкування, навчання та дозвілля. Але разом з тим, в Інтернеті приховано досить багато небезпек для дітей.

Необачні дії дитини в Інтернеті можуть призвести до різних небажаних і небезпечних ситуацій: вона може побачити те, що негативно вплине на її психіку; з нею можуть встановити контакт особи, здатні скористатися довірливістю дитини, виманити її особисту інформацію та шантажувати, принижувати її честь і гідність; учня можуть провокувати до небезпечних дій, які можуть нашкодити програмному забезпеченню та пристрою, з яким працює учень тощо.

Психічний вплив може бути викликаний швидким та у більшості випадків безкоштовним доступом дитини до контенту для дорослих. Необхідно лише ввести ключові слова або фрази для того, аби отримати тисячі посилань на сайти із дорослим контентом. Перегляд матеріалів, що містять сцени насилля та жорсткості по відношенню до людей або тварин, перешкоджає нормальному формуванню моральних цінностей [1, с.13]. Так само на психіку дитини може впливати кібер-булінг та кібер-грумінг.

Кібер-булінг – одна з форм переслідування дітей та підлітків за допомогою ІКТ. Для цього можуть створюватися сайти, на яких розміщуються матеріали, що компрометують дитину (фото, відеозйомки тощо) [2]. Кібер-грумінг – входження у довіру до дитини з метою використання її у сексуальних цілях. Шахраї дуже добре ознайомлені з особливостями вікової психології дитини і досить легко можуть встановлювати з нею контакт у соціальних мережах, на форумах [2].

Діти так само легко можуть отримати інформацію, яка підштовхне до небезпечних дій, наприклад: інформацію про виготовлення та розповсюдження наркотиків, способи крадіжки грошей або про те, як зробити саморобну вибухівку. Необхідно лише набрати відповідну ключову фразу і – відповідь на екрані монітора [1, с.13-14].

Особиста інформація може легко потрапити до шахраїв через шпигунське програмне забезпечення, тобто через комп'ютерні програми, які збирають інформацію без відома власника комп'ютера [3]. Фішинг – технологія Інтернет-шахрайства, розроблена з метою крадіжки конфіденційної інформації. Різновидами її є поштовий фішинг – отримання листа від «державної установи» або «банку» із вимогою повідомити особисті дані та он-лайн-фішинг – створення ідентичної копії відомих сайтів Інтернет-магазинів з метою обманювання покупців [2].

Зараження комп'ютера вірусами та шпигунським програмним забезпеченням можливе через фармінг. Фармінг – різновид шахрайства в Інтернеті, коли оманливим шляхом користувач потрапляє на ідентичну копію відомих сайтів [1, с.15-16].

Проблема формування навичок безпечної поведінки в Інтернеті в Інтернеті активно вивчається. Так, вивченням засобів віртуального спілкування (електронна пошта, соціальні мережі, чати, форуми) займалися Д. Петрова, В. Мураховський, Н.Петрова. Особливості впливу Інтернет-середовища на формування поведінки учнів були досліджені науковцями С. Дудник, А. Жичкіною, М. Гофф. Вивченням проблем спілкування учнів в

соціальних мережах займалися А.Войскунський, Є.Белінська, Ю.Горявський. Також характеристика окремих аспектів спілкування в Інтернет-мережі є у працях педагогів А. Чистякова та О. Кущенко.

Правильна поведінка у віртуальному житті так само важлива, як правильні дії в реальному житті. Навички безпечної поведінки в Інтернеті формуються протягом всього життя, але без сумніву, формувати такі навички потрібно ще з початкової школи. Сформувані навички безпечної поведінки в Інтернеті допоможе тренінг. Адже під час тренінгу учні не лише дізнаються про різні варіанти небезпечних ситуацій в Інтернеті, а й залучаються до аналізу таких ситуацій, переживають, відчують, що в собі несе змодельована ситуація. Дитина самостійно приймає рішення, яке є найбільш доцільним в даній ситуації, а вчитель при цьому підштовхує та спрямовує до прийняття цього рішення [1, с. 24].

Критичне оцінювання сайтів та інформації, що міститься на цих сайтах, допоможуть дитині уникнути небезпеки. Учні мають розуміти, що таке URL-адреса і звертати увагу на елементи цієї адреси. Зокрема, вони мають знати про певну комбінацію літер у кінці доменного імені, наприклад: .edu – це ознака освітніх установ, університетів, .com – використовується для комерційних організацій, які створені для отримання прибутку, .gov – вказує на те, що це сайт державної установи, .org – в основному, ознака неприбуткових організацій [1, с. 48-49].

Одним із варіантів формування навичок безпечної роботи в Інтернеті є проходження квест-відео, в якому головним учасником стає сам учень. У цьому випадку задіяні самі ж ресурси Інтернету. Під час проходження інтерактивного відео на учня чекають різноманітні завдання, що несуть в собі повторення та закріплення правил поведінки в Інтернеті. На початку онлайн-квесту учню пропонується перегляд карти зі спеціальними зупинками та завданнями. Наприклад, учень має обрати закінчення виразу про правильну поведінку у всесвітній мережі, а якщо вибрана відповідь є

неправильною, то учневі відкриється матеріал, де він зможе ще раз ознайомитися з необхідною інформацією.

Отже, сучасні учні звикли до використання сучасних персональних ІКТ-пристроїв і відчують себе досить впевнено в Інтернеті, проте важливо розкрити їм ті приховані небезпеки, які існують у глобальній мережі, навчити їх критично ставитись до того, що вони можуть побачити, з чим зіткнутися, виробити навички й уміння правильного реагування на критичні ситуації. Зазначимо, що робота з учнями, спрямована на формування у них умінь безпечної поведінки в Інтернеті, має здійснюватися систематично, сплановано, з використанням різних способів – бесід і роз'яснень, ознайомлення з реальними випадками і моделювання ситуацій, залучення до роботи зі спеціалізованими програмними засобами навчально-ігрового призначення.

Анотація. У статті представлено характеристику основних небезпек, на які можуть наражатись учні в Інтернеті, висвітлено можливі наслідки необачних дій дитини в мережі. Показано, що навчання дитини основ безпечної поведінки в Інтернеті слід розпочинати в початковій школі. Розкрито форми і методи формування умінь безпечної поведінки в Інтернеті, які доцільно використовувати в роботі з учнями молодших класів.

Ключові слова: учні початкової школи, загрози в Інтернеті, безпечна поведінка в Інтернеті, формування навичок безпеки в Інтернеті.

Література

[1] – Кочарян А. Б. Виховання культури користувача Інтернету. Безпека у всесвітній мережі : навчально-методичний посібник/ А.Б. Кочарян, Н.І. Гущина. – Київ, 2011. – 100 с.

[2] – Словник Інтернет – загроз [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://bespekain.blogspot.com>.

[3] – Подорож океаном комп'ютерних знань. Безпечний Інтернет та соціальні мережі [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://naurok.com.ua/vihovniy-zahid-na-temu-podorozh-oceanom-komp-yuternih-znan-bezpechniy-internet-ta-socialni-merezhi-82064.html>.

ІНТЕРАКТИВНІ ФОРМИ ПРОФЕСІЙНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ ШКОЛЯРІВ НА ІТ-СПЕЦІАЛЬНОСТІ

Усвідомлений вибір професії – одна з найважливіших умов розвитку особистості молодшої людини, можливості прояву нею своїх здібностей та успішної подальшої самореалізації. Вивчення мотивів вибору професії школярами засвідчує, що значну роль у цьому відіграють поради оточуючих: 25% дітей обирають професію під впливом друзів, які більш самостійні, 17% – за порадою батьків, 9% – під впливом засобів масової інформації. Ще 9% керуються незначними факторами, наприклад близькістю навчального закладу до будинку в якому проживають, і тільки 40% підлітків обирають професію, орієнтуючись на зміст діяльності [1, с.4]. Для дуже багатьох школярів ситуація вибору професії виявляється стресовою, оскільки у багатьох випадках вони виявляються неготовими до неї і, навіть, не володіють достатньою необхідною профорієнтаційною інформацією.

Професійна орієнтація – комплекс психолого-педагогічних заходів, спрямований на активізацію професійного самовизначення школярів [2, с.325]. Інноваційною формою профорієнтаційної роботи в школі є використання тренінгових форм. Усвідомлене розуміння школярами своєї власної ролі в забезпеченні успішності засвоєння профорієнтаційної інформації, стимулюванні їх пізнавальної активності та пізнавальної діяльності, можливості забезпечити формування в учасників тренінгу практичних умінь та навичок щодо вибору професії, формування культури взаємодії та співпраці – є перевагами застосування тренінгових форм [3, с.64]. Основою для проведення профорієнтаційних тренінгів є використання спеціальних тренінгових вправ.

Нами зібрано комплект вправ для проведення вступної, основної та завершальної частини профорієнтаційних тренінгів для учнів основної

школи. При добрі вправ нами було враховано, що застосування тренінгових технологій рекомендовано на пошуковому (5-7 класи) та базовому (8-9 класи) етапах профорієнтаційної роботи зі школярами, які мають певні відмінності [4, с. 170-175]. Відповідно до цього нами було виконано систематизацію тренінгових вправ та розроблено методичні рекомендації до їх використання.

У вступній частині тренінгу можуть бути використані легкі за змістом вправи презентаційного характеру, спрямовані на формування першого враження учасників одне від одного, встановлення довірчої атмосфери, сприяння розкритості учасників. Прикладами таких вправ є «М'яч», «Мене звати...», «Коло знайомств», «Побудуйте по росту!», «Плутанина», «Моя пара», «Привітання жестом», «Мій друг», «Привітання як ... «Знайомство», «Хто я?», «Незакінчене речення», «Інтерв'ю», «Снігова куля», «Малюємо обличчя» «Історія», «Три слова про себе», «Поплутані ланцюжки», «Корпоративний стандарт», «Вітаю!», «Рекламуємо один одного!», «Карусель», «Впізнай, хто це», «Настрій», «Все краще про себе», «Тезка» та інші.

Для проведення основної частини тренінгів з професійної орієнтації учнів 5-9 класів дібрано вправи: «Подарунок», «Най-най...», «Порадник», «Вгадай професію», «Яскраві враження», «Неіснуючі професії», «Кращий мотив», «Співбесіда з роботодавцем», «Чи знаєш ти свою майбутню професію?», «Оптимісти та скептики», «Один день з життя», «Мої життєві і професійні плани», «Мої професійні бажання», «Порадник», «Риси професії», «Рука долі», «Асоціації», «Неіснуючі професії», «Хода професіонала», «Самооцінка і професія», «Казкові персонажі та професії».

Для проведення завершальної частини профорієнтаційних тренінгів для учнів основної школи дібрано вправи: «Лист побажань», «Подарунки», «Намалюйте як ви себе почуваете», «Незакінчене речення», «Що я отримав на цьому занятті», «Я через 10 років», «Клубок», «Кольорові папірці», «Соковижималка», «Спасибі за приємне заняття», «Відгук»,

«Позитив – негатив», «Карусель вражень», «Минуле – сьогодні – майбутнє», «20 бажань».

Застосування тренінгових вправ сприятиме заохоченню учасників тренінгу до усвідомленого ставлення вибору професії, покращить їх навички спілкування та вміння діяти в команді, допоможе створити на заняттях атмосферу єдності, забезпечить формування атмосфери психологічної безпеки і прийняття, відкритості в спілкуванні між учасниками, підвищить позитивний настрій тренінгової групи. Профорієнтаційні тренінги позитивно впливають на усвідомлений вибір школярами майбутньої професії з урахуванням як їх власних можливостей і здібностей, так і вимог професійної діяльності.

***Анотація.** У статті викладено особливості використання інтерактивних вправ для проведення тренінгів з професійної орієнтації школярів, виконано аналіз та формування комплексу найбільш доцільних вправ для проведення вступної, основної і завершальної частини тренінгів із професійної орієнтації для учнів основної школи.*

***Ключові слова:** профорієнтація, тренінг, профорієнтаційний тренінг, інтерактивні вправи.*

Література

[1] – Барченкова Н.О. Профорієнтація на уроках інформатики, як одна з умов успішної соціалізації випускників. [Електронний ресурс]/ Н.О. Барченко– 2018. – Режим доступу до ресурсу: <https://naurok.com.ua/proforientaciya-na-urokah-informatiki-yak-odna-z-umov-uspishno-socializaci-vipuskniv-4043.html>.

[1] – Пономарьова Н. О. Підготовка майбутніх учителів інформатики до профорієнтаційної роботи у загальноосвітніх навчальних закладах : монографія. Х. : ХНПУ імені Г. С. Сковороди, 2018. 325 с.

[1] – Пономарьова Н. О. Практика з інформаційних технологій : навчальний посібник для студентів спеціальності «Інформатика». Харків : ФОП Петров В. В., 2018. 64с.

[1] – Пономарьова Н. О. Сучасні підходи до періодизації профорієнтаційної роботи зі школярами. Наукові записки. Серія : Проблеми методики фізико- математичної і технологічної освіти. Кропивницький: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2017. Вип. 11, ч. 4. С.170–175.

УДК 378. 147:004

ІТ-КОМПЕТЕНТНІСТЬ СТУДЕНТІВ МЕДИКІВ ЯК ПЕДАГОГІЧНА ПРОБЛЕМА

Досліджуючи та аналізуючи науково-педагогічну літературу з інформатичної підготовки фахівців у різних галузях, можна зустріти розбіжність у використанні термінології та формулюванні поняття «ІТ-компетентність». Наприклад в праці [1] ІТ-компетентність розглядається як інтегральна характеристика особистості, яка є результатом відображення процесів відбору, засвоєння, трансформації та генерування інформації в особливий тип предметно специфічних знань, сприяє становленню досвіду інформаційно-комунікаційної діяльності, системній актуалізації набутого досвіду в навчальному процесі, мотивує готовність і здібність студентів до трансформації інформації в знання з перспективою самоосвіти, самовдосконалення та самореалізації особистості в сучасному інформаційному суспільстві. За М.І. Жалдаком, **Ошибка! Источник ссылки не найден.** ІТ-компетентність формує загальну інформатичну культуру особистості, поряд з інформаційною культуро-творчістю, рефлексією та інформаційним ціннісно-смысловим компонентом.

А.М. Добровольська у своїй праці [6] аналізує зміст поняття «ІТ-компетентність» та розглядає його структуру, зокрема вона зазначає, що ІТ-компетентність одночасно є однією з ключових і загальногалузевих компетентностей, котрі передбачені загальногалузевим змістом стандартів вищої освіти. У посібнику [5], Білоус О.В. визначає ІК-компетентність як здатність людини орієнтуватися в інформаційному просторі, оперувати даними на основі використання сучасних ІКТ відповідно до потреб ринку праці та для ефективного виконання професійних обов'язків.

В стандартах інформаційної грамотності та компетентності (Information Literacy Competency. Standards for Higher Education) [3], розроблених американською Асоціацією коледжів і наукових бібліотек,

зазначено, що інформаційна грамотність – це набір здібностей, націлених на знаходження, оцінювання та ефективне використання необхідної інформації.

У Рекомендаціях європейського парламенту та ради [2], цифрова компетентність передбачає впевнене та критичне використання технологій інформаційного суспільства для роботи, дозвілля та спілкування, ґрунтується на базових навичках роботи в галузі ІКТ, а саме використання комп'ютерів для отримання, оцінки, зберігання, виробництва, представлення та обміну інформації, спілкування та спільної роботи через Інтернет.

У публікації Спільного дослідницького центру (Joint Research Centre) служби науки і знань Європейської комісії [4], цифрова компетентність визначається не тільки як можливість використання найновіших цифрових технологій, а й як можливість використовувати ці цифрові технології в критичному, спільному та творчому руслі.

Аналізуючи розглянуті підходи до визначення поняття ІТ-компетентність, можна засвідчити, що вони мають два аспекти: технічний (уміння використовувати технічні засоби для збереження, оброблення і передавання інформації) та педагогічний (вивчення процесу сприйняття інформації особистістю та навчання операцій з даними в професійній діяльності фахівця).

В галузевих стандартах вищої освіти України до загальних компетентностей фахівця в галузі охорони здоров'я різних рівнів (бакалавра, магістра, доктора філософії), віднесено навички використання інформаційних і комунікаційних технологій, інформаційного пошуку, створення баз даних, використання мереж і засобів інформаційного забезпечення, обміну інформацією, обробки даних, роботи в графічних редакторах та з технологіями презентації даних, тощо. Акумулюючи результати попередніх досліджень, запропонуємо один з підходів до визначення сутності ІТ-компетентності медичного працівника, котра є внутрішньо-особистісною характеристикою, яка обмежується сферою

діяльності та є комплексом набутих знань, умінь та навичок з використання ресурсів, необхідних для збирання, опрацювання, зберігання та розповсюдження даних для здійснення професійної діяльності в галузі охорони здоров'я.

На практиці досить часто виникає необхідність, окрім навчання студентів медиків ефективному та усвідомленому використанню комп'ютерно орієнтованих технологій, створення додаткової мотивації та розкриття міждисциплінарних зв'язків по кожній навчальній темі з дисципліни. Оскільки «Медична інформатика» не є базовою та фундаментальною дисципліною виникає нерозуміння причин її вивчення. Тому, дисципліна має бути не теоретичного спрямування, а практичного, мати характер інструментарію для вирішення професійних завдань, використання комп'ютерно орієнтованих технологій не повинно зводитись до побутового рівня, зміст дисципліни має оновлюватись з року в рік, відповідно орієнтуючись на сучасні тенденції розвитку медичних та фармацевтичних технологій.

Анотація. У науково-педагогічних працях компетентність визначають як комплекс знань, умінь, навичок, досвіду застосування їх для здійснення діяльності, метою якої є досягнення певних цілей, ставлення до процесу та результатів виконання цієї діяльності. Разом з тим в зарубіжній та вітчизняній літературі вживаються різні назви та формулювання поняття компетентності, пов'язаної з обчислювальною технікою, наприклад: інформаційна грамотність, цифрова компетентність, ІК-компетентність, інформаційно-технологічна компетентність (ІТ-компетентність). Тому очевидним є визначення сутності змісту, який вкладається в компетентність пов'язану з використанням комп'ютерно орієнтованих технологій.

Ключові слова: ІТ-компетентність, цифрова компетентність, студенти медики, комп'ютерно орієнтовані технології.

Література

[1] - Alma Zh. Murzalinova, Natal'ya S. Kol'eva, Informational Competence Development of Those, Studying in Virtual Educational Space, European Journal of Contemporary Education, Vol.(2), № 2. 2012. P 149-154.

[2] - European Union. Recommendation of the European Parliament and to the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning. Official Journal of the European Union. 2006. [Електронний ресурс]. Режим доступу:

<http://eurlex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:EN:PDF>

[3] - Information literacy competency standards for higher education. 2000. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://www.acrl.org/ala/mgrps/divs/acrl/standards/standards.pdf>.

[4] - Stephanie Carretero, Riina Vuorikari, Yves Punie. The Digital Competence Framework for Citizens. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2017. [Електронний ресурс]. Режим доступу: [http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC106281/web-digcomp2.1.pdf_\(online\).pdf](http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC106281/web-digcomp2.1.pdf_(online).pdf)

[5] - Білоус О.В., Гриценчук О.О., Іванюк І.І. та ін. Формування інформаційно-комунікаційних компетентностей у контексті євроінтеграційних процесів створення інформаційного освітнього простору. Посібник. НАПН України, Ін-т. Інформ. технол. і засобів навч. К. 2014. 212 с.

[6] - Добровольська А.М. Формування ІТ-компетентності майбутніх фахівців як педагогічна проблема, ФМО. №3 (13). 2017. [Електронний ресурс]. Режим доступу: http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/journals/2017-v3-13/2017_3-13-Dobrovolska_Scientific_journal_FMO.pdf

[7] – Жалдак М.І., Рамський Ю.С., Рафальська М.В. Модель системи соціально-професійних компетентностей вчителя інформатики, Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова, Серія №2. Комп'ютерно – орієнтовані системи навчання, К.: 2009. С. 3-18.

Овсієнко Г. М. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Ємельянова Т. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ДЕЯКІ ОСОБЛИВОСТІ ОПИСУ ТА ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ У ФАЗОВОМУ ПРОСТОРИ

Функцію, яка неперервно випадковим чином змінюється в часі, називають випадковим процесом. Результати дослідження таких функцій, що моделюють поведінку систем, можуть бути представлені у вигляді сімейства часових характеристик, званих реалізаціями $x(t)$ випадкового процесу $X(t)$, або у вигляді сімейства траєкторій в фазовому просторі системи (фазових траєкторій). Вид фазової траєкторії однозначно пов'язаний з характером випадкового процесу, тому про властивості системи, що зумовлює випадковий процес, можна судити по фазовим траєкторіях.

Якщо фазовий простір системи являє собою фазову площину, то її координатами є координати $x(t)$ і швидкість $x'(t)$ руху точки M у момент

часу t . Сімейству реалізацій $x(t)$ випадкового процесу $X(t)$ відповідає сімейство фазових траєкторій, званих фазовим портретом випадкового процесу (системи).

Однією з найбільш поширених методів аналізу складних процесів є дослідження фазового портрета випадкового процесу $X(t)$. Поведінка і загальна структура фазових траєкторій відображають спільні зміни в часі досліджуваного процесу $X(t)$ і її похідна $X'(t)$.

Важливою особливістю більшості подібних досліджень є наочність відображення інформації і ясний фізичний зміст в описі динаміки можливих станів розглянутих процесів і систем. Подання на фазовій площині реалізацій випадкового процесу дозволяє виділити характерні властивості фазових траєкторій, що обумовлюють особливості їх поведінки при різних моделях досліджуваних процесів. Розглянемо більш докладно зв'язок між деякими особливостями фазових траєкторій і властивостями випадкових процесів.

Між реалізацією $x(t)$ випадкового процесу $X(t)$ і її фазовою траєкторією $L(x, x'; t)$ існує певна відповідність. Наприклад, для фазової траєкторії $L(x, x'; t)$ кожен перетин з координатними осями $ox(t)$ і $ox'(t)$ на площині $(x(t), x'(t))$ пов'язано з наявністю певного виду особливої точки реалізації $x(t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ досліджуваного процесу $X(t)$ (рис. 1).

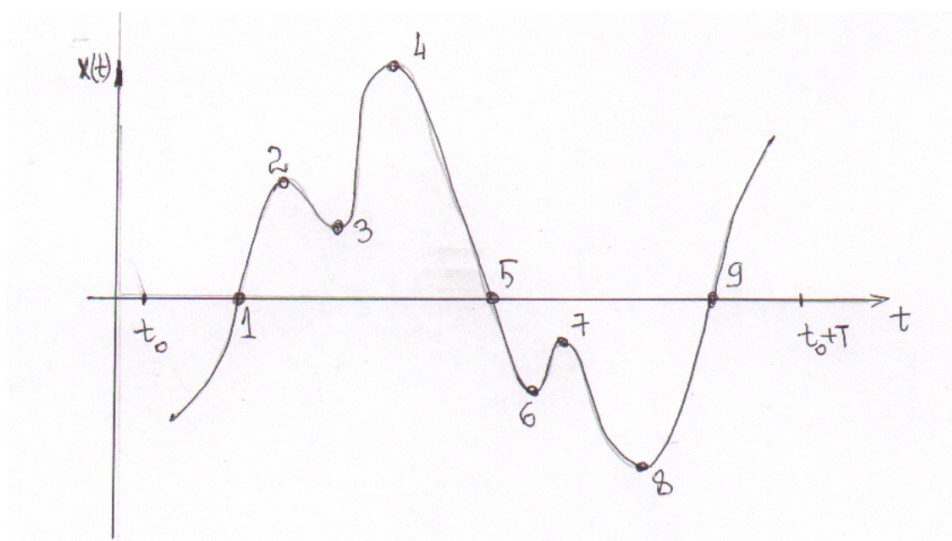


Рисунок 1- Реалізація $x(t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ неперервного випадкового процесу $X(t)$.

Особливі точки функції $x(t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ дозволяють зрозуміти детальну ймовірнісну структуру процесів $X(t)$. За аналогією з реалізаціями для неперервних випадкових процесів $X(t)$ особливості фазових траєкторій $L(x, x'; t)$ можуть дати додаткову інформацію про деталі структури випадкового процесу.

На рис.2 відображена траєкторія $L(x, x'; t)$ на фазовій площині $(x(t), x'(t))$ реалізації $x(t)$. Обговоримо особливості фазової траєкторії. Виходи реалізації $x(t)$ за рівень $x(t)=0$ (точки 1 і 9 на рис.1) призводять до переходу траєкторії $L(x, x'; t)$ з лівої півплощини $x(t) < 0$ у праву півплощину $x(t) > 0$ (точки 1 і 9 на рис.2). Вхід $x(t)$ під рівень $x(t) = 0$ (точка 5 на рис.1) призводить до переходу траєкторії з правої $x(t) > 0$ в ліву півплощину $x(t) < 0$ (точка 5 на рис. 2). Такі переходи можуть відбуватися з різною швидкістю. На фазовій площині $(x(t), x'(t))$ координати точок 1, 5, 9 траєкторії $L(x, x'; t)$

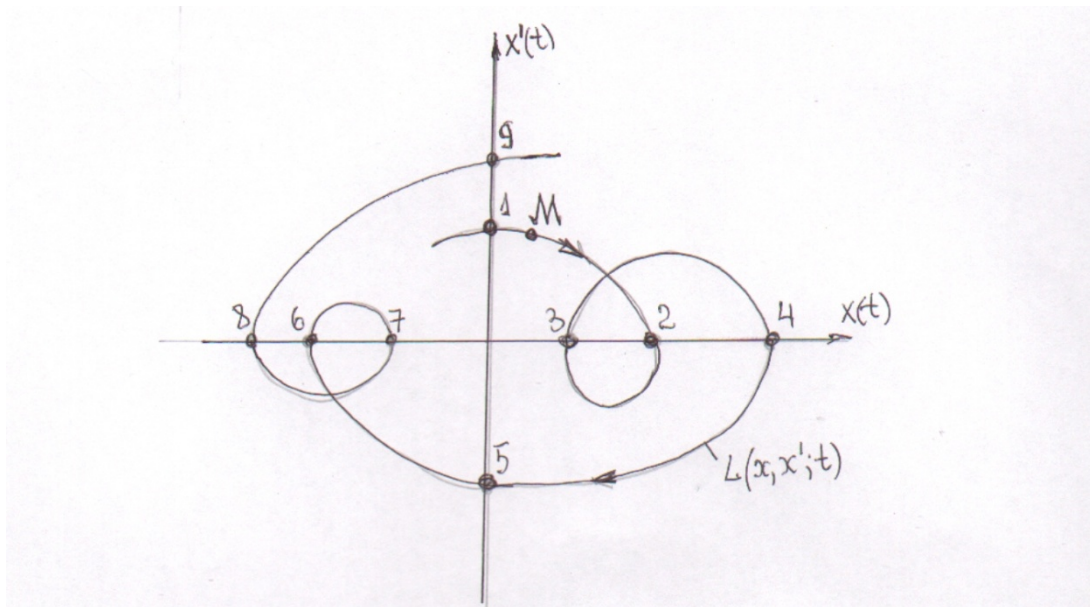


Рисунок 2 – Траєкторія $L(x, x'; t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ реалізації $x(t)$ випадкового процесу $X(t)$ на фазовій площині $(x(t), x'(t))$

при $x(t)=0$ (див. рис. 2) дають наочну інформацію про значення похідної $x'(t)$ в моменти перетину траєкторією $L(x, x'; t)$ осі $ox'(t)$. Загальна поведінка траєкторії $L(x, x'; t)$ в правої півплощині при $x(t) > 0$ описує характерні особливості позитивних виходів реалізації $x(t)$ вище рівня $x(t)=0$ (див.

рис. 2). У лівій півплощині при $x(t) < 0$ структура фазової траєкторії $L(x, x'; t)$ відображає особливості поведінки негативних виходів реалізації $x(t)$ нижче рівня $x(t) = 0$ (див. рис.2).

Моменти перетинів фазовою траєкторією $L(x, x'; t)$ осі абсцис пов'язані з моментами появи локальних екстремумів (максимумів і мінімумів) реалізації $x(t)$. У моменти локальних максимумів реалізації $x(t)$ (точки 2, 4, 8 на рис.1) точка М перетинає на фазовій площині $(x(t), x'(t))$ вісь абсцис зверху вниз (точки 2, 4, 7 на рис. 2), а в моменти локальних мінімумів (точки 3, 6, 8 на рис. 1) перетин осі $ox(t)$ фазовою траєкторією відбувається знизу вгору (точки 3, 6, 8 на рис. 2). Загальне число перетинів осі абсцис траєкторією $L(x, x'; t)$ визначається загальним числом екстремальних значень реалізації $x(t)$ на розглянутому інтервалі часу $t \in [t_0, t_0 + T]$.

За аналогією з числовими характеристиками випадкових процесів $X(t)$ можуть бути визначені числові характеристики структури фазових траєкторій $L(x, x'; t)$. Вивчаючи структуру фазових траєкторій $L(x, x'; t)$ (фазові портрети випадкових процесів), можна ввести додаткові характеристики, наприклад, ймовірність і середню тривалість знаходження траєкторії $L(x, x'; t)$ в правій або лівій півплощині.

Знаючи одновимірну щільність розподілу ймовірності $p_x(x; t)$, час T спостереження випадкового процесу $X(t)$, можна обчислити ймовірність і середню тривалість знаходження траєкторії в правій півплощині фазового простору

$$P\{L(x, x'; t) \in [x(t) \geq 0]\} = P\{x(t) \geq 0\} = \int_0^{\infty} p_x(x; t) dx;$$

$$T_L^+(0) = TP\{x(t) \geq 0\} = T \int_0^{\infty} p_x(x; t) dx ;$$

Знаючи одновимірну щільність розподілу ймовірності $p_x(x; t)$, час T спостереження випадкового процесу $X(t)$, можна обчислити ймовірність і середню тривалість знаходження траєкторії в лівій півплощині фазового простору

$$P\{L(x, x'; t) \in [x(t) \leq 0]\} = P\{x(t) \geq 0\} = \int_{-\infty}^0 p_x(x; t) dx;$$

$$T_L^+(0) = TP\{x(t) \leq 0\} = T \int_{-\infty}^0 p_x(x; t) dx$$

Особливості і властивості фазового методу вивчення випадкових процесів показують, що при відсутності аналітичних можливостей дослідження ймовірнісної структури випадкових процесів $X(t)$ можуть бути проведені дослідження фазових траєкторій $L(x, x'; t)$. Подібний підхід використовується в різноманітних задачах моніторингу стану складних динамічних систем.

Література

[1] – Основы метода фазовых траекторий. Режим доступу: montag-working.ru/avtomatika/272-osnovy-metoda-fazovykh-traektorij.

[2] – Тихонов В. И., Хименко В. И. Выбросы траекторий случайных процессов. М.: Наука, 1987. – 304 с.

УДК 371.84 (378.147)

Остапенко О. В. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – доц. Денисенко О. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

НАУКОВО-ДОСЛІДНА РОБОТА СТУДЕНТІВ ЯК СКЛАДОВА ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ ФАХІВЦІВ

У світлі сучасної концепції розвитку системи вищої освіти в Україні науково-дослідна робота студентів (НДРС) має все більшу актуальність і перетворюється на один з основних компонентів професійної підготовки майбутніх фахівців, що дозволяє повною мірою реалізувати отримані знання, проявити індивідуальність, і творчі здібності, готовність до самореалізації особи.

Перед сучасними вищими навчальними закладами стоїть завдання в підготовці висококваліфікованих фахівців, які здатні до самоосвіти, до постійного професійного зростання, самостійно добувати нові знання, аналізувати, узагальнювати, володіти навичкам науково-дослідної роботи.

Тому викладачі вищих учбових закладів повинні удосконалювати і розробляти нові способи навчання, які повинні призводити до отримання студентами глибших знань, що дозволяють на максимально високому рівні здійснювати професійну діяльність.

Науково-дослідна діяльність студентів – багатогранний і складний процес формування культури мислення, який впливає на формування творчого, дослідницького стилю діяльності, який розкриває широкі горизонти для індивідуальної роботи, активізує їх спілкування, передачу досвіду і нарешті, формує їх дослідницьку культуру. Своє зовнішнє вираження зміст НДРС знаходить в усіх організаційних формах аудиторної і поза аудиторної діяльності, під час виконання конкурсних робіт і самостійного виконання різних завдань.

На сьогодні суспільство особливо потребує фахівців, здатних до активної участі в інноваційних процесах, готових вирішувати дослідницькі завдання, причому нестандартними методами. Молодий фахівець має бути здатним до системної дії в професійній ситуації, до аналізу і проектування своєї праці, прояву ініціативності в умовах невизначеності, мати прагнення до самоудосконалення, саморозвитку і прагнути до творчої самореалізації.

Усі ці якості отримуються і розвиваються в процесі інтенсивної науково-дослідної діяльності. Участь в семінарах, конференціях, наукових конкурсах різних лабораторних дослідженнях дозволяє учням не лише постійно розширювати багаж своїх знань. Вони придбавають уміння швидко орієнтуватися в необхідній літературі для пошуку потрібних їм відомостей, чітко формулювати і ставити перед собою завдання і цілі.

Також виробляється критичне мислення, що дозволяє ефективніше розрізняти продуктивні ідеї від непродуктивних. Окрім цього, представляючи свої результати, дослідники опановують здатність ёмко і коротко виражати свої думки. Усе це призводить до значного підвищення ефективності роботи майбутніх фахівців і збільшення їх конкурентоспроможності.

Правильно організована НДРС призводить до наступних результатів:

- підвищує ефективність учбового процесу;
- сприяє поглибленому засвоєнню учбового матеріалу;
- розвиває творчу діяльність студентів;
- розвиває ініціативу;
- сприяє оволодінню методологією наукових досліджень;
- сприяє засвоєнню теоретичного матеріалу;
- удосконалює навички роботи з літературою;
- сприяє розвитку умінь застосовувати на практиці результати науково-дослідної роботи;
- підвищує рівень самостійної роботи студентів;
- розвиває відповідальність;
- сприяє формуванню професійних навичок.

Таким чином, залучення студентів в середу науково-дослідних робіт є важливим елементом формування їх професійної компетентності. Майбутній фахівець, поза сумнівом, має бути готовий до здійснення науково-дослідної діяльності, що дозволить, в його професійній роботі ефективно вирішувати виникаючі завдання.

Очевидно, що потенційним джерелом науково-дослідних кадрів, у тому числі і вищій кваліфікації, являється магістрат. На цьому освітньо-кваліфікаційному рівні майбутній фахівець отримує необхідні знання і навички для виконання наукової роботи і її впровадження в господарський комплекс України або навіть інвестування у вигляді інновації в економіки інших країн.

На наш погляд, важливою в цьому процесі є спадкоємність. Йдеться про те, що наукові ідеї в певних наукових школах, повинні пронизувати роботу усіх ланок : від студентів-бакалаврів (членів науково-дослідних гуртків кафедри) через магістрів, аспірантів і до докторантів. Звичайно, об'єм і час, для написання магістерської роботи не дає можливості вирішити

серйозне наукове завдання, проте, претендент цієї наукової міри може внести істотний вклад в її рішення в конкретній частині роботи.

Виходячи з такої концепції організації наукової роботи, на кафедрі транспортних систем і логістики ХНАДУ створена єдина система підготовки наукових кадрів від магістрів до кандидатів наук. Студенти, які навчаються на рівні бакалавра, беруть участь в роботі наукових гуртків при кафедрі, робота яких не носить «академічний характер». Як правило, це вузький круг студентів, магістрів, аспірантів, які вирішують певні наукові проблеми під керівництвом досвідченого керівника.

В ході досліджень кожен з членів наукової групи має індивідуальне завдання, внаслідок чого вже студенти третього-четвертого курсів виконують конкретну наукову роботу, яка представляється у вигляді рефератів, виступів на конференціях, конкурсних робіт, статей і так далі. На більш високому кваліфікаційному рівні (магістр) наукова робота ускладнюється і переходить в нову якість. Магістри, вже маючи певний досвід і знання організації проведення досліджень, а також навички їх виконання, виконують дослідження самостійно і, як правило, подають їх на конкурс. У ряді випадків ці роботи пов'язані дослідженнями аспірантів і це, у свою чергу, розширює область досліджень і їх об'єм.

Така система підготовки магістрів дає можливість молодим ученим знайти себе, визначити свої здібності і підготуватися до самостійної наукової роботи в аспірантурі. Цьому сприяє вивчення курсу « Науково-дослідна робота», який розроблений кафедрою і орієнтований на дослідників в області транспортних систем і логістики. Розроблена система наскрізної підготовки фахівців різного рівня з використанням наукових досліджень, з одного боку, дає можливість адаптуватися студентам і молодим ученим до цієї специфічної галузі отримання нових знань, а з іншої – сприяє ефективному, швидкому і раціональному отриманню результатів досліджень в області транспортних систем і логістики.

Організацію науково-дослідних робіт студентів слід розглядати у рамках усієї системи управління якістю навчання студентів. Зміни в організації учбового процесу при реалізації учбових програм вищої школи передбачають досягнення головної мети – підвищення якості підготовки фахівців.

Таким чином, розвиток і удосконалення НДРС, як обов'язкового компонента системи підготовки фахівців технічних ВЗН є одним з важливих напрямів формування і посилення творчих здібностей студентів, розвитку і удосконалення форм залучення молоді до наукової творчої інтелектуальної діяльності, яка забезпечує єдність учбового, наукового, виховного процесів для підвищення професійно-технічного рівня підготовки фахівців транспортної галузі.

***Анотація** Розглянуто характеристики і основні складові організації НДРС. Показано особливості НДРС і системи підготовки бакалаврів і магістрів на кафедрі транспортних систем і логістики ХНАДУ.*

***Ключові слова:** НДРС, ефективність, творчість, дослідження.*

УДК 371.2

Пухальская М.Ф., методист
Национальный институт образования
Министерства образования Республики Беларусь, Минск

ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОФОРИЕНТАЦИИ УЧАЩИХСЯ ДРУГИХ УЧРЕЖДЕНИЙ ОБРАЗОВАНИЯ СРЕДСТВАМИ ВУЗА

На сегодняшний день в Республике Беларусь актуальной проблемой является профориентация молодежи путем взаимодействия между собой различными учреждениями образования. Концепцией развития профессиональной ориентации молодежи в Республике Беларусь обозначены основные задачи процесса взаимодействия. В соответствии с данным документом, основной целью взаимодействия является оказание помощи учащимся общего среднего образования в вопросах профессионального самоопределения (по мат. [1]). Определенную работу проводят как

учреждения профессионально-технического образования, среднего специального, так и высшего образования.

Потенциал учреждений высшего образования довольно богатый: наличие высококвалифицированных специалистов, материально-технической базы и возможности проведения научно-исследовательской деятельности. Профилирующие кафедры выбирают себе определенные учреждения образования с которыми они хотят работать и обеспечить себе будущих студентов.

В республике имеется широкий спектр учреждений общего среднего образования с углубленным изучением математики и физики. Учащиеся учреждений профессионально-технического и среднего специального образования автомобильно-строительной, радиотехнической и телекоммуникационной направленности в перспективе могут изъявить желание продолжить обучение в вузе. Большим потенциалом обладают учреждения дополнительного образования для детей и молодежи для реализации совместных проектов с профилирующими кафедрами вузов.

Процесс взаимодействия требует определенной системы: регулярности, периодичности и последовательности. Поэтому, основной методологической базой данного процесса взаимодействия является *системный подход*.

«Сущность системного подхода заключается в том, что относительно самостоятельные компоненты рассматриваются не изолированно, а в их взаимосвязи, в развитии, движении» [3, с. 83]. Системный подход предполагает построение определенных моделей, имеющих структуру, определенные функции и «принципы эффективной организации» [3, с.83].

Сластёнин, В.А., Исаев, И.Ф., Шиянов, Е.Н. к основным категориям системного подхода относят: «педагогическая система», «целостность», «взаимодействие» [3, с. 83].

Системный подход предполагает реализацию деятельности в определенной системе с определенной ролью и функциями каждого из

участников взаимодействия. Для этого необходимо моделировать процесс взаимодействия, выстраивать определенную структуру зависимости, управления и созависимости.

Реализация системного подхода заключается в видении процесса взаимодействия не разового характера, а систематического и регулярно запланированного процесса взаимодействия высшего учреждения образования с другими учреждениями образования. Здесь определенное место имеют дни открытых дверей, проводимых на базе вузов, где задействованы могут быть не только кафедры, но и другие подразделения.

Подразделения высшего учебного заведения математической направленности могут иметь широкий спектр взаимодействия в содержательном плане: показ преимуществ той или иной специальности, востребованности ее на рынке труда, перспективы трудоустройства, возможности осуществления научно-исследовательской деятельности в магистратуре и аспирантуре и пр. Консультации профессорско-преподавательского состава могут вдохновить учащихся профильных классов для более углубленного изучения математики и других математических дисциплин. В данном случае базисом выступает *компетентностный* подход, который вместе с системным ориентирован на результат – наличие определенных компетенций у будущих абитуриентов.

В таком случае со стороны высших учебных заведений не должно быть формализма и случайности, не должно быть случайных людей. Поэтому определяя лекторов и консультантов среди профессорско-преподавательского состава, необходимо помнить об основной цели взаимодействия.

«Влюбленный» в свою профессию преподаватель, обладающий личностным обаянием, владеющий профессионально-педагогической культурой, обладающий высоким уровнем профессионально-педагогического мастерства и компетенции в своей области может помочь не только в выборе профессии, но и определении своей профессионально-

личностной траектории, в определении профессионального призвания. В данном случае реализуется не только компетентностный, но и *культурологический, личностный и экзистенциальный подходы* (понятие «экзистенциальный подход» взято по О.Е. Лисейчикову). В своей совокупности они могут способствовать как реализации призвания представителя профессорско-преподавательского состава вуза, но и учащихся других учреждений, где осуществляется профориентация.

Высококвалифицированные специалисты вузов, работающие в узком направлении, углубляясь в своих исследованиях в глубины конкретного предмета и связывая свою научно-исследовательскую деятельность с педагогической практикой, как никто другой способствуют позитивным изменениям в сознании и подсознание молодого человека к определению своего жизненного пути посредством профессионального выбора.

Важным моментом являются отношения, которые складываются между преподавателем и субъектом профориентации. В таком случае осуществляется реализация *полисубъектного (диалогического)* подхода (формулировка взята по В.А. Сластенину, И.Ф. Исаеву, Е.Н. Шиянову).

Методологическая логическая цепочка взаимодействия между разными учреждениями образования выглядит следующим образом – целенаправленная система – диалог – культура – компетентность – целостная личность. Определенная нами цепочка одинаково верна при ее прочтении: и слева направо, и справа налево. Формирование целостной личности учащихся является результатом процесса взаимодействия, целостная личность субъекта, осуществляющего профориентацию в контексте сотрудничества – предпосылка эффективной работы и организации деятельности. Поэтому определенную роль при организации процесса данного взаимодействия играет *целостный подход* (формулировка по Б.Н. Наумову на осн. мат. [2]).

Таким образом, процесс взаимодействия высших учебных заведений с другими учреждениями образования (общего среднего, профессионально-

технического, среднего специального, учреждениями дополнительного образования детей и молодежи) имеет интегративный, системный и комплексный характер. В его основу положены принципы организации, построения отношений, профессионально-педагогической культуры и духовно-нравственного развития и саморазвития субъектов взаимодействия в вопросах профессионального самоопределения.

Методологической базой эффективной организации деятельности в рассматриваемом нами вопросе являются: *системный, целостный, компетентностный, полисубъектный (или диалогический) и культурологический и экзистенциальный подходы.*

Аннотация: *статья посвящена проблеме профориентации учащихся учреждений общего среднего образования при задействовании потенциала высшего учебного заведения. Раскрыты основные подходы эффективной организации процесса взаимодействия.*

Ключевые слова: *профориентация, подход, организация, взаимодействие, учреждение образования, вуз.*

Литература

[1] – Концепция развития профессиональной ориентации молодежи в Республике Беларусь. Утверждено: 31 марта 2014 г, № 15/27/23 [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://minedu.by>.

[2] – Наумов, Б.Н. (2011), А.С. Макаренко и целостный педагогический подход в педагогике, [Электронный ресурс]. Режим доступа: dspace.pnpu.edu.ua.

[3] – Слостенін, В.А., Ісаєв, І.Ф., Шиянов, Е.Н. (2002), Педагогика, Издательский центр «Академия», Москва, 576 с.

УДК 378

Супрунчук В. С. (студ., 5 курс)
Науковий керівник – доц. Кривонос О. М.
*Житомирського державного університету імені Івана Франка,
м. Житомир (Україна)*

ВИКОРИСТАННЯ В НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ LMS CANVAS

Актуальність дослідження. В наш час все більшої популярності набувають питання проблем використання хмарних технологій в навчальному процесі. Ці проблеми постають постійно і призводять до змін не лише навчальну програму, а й загальний підхід до розвитку освіти. LMS Canvas дозволить створювати індивідуальний підхід до навчання, що

забезпечить відповідність особистим інтересам, цінностям та потребам студента чи школяра, приведе до більшого зацікавлення навчальним матеріалом, забезпечить впровадження особистісно-орієнтованого, індивідуального та компетентнісного підходів у навчанні.

Короткий огляд публікацій по темі. Використання хмарних технологій висвітлюють у своїй роботі такі вчені: Т. Л. Архіпова, В. Ю. Биков, О. В. Галицький, О. Г. Глазунова, Т. В. Зайцева, П. В. Микитенко, , В. П. Олексюк, О. Р. Олексюк, Н. В. Рашевська, С. О. Семеріков, Ю. В. Триус, В. М. Франчук та ін. Досить широко та глибоко розглядається використання функціональних можливостей систем дистанційного навчання в роботах: В. М. Томашевського, Ю. Л. Новікова, П. А. Камінської. Певні аспекти щодо управління навчанням виділяють такі науковці як: М. П. Шишкіної, А. Л. Бочкова, Ч. Д. Куулар, В. А. Богомолова. Але провівши загальний аналіз можна зробити висновок, що можливостей використання системи управління навчанням Canvas є недостатньо розкритими та вивченими.

Мета статті полягає у розкритті можливостей використання системи LMS Canvas у навчальному процесі.

Для написання статті використовувалися такі **методи дослідження**: теоретичний: аналіз наукової, педагогічної літератури, навчальних програм, підручників та збірників; емпіричний – педагогічні спостереження, бесіди з викладачами, аналіз досвіду роботи.

Виклад основного матеріалу. Learning Management System (LMS)-система управління навчанням, яка використовується для розробки, управління та поширення навчального онлайн-матеріалу з забезпеченням спільного доступу. В навчальному середовищі розміщуються індивідуальні завдання, проєкти для роботи в малих групах та різноманітні матеріали.

Зараз навчання можна здійснювати в режимі реально часу і цьому сприяє ряд систем управління навчанням, які забезпечують можливість здобування освіти з використанням мережі Інтернет. Однією з важливих

характеристик LMS є високий рівень інтерактивності та відсутність територіальних обмежень, що дозволяє людям в різних країнах брати участь у процесі навчання.

У залежності від форми отримання та використання LMS можна розрізняти їх 2 види:

- LMS як програмне забезпечення, призначене для інсталяції на власних серверах;
- LMS як створена провайдером Web-платформа, що використовується клієнтами для управління навчанням [2,с. 117].

Розглянемо безпосередньо можливості LMS Canvas.

Canvas [1] – хмарне рішення на базі LMS для університетів та шкіл. Основні можливості, які надає дана LMS: наявність безкоштовної версії, мобільне розгортання, веб – інтерфейс, навчальна документація, можливість проводити Вебінари, онлайн навчання, особистісний простір, онлайн підтримка тощо.

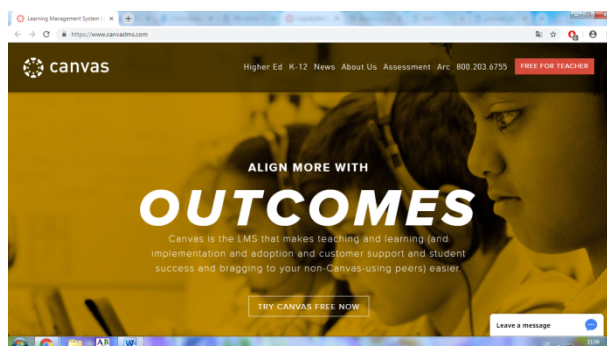


Рисунок 1 – LMS Canvas.

Система управління навчальним матеріалом Canvas надає наступні можливості: розподілений доступ до навчального матеріалу; аналіз діяльності учнів чи студентів; засоби комунікацій; спільна діяльність; зворотній зв'язок; інтеграція з Facebook, Twitter, Skype, LinkedIn, Diigo, Delicious.

Використання LMS Canvas створює умови для: активної співпраці між учасниками навчальної діяльності; активація навчально-пізнавальної діяльності, через застосування сучасних засобів та методів навчання;

гнучкості та індивідуалізації навчального процесу; розвиток та збільшення самостійної діяльності; формування ІК-компетентності суб'єктів навчання.

Розробники цієї системи зацентрували увагу на взаємодії «викладач-студент» та принципі «навчання без втрат», а це означає, що впровадження Canvas лише зміцнить взаємодію між суб'єктами навчання, та надасть більш високий рівень організації навчальної діяльності.

Висновки: LMS Canvas – це відкрита, надійна, проста та зручна у використанні, модульна, сумісна система. Вона надає широкі можливості для навчальної діяльності, забезпечує взаємодію між суб'єктами, дозволяє інтегрувати, урізноманітнювати та диференціювати навчальний матеріал. Отже робота з хмаро орієнтованою системою управління навчанням Canvas є актуальним питанням та потребує подальшої розробки.

Анотація. У статті розкрито аспекти застосування програмного забезпечення LMS Canvas у навчальному процесі. Ще ширше впровадження різноманітних інформаційних технологій забезпечить розширення форм та способів викладу і оволодіння новими знаннями, надасть можливість учням та студентам самостійно отримувати нові знання та навички, для подальшого їх застосування на практиці. Для вчителів та викладачів – це нове доступне середовище для розробки вільного онлайн – навчання.

Ключові слова: LMS, хмаро орієнтоване навчальне середовище, LMS Canvas, навчальний процес.

Література

[1] – Canvas [Electronic Resource] – Mode of access : URL : <https://www.canvaslms.com/highereducation/>. – Title from the screen.

[2] – Моделювання й інтеграція сервісів хмаро орієнтованого навчального середовища : монографія / [Копняк Н., Корицька Г., Литвинова С., Носенко Ю., Пойда С., Седой В., Сіпачова О., Сокол І., Спірін О., Стромило І., Шишкіна М.]; / за заг. ред. С. Г. Литвинової. – К. : ЦП «Компринт», 2015. – 163 с

[3] – Шишкіна М.П. Хмаро орієнтоване освітнє середовищ навчального закладу: сучасний стан і перспективи розвитку досліджень / М.П.Шишкіна, М.В.Попель // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2013. – №5 (37). – С. 66-80

ВИКОРИСТАННЯ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПРОЦЕСІ ІННОВАЦІЙНОГО РОЗВИТКУ СИСТЕМИ ОСВІТИ

У сучасних умовах життя система освіти потребує нового підходу до методів викладання. Розвиток інформаційних технологій, повсюдне використання інформаційних ресурсів визначає необхідність підготовки в молодому поколінні творчо активного резерву. З цієї причини стає актуальною розробка певних методичних підходів до використання засобів нових інформаційних технологій для реалізації ідей навчання, розвитку особистості студента [1]. Природничо-математичні дисципліни в сучасних умовах відіграють особливу роль у підготовці майбутніх спеціалістів у галузі математики, техніки, комп'ютерних та інформаційних технологій, виробництва, економіки, управління, зокрема, у плані формування певного рівня математичної культури, інтелектуального розвитку. Варто зазначити, що інновації виникають не на порожньому місці, а завжди спираються на педагогічний досвід, традиції. На сучасному етапі інноваційна педагогічна діяльність є одним із вагомих компонентів освітньої діяльності будь-якого навчального закладу. Важко заперечити, що до факторів, які заважають у впровадженні інновацій в освітній процес, можна віднести недостатню інформованість викладачів, невміння ними ефективно використовувати інноваційні технології в роботі, консерватизм викладачів, небажання міняти стиль своєї діяльності, відсутність необхідної технічно-інформаційної бази.

Можливості підвищення якості навчання необхідно шукати в розробленні і у реалізації сучасних нових технологій навчання. Якість навчання значно підвищиться за умови впровадження таких технологій за рахунок створення можливості організації дистанційного навчання та різних сучасних моделей навчання: наприклад, e-learning (електронне навчання) або flipped-learning (перевернуте навчання). Здійснення електронного навчання

виходить з активної ролі студента, який в процесі самостійного вивчення навчального матеріалу проявляє ініціативу спілкування з викладачем за допомогою засобів ІТ [2]. Елементи та переваги електронного навчання: самостійна робота з електронними матеріалами, з використанням персонального комп'ютера, мобільного телефону; отримання консультацій, порад, оцінок у віддаленого викладача, можливість дистанційної взаємодії; створення розподіленої спільноти користувачів (соціальних мереж), що забезпечують загальну віртуальну навчальну діяльність; своєчасна цілодобова доставка електронних навчальних матеріалів; стандарти і специфікації на електронні навчальні матеріали та технології, дистанційні засоби навчання; формування та підвищення інформаційної культури в усіх керівників підприємств та підрозділів групи і оволодіння ними сучасними інформаційними технологіями, підвищення ефективності своєї звичайної діяльності; освоєння і популяризація інноваційних педагогічних технологій, передача їх викладачам; можливість розвивати навчальні веб-ресурси; можливість у будь-який час і будь-якому місці отримати сучасні знання, що перебувають у будь-якій доступній точці світу; доступність вищої освіти особам з особливостями психофізичного розвитку. Важливим є підготовленість студента, якість навчального матеріалу, засобів навчання та спілкування. Усі модулі з кожної дисципліни мають бути логічно пов'язані, забезпечуючи послідовність вивчення матеріалу. Для закріплення знань, умінь і навичок студентів важливим є проведення ділових, рольових ігор, проектів, створення імітаційних моделей.

Окремий інтерес представляє освітня модель «Flipped learning», яка передбачає, що типова діяльність студента в аудиторії і поза неї змінюється на протилежну. Якщо в традиційному навчанні на заняттях студентам пояснюється новий матеріал, то в моделі «перевернуте навчання» все відбувається навпаки: первинне знайомство з навчальним матеріалом у студентів здійснюється поза освітнім закладом. Вони можуть вивчати матеріал за літературою, відео-лекціями, в мережі Інтернет, а в аудиторії

обговорювати дискусійні питання, розв'язувати професійні завдання. Широке використання ІТ дозволяє використовувати аудіо- і відеоресурси студентами в навчальний час і в зручному місці. Зазначимо переваги здійснення освітньої моделі «Перевернуте навчання»: на заняття в аудиторію приходять підготовлені студенти, з якими можна розв'язувати задачі, збільшується можливість організації активної діяльності студентів за рахунок можливості обговорювати проектну діяльність, вести обговорення або дискусії, змінюється роль академічного лектора на роль консультанта, організатора діяльності, значно підвищується особиста активність студентів, розвиток їхньої індивідуальності.

За реалізації перелічених умов система освіти буде відповідати освітнім очікуванням людини та соціально-економічним вимогам розвитку суспільства. Використання нових інформаційних технологій дозволяє підвищити ефективність процесу навчання, сприяє здійсненню переходу до неперервної та дистанційної освіти, вирішує проблему доступу до нових джерел різноманітної за складом і формами представлення інформації. Особливої уваги заслуговує вивчення сучасних моделей навчання, реалізація яких створює передумови для небувалої в історії педагогіки інтенсифікації освітнього процесу, а також створення методик, орієнтованих на розвиток особистості.

***Анотація.** У роботі розглянуті підходи до здійснення інноваційного процесу навчання. Особливе місце відводиться використанню сучасних інформаційних технологій. Розроблення та впровадження інтелектуальних навчальних систем на основі ІТ сприятиме підвищенню якості професійної освіти.*

***Ключові слова:** інформаційні технології, розвиток особистості, ефективність процесу навчання.*

Література

[1] – Биков В. Ю. Проблеми та перспективи інформатизації системи освіти в Україні / В. Ю. Биков // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 2: Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. – 2012. – № 13. – С. 3-18.

[2] – Моніторинг рівня навчальних досягнень з використанням інтернет-технологій: монографія / упоряд. В. Ю. Биков. – К.: Педагогічна думка, 2008. – 128 с.

ПРО ІСНУЮЧИ ЗАПАДНІ РОЗРОБКИ ТЕОРІЇ ВДОСКОНАЛЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ З МЕТОЮ ПІДВИЩЕННЯ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ

«Шесть сигм (англ. Six sigma) – это один из методов управления процессами, основанный на проведении статистической оценки фактов, данных процесса, систематическом поиске и разработке мероприятий по повышению уровня выхода годной продукции, их последовательному внедрению и последующему анализу безошибочности процессов для увеличения удовлетворенности клиентов»

Грегори Ватсон

XX століття було століттям революційних змін. Якість стала невід’ємним властивістю товарів і послуг, що поставляються споживачам. На початку XX ст. відбулася корінна зміна способів забезпечення якості. В кінці XX ст. був вироблений новий підхід до масового виробництва продукції, масове виробництво на замовлення (mass customization). Цей підхід дозволяє при багатосерійному виробництві товарів і послуг враховувати потреби окремих людей, застосовуючи для цього гнучкі виробничі процеси. [2].

У 1981 р. голова ради директорів корпорації Motorola Боб Галвін проголосив власну програму вдосконалення компанії. При цьому поставив перед своєю корпорацією завдання 100-кратного поліпшення якості роботи за п’ять років. Фахівці компанії Motorola почали пошук шляхів підвищення своїх показників за рахунок скорочення втрат і підвищення ефективності виробничих процесів. У той час інженер корпорації Білл Сміт займався дослідженнями зв’язку між довговічністю виробів і числом дефектів, виправляються у них в процесі виготовлення. У 1985 р. він представив звіт, в якому доводив існування закономірності:

чим більше число дефектів було виявлено та виправлено у виробі на етапі його виготовлення, тим вище ймовірність того, що інші дефекти виявляться під час його випробувань або на ранній стадії експлуатації; якщо

при складанні виробу виявляється мало дефектів, то ймовірність його відмови на початковому етапі експлуатації буде помітно нижче.

Вимога забезпечення бездефектного виробництва стало базовим принципом створеною корпорацією методології «Шість сигм». Стратегія «Six Sigma», в тому вигляді, в якому вона використовується, була розроблена і сформульована Джеком Уелчем – інженером General Electric. Саме завдяки зусиллям Джека Уелча, методологія забезпечення бездефектного виробництва «Six Sigma» придбала популярність у 90-х роках XX століття і початку масштабно розвиватися.

«Six Sigma» виникла як метод боротьби із змінами виробничого процесу і приведення дефектів виробництва до нуля. Завдяки своїй універсальності, система еволюціонувала, ставши однією з найбільш популярних методологій управління якістю бізнесу нового тисячоліття. [1].

Грецька буква σ , прийнята в статистиці для позначення середньоквадратичного (стандартного) відхилення, може бути використана для оцінки здатності процесу протікати з певною кількістю дефектів. Рівнем 6σ відповідає 3-4 одиниць дефектів на 1 000 000 можливостей (послуг). Під дефектами може розумітися будь-яка послуга, яка призводить до незадоволеності замовника. 6σ – це набір статистичних методів, об'єднаних в структурований підхід, покликаний підвищити стабільність процесу і знизити кількість дефектної продукції. Це також філософія управління і ведення бізнесу.

Суть нової методології забезпечення бездефектного виробництва в наступному. За правилом 3σ для закону нормального розподілу Гаусса 99,73% значень нормально розподіленої випадкової величини лежать в межах трьох стандартних відхилень від середнього значення випадкової величини. Стандартне відхилення, що представляє корінь квадратний з дисперсії випадкової величини, може служити орієнтовною оцінкою діапазону можливих значень цієї випадкової величини.

В математичній статистиці відомо правило 3σ , згідно з яким незалежно від розподілу випадкової величини, практично можливі її значення не виходять за межі $(m_x \pm 3\sigma)$, де m_x – математичне сподівання цієї величини. У методології «Шість сигм» застосовано більш жорстку вимогу до стабільності будь-яких процесів, що полягає в тому, що їх початкова установка повинна забезпечувати вірогідність виходу контрольованого параметра за межі допуску, що відповідає діапазону можливих значень $\pm 6\sigma$.

Методологія «Шість сигм» заснована на тому, що випадкові відхилення параметрів продукції і процесів є факторами, що чинять сильний вплив на тривалість циклу виготовлення продукції, вартість продукції і процесів, продуктивність і в кінцевому підсумку на рівень задоволеності споживачів. Одним з найбільш істотних аспектів у роботі фахівців із застосування методології «Шість сигм» служить аналіз дисперсій параметрів продукції і процесів з метою виявлення їх причин і розробки ефективних заходів, спрямованих на контроль і зменшення розкидів цих параметрів.

Принципові особливості та новизна методології «Шість сигм» полягають у формуванні наборів інструментів для вирішення конкретних проблем, залучення кваліфікованих фахівців до аналізу процесів або проектів з метою вдосконалення продукції та для забезпечення стійкості досягнутих результатів.

В останні роки помітна нова ідеологія в методології масового виробництва якісних товарів. Нова ідеологія об'єднує вимоги до вдосконалення технологічних процесів з метою підвищення якості продукції з одночасним вирішенням проблеми мінімізації відходів виробництва. «Six Sigma», приймаючи ідеологію «економічного виробництва», створює методологію під назвою «Lean Six Sigma». Методологія «Lean Six Sigma» розглядає «економічне виробництво», яке вирішує проблеми технологічного процесу і мінімізації відходів, а в деяких випадках веде до безвідходного виробництва.

Література

[1] – Грегори Ватсон. Методология «Шесть сигм» как новый подход к обеспечению качества / Электронный ресурс: <https://www.inventech.ru/pdf/quality21/quality013.pdf>

[2] – Качество в XXI веке. Роль качества в обеспечении конкурентоспособности и устойчивого развития. – Москва: РИА «Стандарты и качество». –2004. – 280 с. / Электронный ресурс: <http://www.pqm-online.com/assets/files/lib/books/konti.pdf>

[3] – Электронный ресурс: <http://www.up-pro.ru/encyclopedia/six-sigma.html>

Юнік Д. (студ., 1 курс)

Окушко О. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – доц. Бобрицька Г.С.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ВІДНОШЕННЯ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ

Відношення – одне з основних понять сучасної математики. Мову відношень використовують для опису зв'язків між об'єктами. Відношення застосовуються при побудові реляційних баз даних, які, в свою чергу, широко застосовуються для збереження та обробки найрізноманітнішої інформації. Відношення також часто використовуються для представлення складних структур даних: списків, дерев, графів та ін.

Якщо відношення задано на декартовому добутку двох множин, то воно називається бінарним, трьох множин – триарним, n множин – n -арним. Бінарні відношення $R \subset A \times B$ здебільшого розглядають за умови $A=B$.

Задати бінарне відношення на множині A можна за допомогою списку пар, булевої матриці, матриці відношень, таблиці фактів чи певної властивості відношення. Також відношення можна звести до орієнтовного графа.

До властивостей відношень відносять рефлексивність, симетричність та транзитивність.

Матриця **рефлексивного** відношення характеризується тим, що всі елементи її головної діагоналі – одиниці, а матриця **іррефлексивного** відношення – тим, що зазначені елементи є нулями. Зауважимо, що симетричність відношення спричиняє також симетричність матриці.

Матриця **антисиметричного** відношення характеризується тим, що немає жодної пари одиниць на місцях, симетричних відносно головної діагоналі. Матриця асиметричного має таку ж властивість, до того ж всі елементи її головної діагоналі – нулі. Матриця **транзитивного** відношення характеризується тим, що коли $m_{ji} = 1$ і $m_{kj} = 1$ тоді $m_{ki} = 1$.

Оскільки відношення є множиною, то усі операції для множин можна робити і над відношеннями.

Нехай R – відношення із множини A в множину B , а S – відношення із множини B в множину C . *Композицією* відношень R та S називають відношення, яке складається з усіх можливих упорядкованих пар (a, c) , де $a \in A$, $c \in C$, і для яких існує елемент $b \in B$ такий, що $(a, b) \in R$, $(b, c) \in S$. Композицію відношень R та S позначають через $S \circ R$.

Відношення на множині A називають *відношенням еквівалентності*, якщо воно рефлексивне, симетричне й транзитивне. Два елементи множини A , які зв'язані відношенням еквівалентності, називають *еквівалентними*.

З відношенням еквівалентності тісно пов'язане поняття класу еквівалентності й розбиття множини на класи.

Оскільки відношення еквівалентності за означенням рефлексивне, то в будь-якому відношенні еквівалентності кожний елемент є еквівалентним до самого себе. Більше того, оскільки відношення еквівалентності за означенням транзитивне, то з того, що a та b еквівалентні, b та c еквівалентні, випливає, що a та c еквівалентні.

Матриця відношення еквівалентності. Нехай відношення еквівалентності задано в множині A .

Елементи, що належать одному класу еквівалентності, попарно еквівалентні між собою. Отже, стовпці матриці відношення еквівалентності для елементів одного класу еквівалентності однакові та містять одиниці у всіх рядках, які відповідають цим елементам. Оскільки класи еквівалентності не перетинаються, у стовпцях, які відповідають елементам різних класів, не буде одиниць в одних і тих самих рядках.

Відношення R на множині A називають *відношенням часткового порядку* (або *частковим порядком*), якщо воно рефлексивне, антисиметричне й транзитивне. Множину A із частковим порядком R називають *частково впорядкованою множиною* й позначають (A, R) .

Матриця відношення часткового порядку. Оскільки відношення часткового порядку є рефлексивним, головна діагональ матриці цього відношення містить одиниці. Через те що воно є асиметричним, жоден одиничний елемент не має симетричного собі відносно головної діагоналі. Оскільки це відношення є транзитивним, наявність одиниць на перетині i -го стовпця та j -го рядка й одиниці на перетині j -го стовпця і k -го рядка спричинює наявність одиниці на перетині i -го стовпця та k -го рядка.

Відношення знайшли своє застосування й у нашій спеціальності – інженерії програмного забезпечення. Завдяки ним створюються реляційні бази даних. Реляційна база даних це база даних, побудована на основі реляційної моделі, тобто база даних, що має табличний спосіб представлення даних, а на зовнішньому рівні, що задається набором однорідних таблиць. Кожний об'єкт записується рядком у таблиці. Рядок називається записом. Запис складається з полів різного типу. Реляційна база даних створюється й потім управляється за допомогою спеціальних засобів – реляційних систем керування базами даних.

Література

- [1] – Основні відомості про бази даних. Офіційний сайт Microsoft Office. Електронний ресурс: <https://support.office.com/uk-ua/article>
- [2] – Мальцев А. И. Алгебраические системы. – Москва : Наука, 1970. – 392 с.
- [3] – Відношення, їх властивості та операції над ними: Методичні вказівки з дисципліни «Комп'ютерна дискретна математика» для студентів спеціальності «Програмне забезпечення автоматизованих систем» / Укл.: П. В. Сердюк – Львів, 2012. – 31 с.

ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОФЕСІЙНО-ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

УДК 656.051

Атаманюк Г. В., аспірант
Наукові керівники – проф. Горбачов П. Ф.,
проф. Макарічев О. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

МОДЕЛІ ЗАТРИМОК ПІШОХОДІВ ТА ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ ПРИ ПЕРЕСІЧЕННІ ВУЛИЦЬ І ДОРІГ ЧЕРЕЗ РЕГУЛЬОВАНІ ПІШОХІДНІ ПЕРЕХОДИ З ВИЗИВНИМ ПРИСТРОЄМ

Метою роботи є створення аналітичних залежностей затримок пішоходів і транспортних засобів (ТЗ) при подоланні місць пересічення напрямів руху транспортних та пішохідних потоків на регульованому пішохідному переході (РПП) з визивним пристроєм (ВП) в залежності від їх інтенсивності на перегоні міських вулиць і автомобільних доріг поза зоною впливу перехресть.

Так як прибуття пішоходів до РПП розглядається як найпростіший потік, розподіл інтервалів в пішохідному потоці підпорядковується показовому закону. В цьому випадку час перебування пішоходів до РПП є випадковою величиною, яка має показниковий розподіл з параметром λ (піш./с), рівним інтенсивності підходу пішоходів.

Тоді із використанням індикаторів подій знайдена функція розподілу ймовірності для часу затримки пішохода T_{π} :

$$F_{T_{\pi}}(x) = P\{T_{\pi} \leq x\} = I(\tau_{\Gamma} \leq x < \tau_{\Gamma} + t_{\Delta}) \cdot \exp\{-\lambda[\tau_{\Gamma} + t_{\Delta} - x]\} + I(x > \tau_{\Gamma} + t_{\Delta}), \quad (1)$$

де τ_{Γ} – час гальмування ТЗ до повної зупинки, на який затримується включення дозволяючого сигналу для пішоходів після натискання на кнопку його виклику, с;

t_{Δ} – мінімальна тривалість дозволяючого сигналу для ТЗ, с;

T_{Π} – час затримки пішохода, с.

У результаті формула (1) дозволяє обчислити математичне сподівання [1, с. 150] часу затримки пішохода $\bar{T}_{\Pi}$ у вигляді:

$$\bar{T}_{\Pi} = \int_0^{\infty} [1 - F_{T_{\Pi}}(x)] dx = \int_0^{\tau_r} 1 \cdot dx + \int_{\tau_r}^{\tau_r + t_d} (1 - \exp\{-\lambda[\tau_r + t_d - x]\}) dx = \tau_r + \left(-\frac{1}{\lambda} \exp \cdot \right. \\ \left. x\{-\lambda[\tau_r + t_d - x]\} \right) \Big|_{\tau_r}^{\tau_r + t_d} + (\tau_r + t_d) - \tau_r = \tau_r + t_d - \frac{1}{\lambda} (1 - \exp(-\lambda t_d)). \quad (2)$$

Формула (2) представляє собою залежність між середнім часом затримки пішохода та інтенсивністю найпростішого пішохідного потоку при заданих часі гальмування ТЗ і мінімальній тривалості зеленого сигналу для їх проїзду. Вона створює можливість для розрахунку загальних витрат пішоходів при перетині РПП з ВП на ділянках міських вулиць та автомобільних доріг. Це досягається простим множенням середнього часу затримки переходу випадково обраного пішохода $\bar{T}_{\Pi}$ на інтенсивність пішохідного потоку λ :

$$T_{\text{зп}} = \tau_r + t_d - \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda t_d}) \cdot \lambda, \quad (3)$$

де $T_{\text{зп}}$ – загальні витрати часу пішоходів на подолання місця пересічення транспортного та пішохідного потоків у РПП з ВП на ділянці вулично-дорожньої мережі за заданий проміжок часу, с/с.

У тому випадку, коли водій транспортного засобу потрапляє на заборонний сигнал світлофора t_3 час затримки ТЗ у пішохідного переходу буде мати рівномірний розподіл в інтервалі $[0; t_3]$, тобто:

$$P\{T_{\tau} \leq x\} = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{t_3}, & 0 \leq x \leq t_3 \\ 1, & x > t_3 \end{cases}, \quad (4)$$

де T_{τ} – час затримки ТЗ, с;

t_3 – мінімальна тривалість для заборонного сигналу ТЗ, с.

Тоді час затримки ТЗ дорівнює:

$$T_{\tau} = \frac{1}{2} \cdot t_3. \quad (5)$$

З (5), втрачений ТЗ час при очікуванні дозволяючого сигналу світлофора дорівнює:

$$T_{\tau} = \tau_{\Gamma} + \frac{1}{2} \cdot t_3. \quad (6)$$

А час переходу пішохода через РПП можливо поділити на два періоди T_1 і T_2 :

$$T_1 = \frac{1}{\lambda} + T_{\Pi}; \quad (7)$$

$$T_2 = t_3. \quad (8)$$

Тоді ймовірність для ТЗ потрапити на заборонний сигнал світлофора дорівнює:

$$P = \frac{T_2}{T_1 + T_2} = \frac{t_3}{\frac{1}{\lambda} + T_{\Pi} + t_3}. \quad (9)$$

В результаті математичне сподівання часу затримки ТЗ у регульованого переходу з ВП $\bar{T}_{\tau}$ описується наступною залежністю:

$$\bar{T}_{\tau} = \left(\tau_{\Gamma} + \frac{1}{2} t_3 \right) \cdot P = \frac{\left(\tau_{\Gamma} + \frac{1}{2} t_3 \right) \cdot t_3}{\tau_{\Gamma} + t_{\Delta} + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t_{\Delta}} + t_3}. \quad (10)$$

Загальні витрати часу T_3 на подолання РПП з ВП отримуються множенням середнього часу затримки T_3 на інтенсивність транспортного потоку μ (10).

$$T_{3T} = \frac{\left(\tau_r + \frac{1}{2} t_3 \right) \cdot t_3}{\tau_r + t_d + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t_d} + t_3} \cdot \mu. \quad (11)$$

Отримані в роботі аналітичні залежності витрат часу пішоходів та T_3 на подолання РПП створюють основу для розрахунку та аналізу сумарних витрат часу всіх учасників руху в цій ситуації з метою визначення раціональних умов використання ПВП з точки зору економії часу.

Анотація. Розроблено аналітичні моделі витрат часу пішоходів і транспортних засобів на регульованих пішохідних переходах з визивними пристроями для визначення оптимального варіанту організації дорожнього руху в місцях перетину пішохідних та транспортних потоків на ділянках міських вулиць і автомобільних доріг.

Ключові слова: час затримки, пішохід, транспорт, пішохідний перехід, визивний пристрій.

Література

1. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. 8-е изд., испр. и доп. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – 448 с.

Баталова Т. С. (студ. ,4 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Нестеренко В. О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЗАСТОСУВАННЯ ОПЕРАЦІЙНОГО ЧИСЛЕННЯ ДО ЗНАХОДЖЕННЯ ЗАКОНІВ РУХУ МАТЕРІАЛЬНИХ ТОЧОК

На прикладі завдання з теоретичній механіці, які зводяться до диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами, розглянемо застосування операційного числення.

Завдання. Вантаж G , який знаходиться на горизонтальній площині, закріплений до пружини, жорсткість якої дорівнює c , масу якої не

враховуємо. Інший кінець пружини зафіксовано на площині. Коефіцієнт тертя при русі вантажу дорівнює k , коефіцієнт тертя в спокої дорівнює k_0 . У початковий момент пружина стиснута на a одиниць довжини. Знайти закон руху вантажу; визначити моменти найбільших послідовних подовжень та стискань пружини і їх величину. Коли рух вантажу припиниться та скільки він зробить коливань?

Розв'язання. Для того щоб вантаж почав рухатись, треба щоб в початковий момент відновлювальна сила пружини була більше за силу тертя спокою; $ca > k_0 mg$, звідси $a > \frac{k_0 mg}{c}$. Позначимо $\frac{c}{m} = \omega^2$. Рух може початись, коли $a > \frac{k_0 g}{\omega^2}$.

Рух буде проходити уздовж прямої, по якій направлена пружина. Цю пряму візьмемо за вісь Ox , а початок координат в кінці не розтягнутої пружини. Сили, які діють на вантаж:

а) відновлювальна сила пружини $F_1 = -cx$,

б) сила тертя $F_2 = \pm kmg$. Сила тертя направлена в бік, протилежний напрямку руху, знак перед силою протилежний знаку x' . Тому її можна записати у вигляді $F_2 = -km g \cdot \text{sign}(x')$. Функція $\text{sign}(x)$ за означенням:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, x > 0 \\ 0, x = 0 \\ -1, x < 0. \end{cases}$$

Рівняння руху вантажу, за II законом Ньютона, має вигляд

$$mx'' = -cx - km g \cdot \text{sign}(x'),$$

або, після ділення на m , та переносу cx ліворуч і позначення $\frac{c}{m} = \omega^2$

$$x'' + \omega^2 x = -kg \cdot \text{sign}(x').$$

Нехай послідовні моменти найбільший подовжень та стискань пружини будуть $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$. У початковий момент $\tau_0 = 0$ пружина стиснута і $x_0 = -a$; у момент τ_n рух вантажу припиняється тому, що відновлювальна сила пружини у цей момент буде меншою сили тертя спокою.

Оскільки спочатку пружина була стиснута, то в проміжку часу $0 < t < \tau_1$, швидкість $x' > 0$, в проміжку $\tau_1 < \tau_2$, $x' < 0$ і т.д. Тому

функцію $sign(x')$ можна виразити через одиничну функцію Хевісайда

$$\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases} \text{ таким чином:}$$

$$\begin{aligned} sign(x') &= (1 - \sigma(t - \tau_1)) - (\sigma(t - \tau_1) - \sigma(t - \tau_2)) + (\sigma(t - \tau_2) - \\ &- \sigma(t - \tau_3)) - \dots + (-1)^{n-1}(\sigma(t - \tau_{n-1}) - \sigma(t - \tau_n)) = \\ &= 1 + 2 \sum_{i=1}^{i=n-1} (-1)^i \sigma(t - \tau_i) + (-1)^n \sigma(t - \tau_n). \end{aligned}$$

Підставляємо цю функцію у диференціальне рівняння і одержимо остаточний вигляд рівняння руху вантажу:

$$x'' + \omega^2 x = -kg (1 + 2 \sum_{i=1}^{i=n-1} (-1)^i \sigma(t - \tau_i))$$

(ми не враховуємо останній доданок у виразі функції $sign(x')$, оскільки у момент τ_n рух припиняється, тому при русі $t < \tau_n$ і $\sigma(t - \tau_n) \equiv 0$).

Находимо зображення кожного доданка рівняння, враховуючи початкові умови при $t = 0$, $x_0 = -a$, $x'_0 = 0$, та дістанемо рівняння із зображень ($x(t) \leftarrow X(p)$,

$$x''(t) \leftarrow p^2 X(p))$$

$$(p^2 + \omega^2)X(p) + pa = -\frac{kg}{p} (1 + 2 \sum_{i=1}^{i=n-1} (-1)^i e^{-\tau_i p})$$

Звідси

$$\begin{aligned} X(p) &= -\frac{ap}{p^2 + \omega^2} - \frac{kg}{p(p^2 + \omega^2)} (1 + 2 \sum_{i=1}^{i=n-1} (-1)^i e^{-\tau_i p}) = \\ &= -\frac{ap}{p^2 + \omega^2} - \frac{kg}{\omega^2} \left(\frac{1}{p} - \frac{p}{p^2 + \omega^2} \right) (1 + 2 \sum_{i=1}^{i=n-1} (-1)^i e^{-\tau_i p}). \end{aligned}$$

По зображенню знаходимо оригінал (закон руху вантажу)

$$\begin{aligned} x(t) &= -a \cos \omega t - \frac{kg}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) - \frac{2kg}{\omega^2} \sum_{i=1}^{i=n-1} (-1)^i \sigma(t - \tau_i) (1 - \\ &- \cos \omega(t - \tau_i)). \end{aligned}$$

Для знаходження моментів зупинки руху (моменти найбільших подовжень та стискань пружини) знаходимо $x'(t)$

$$x'(t) = \left(a\omega - \frac{kg}{\omega} \right) \sin \omega t - \frac{2kg}{\omega} \sum_{i=1}^{i=n-1} (-1)^i \sigma(t - \tau_i) \sin \omega(t - \tau_i).$$

Послідовно знаходимо для проміжків часу $(0, \tau_1)$, (τ_1, τ_2)

$$1) \ 0 < t < \tau_1; \ \sigma(t - \tau_i) = 0; \ (i = 1, 2, \dots, n-1)$$

$$x(t) = -a \cos \omega t - \frac{kg}{\omega^2} (1 - \cos \omega t); \quad x'(t) = (a\omega - \frac{kg}{\omega}) \sin \omega t$$

$x'(\tau_1) = 0$, τ_1 – найменший додатний корінь рівняння $x'(t) = 0$. Звідси

$$\tau_1 = \frac{\pi}{\omega}; \quad x(\tau_1) = a - \frac{2mg}{\omega^2}.$$

$$2) \frac{\pi}{\omega} = \tau_1 < t < \tau_2; \sigma(t - \tau_1) = 1; \sigma(t - \tau_1) = 0 \quad i = 2, 3, \dots, n-1.$$

$$x(t) = -a \cos \omega t - \frac{kg}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) + \frac{2kg}{\omega^2} (1 - \cos \omega(t - \frac{\pi}{\omega}))$$

$$x'(t) = (a\omega - \frac{kg}{\omega}) \sin \omega t + \frac{2kg}{\omega} \sin \omega(t - \frac{\pi}{\omega}).$$

$x'(\tau_2) = 0$, τ_2 – найменший корінь рівняння $x'(t) = 0$, $\tau_1 = \frac{\pi}{\omega}$.

$$\text{Звідси } \tau_2 = \frac{2\pi}{\omega}; \quad x(\tau_2) = -a + \frac{4kg}{\omega^2}.$$

$$\text{Послідовно знайдемо } \tau_3 = \frac{3\pi}{\omega}; \quad \tau_4 = \frac{4\pi}{\omega}; \quad \dots; \quad \tau_n = \frac{n\pi}{\omega}$$

$$x(\tau_3) = +a - \frac{6kg}{\omega^2}; \quad x(\tau_4) = -a + \frac{8kg}{\omega^2}; \quad \dots; \quad x(\tau_n) = (-1)^{n-1} \left(a - \frac{2nkg}{\omega^2} \right).$$

Оскільки рух припиняється при $t = \tau_{bn}$, то у цей момент часу відновлювальна сила пружини, яка дорівнює $c|x(\tau_n)| = m\omega^2|x(\tau_n)|$, повинна бути меншою за силу тертя спокою k_0mg . Отже, число коливань n визначається за умови

$$m\omega^2|x(\tau_n)| = m\omega^2(a - \frac{2nkg}{\omega^2}) < k_0mg ,$$

Звідки $n > \frac{a\omega^2 - k_0g}{2kg}$, n – найменше натуральне число, яке задовольняє нерівності.

Анотація. В роботі розглядається застосування операційного числення до дослідження руху матеріальної точки у горизонтальній площині, яка прикріплена до пружини. Знаходиться закон руху, амплітуди затухаючих коливань та їх кількість, коли на матеріальну точку впливає тертя.

Література

- [1] – Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика. Підручник – К.: Либідь, 1996 – 440с.
- [2] – Пискунов М.М. Дифференциальное и интегральное исчисления. – М: Интеграл. – Пресс. 2004. Т.2. – 529с.
- [3] – Саппа Ж.В. Операційне числення. Конспект лекцій. – Харків: Видавництво ХНАДУ, 2001 – 24

ИНТЕГРАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ВОЛЬТЕРРА В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Введем семейство банаховых пространств $M_{q,\gamma}^{k,\alpha}$, $q \geq 1$:

$$M_{q,\gamma}^{k,\alpha} = \left\{ \varphi(x) : \varphi^{(i)}(x) = x^{\alpha-qi} e^{\gamma \int_x^\delta \frac{dt}{t^q}} \omega_i(x), \right. \\ \left. \omega_i(x) \in Q([0, \delta], E); \|\varphi\|_{M_{q,\gamma}^{k,\alpha}} = \max_{0 \leq i \leq k} \|\omega_i\|_{Q([0, \delta], E)} \right\}.$$

Рассматривается интегральное уравнение Вольтерра I рода вида

$$\int_0^x K(x, t) u(t) dt = 0, \quad (0 \leq x \leq \delta) \quad (1)$$

в $M_{4,v}^{0,-12}$, где $K(x, t)$ – заданная функция со значениями в $L(E)$, имеющая вид

$$K(x, t) = [-4C_0 x^7 t + 5C_0 x^8] + [C_1 x^5 - C_1 x^4 t] + \left[\frac{1}{2} C_2 t^2 - C_2 x t + \frac{1}{2} C_2 x^2 \right], \quad (2)$$

где операторы C_0 , C_1 , C_2 являются ограниченными в E .

Введем в рассмотрение операторный пучок

$$B_v = -vC_0 + C_1 - \frac{1}{v}C_2. \quad (3)$$

Теорема. Пусть выполнены следующие условия:

- 1) пучок (3) имеет характеристическое число $v + i\mu$ ($v < 0$);
- 2) характеристическому числу $v + i\mu$ соответствует собственный вектор $e_1^0 + ie_2^0$ и присоединенные векторы $e_1^1 + ie_2^1$, $e_1^2 + ie_2^2$.

Тогда для уравнения (1) существует решение вида

$$u(x) = \left[\frac{1}{x^8} e^{\gamma \int_x^\delta \frac{dz}{z^8}} \left[\sum_{k=0}^2 \left[e_1^{2-k} \sin \left(\mu \int_x^\delta \frac{dz}{z^8} \right) + e_2^{2-k} \cos \left(\mu \int_x^\delta \frac{dz}{z^8} \right) \right] \left(\int_x^\delta \frac{dz}{z^8} \right)^k \right] \right]^{(2)}.$$

Литература

- [1] – Сапронов, И.В. О решении уравнения Вольтерра в банаховом пространстве / И.В. Сапронов, В.В. Зенина, П.Н. Зюкин // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2016. – № 1-1. – С. 100-101.

НАСКРІЗНА КОМП'ЮТЕРНА ПІДГОТОВКА НА БАЗІ SOLIDWORKS

Ідея наскрізної комп'ютерної підготовки полягає у системному застосуванні інформаційних технологій в основних загальноосвітніх і профільюючих курсах. Тому метою вивчення програмного комплексу SolidWorks/Simulation/Motion/Flow/ є засвоєння методології наскрізного процесу проектування, інженерного аналізу й підготовки виробництва виробів. Цей пакет програм дає повний цикл моделювання не тільки для загальних задач машинобудування, а й для спеціалізованих завдань, наприклад, автомобільного транспорту.

У SolidWorks створюють твердотільні моделі стандартних деталей на основі керуючих таблиць із типорозмірами майбутніх елементів бібліотеки, а також організовують їх в ієрархічно впорядковану структуру із загальним інтерфейсом.

Наскрізна комп'ютерна підготовка на базі SolidWorks починається з дисципліни «Інженерна і комп'ютерна графіка». Засоби SolidWorks дозволяють поєднувати в одному складанні різнотипні деталі й підзбірання, створювати складальні одиниці. Вбудовані засоби оформлення креслення допускають відслідковувати асоціативний зв'язок між моделлю та її кресленням. Характерний атрибут SolidWorks – після створення твердотільної моделі автоматично отримуються робочі креслення деталі або збірки із зображеннями основних видів, проекцій, проставлянням розмірів й позначень.

На основі отриманих знань, умінь й навичок роботи у SolidWorks відбувається подальше поглиблене вивчення можливостей тривимірного проектування, яке використовується у дисциплінах «Теоретична механіка», «Опір матеріалів», «Теорія механізмів і машин», «Деталі машин»,

«Взаємозамінність, стандартизація та технічні вимірювання», «Комп'ютерне забезпечення процесів відновлення», «Контроль якості покриттів», «САПР технологічних процесів зміцнення та відновлення», «Моделювання технологічних процесів», «Інформаційні технології на автомобільному транспорті», що реалізуються при міцнісних, стійкісних, втомних, кінематичних та інших розрахунках.

Наскрізну комп'ютерну підготовку на базі SolidWorks розглянемо на прикладі розрахунку корпусу пристрою для розбирання з'єднань з натягом, так як багато спряжених деталей автомобілів, тракторів, сільськогосподарських машин з'єднані між собою даним способом. Досить часто роз'єднувані деталі пошкоджуються або й руйнуються через застосування інструментів, не призначених для виконання таких операцій розбирання (молотки, кувалди, зубила тощо).

Пристрій (рис. 1) складається з силового гвинта 1, корпусу 2, рукояті 3 і пластини 4. Принцип його дії полягає в тому, що необхідне зусилля передається крутним моментом через силовий гвинт. Проведемо статичний розрахунок корпусу (рис. 2) пристрою.

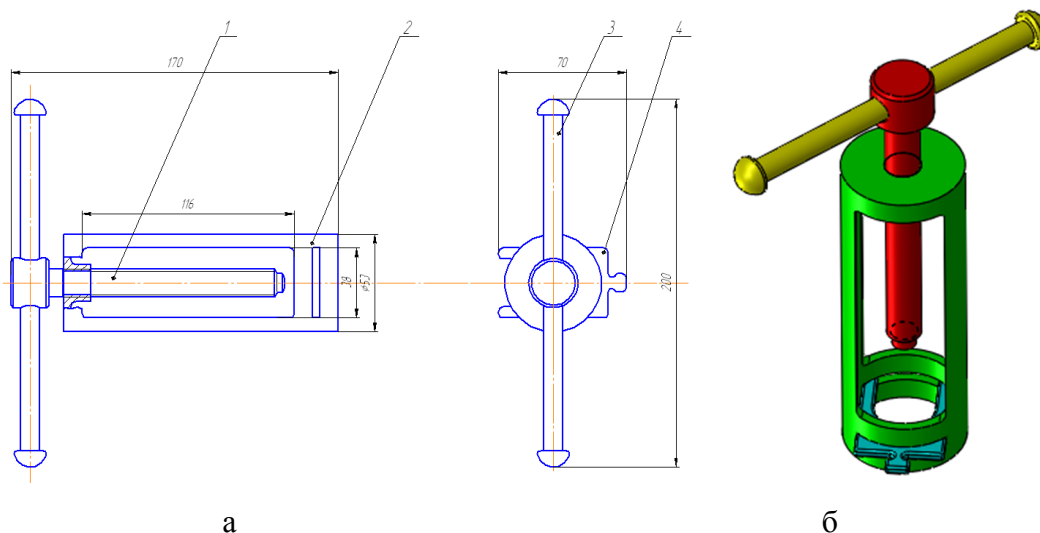


Рисунок 1 – Складальне креслення (а) й 3D-модель пристрою для розбирання з'єднань з натягом

З бібліотеки SolidWorks вибрані сталь DIN 1.1191 (C45E), з якої виготовлений корпус.

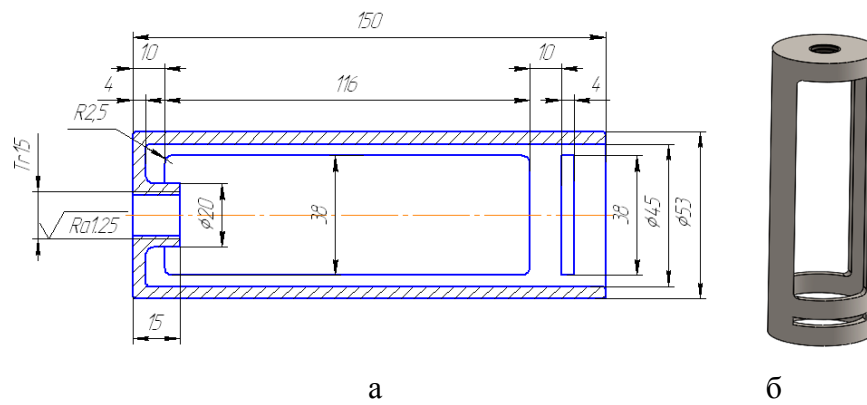


Рисунок 2 – Креслення (а) й 3D-модель корпусу (б).

Дефініція опор та прикладення навантаження (максимальна сила випресування підшипника $F_{\max} = 7850$ Н [2]) відображено на рис. 3. Розрахунками встановлено, що максимальні вузлові напруження Von Mises, переміщення URES й еквівалентна деформація ESTRN для корпусу складають $\sigma = 324,8$ МПа, $h = 0,09716$ мм (рис. 4) і $\delta = 0,0008969$ відповідно, тобто не перевищують допустимих значень. При цьому мінімальний коефіцієнт запасу міцності знаходиться у вузлі № 3756 і становить $k = 1,739$, що більше допустимого ($[k] = 1,5$).

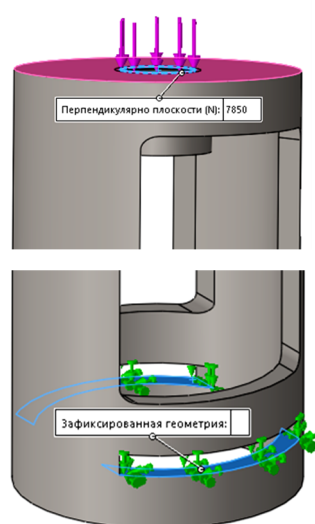


Рисунок 3 – Дефініція опор корпусу та прикладення навантаження

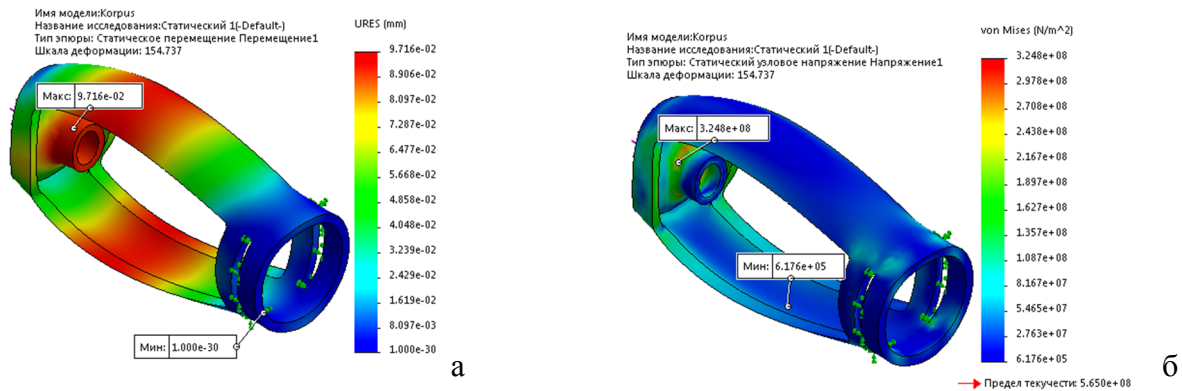


Рисунок 4 – Контурні графіки сумарних вузлових напружень von Mises (а) і переміщень URES (б) корпусу

Таким чином, використання методу SolidWorks у навчальному процесі збільшує можливості постановки навчальних задач і керування процесом їх виконання.

Анотація. Визначено перелік дисциплін, які забезпечують наскрізну комп'ютерну підготовку на базі SolidWorks.

Ключові слова: SolidWorks, пристрій, корпус, натяг.

Література

[1] – Боровик О. В. Використання SolidWorks для інформатизації освіти та управління навчальним процесом / О. В. Боровик, О. Ю. Рудик, В. С. Боднаровський // Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології у виробництві та освіті: стан, досягнення, перспективи розвитку: матеріали Всеукраїнської науково-практичної Internet-конференції. – Черкаси, 2018. – С. 113-115.

[2] – Семенов В. М. Нестандартный инструмент для разборочно-сборочных работ / В.М. Семенов. – М.: Колос, 1975. – с. 186.

Дорохина А. С. (студ.,
Научный руководитель – доц. Веневитина С. С.
Воронежский государственный лесотехнический университет
им. Г.Ф. Морозова (Воронеж, Россия)

ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С N ПЕРЕМЕННЫМИ

Пусть требуется найти максимальное значение функции

$$F(X) = 4x_1 + 2x_2 + 4,8x_3 + x_4 - 3,8 \quad (1)$$

При ограничениях

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 2 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases} \quad (2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

Графическим методом можно решать задачи линейного программирования, имеющие каноническую форму, в том случае, если разность между числом неизвестных системы n и числом линейно независимых уравнений системы m не превышает числа 2.

Проверим, применим ли графический метод. Так как определитель матрицы из коэффициентов при переменных x_1 и x_2

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 - 3 \cdot (-1) = 5 \neq 0,$$

то число линейно независимых уравнений равно 2. Проверяем условие $n - m \leq 2$: $n - m = 4 - 2 = 2 \leq 2$. Следовательно, графический метод применим в нашем случае.

Приведем систему ограничений (2) к равносильной разрешенной методом Жордана – Гаусса. Также исключим базисные неизвестные из целевой функции (1), для чего запишем ее коэффициенты в последней строке таблицы, под матрицей системы. Последний столбец таблицы нужен для контроля правильности вычислений

x_1	x_2	x_3	x_4	f_i	Σ
$\langle 1 \rangle$	-1	4	-2	2	4
3	2	-1	4	3	11
4	2	4,8	1	3,8	15,6
1	-1	4	-2	2	4
0	5	-13	$\langle 10 \rangle$	-3	-1
0	6	-11,2	9	-4,2	-0,4
1	0	1,4	0	1,4	3,8
0	0,5	-1,3	1	-0,3	-0,1
1	1,5	0,5	0	-1,5	0,5

Задача (1) – (2) примет вид:

$$F(X) = 1,5x_2 + 0,5x_3 + 1,5 \rightarrow \max \quad (3)$$

$$\begin{cases} x_1 + 1,4x_3 = 1,4 \\ 0,5x_2 - 1,3x_3 + x_4 = -0,3 \end{cases} \quad (4)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

Отбросим в уравнениях-ограничениях неотрицательные базисные переменные x_1 и x_4 , и заменим знаки «=» на « $\leq$ ». Получим эквивалентную стандартную задачу ЛП с двумя переменными, которую можно решать графическим методом:

$$F(X) = 1,5x_2 + 0,5x_3 + 1,5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 1,4x_3 \leq 1,4 \\ 0,5x_2 - 1,3x_3 \leq -0,3 \end{cases}$$

$$x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0.$$

Построим область допустимых решений – ABC и вектор $\vec{c}(1,5; 0,5)$, показывающий направление наискорейшего изменения целевой функции (рис.1). Линия уровня F_0 задается уравнением

$$F_0 = 1,5x_2 + 0,5x_3 + 1,5 = \text{const}.$$

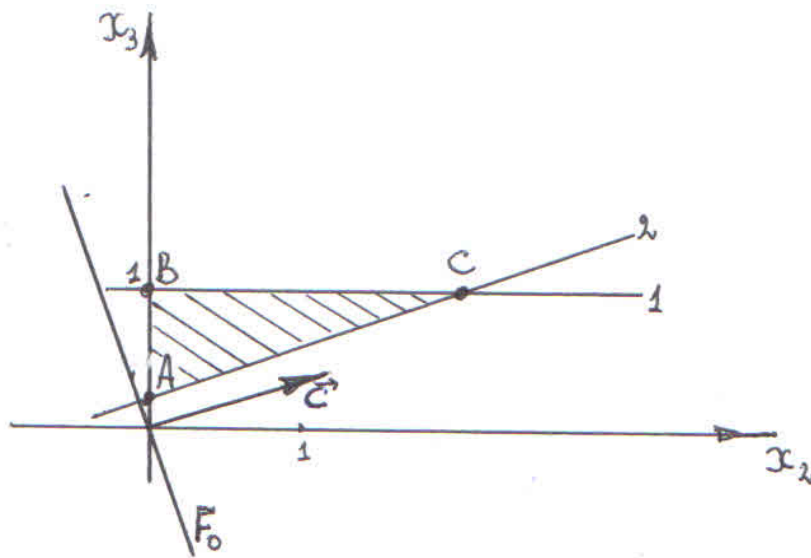


Рисунок 1 – Область допустимых решений – треугольник ABC

Перемещаем линию уровня по направлению вектора $\vec{c}$ и находим точку выхода прямой F_0 из области допустимых решений – точку C . Определим координаты точки C , как точку пересечения прямых, заданных уравнениями:

$$\begin{cases} 1,4x_3 = 1,4 \\ 0,5x_2 - 1,3x_3 = -0,3 \end{cases}$$

Решая систему, получим координаты точки $C(2;1)$, в которой и будет оптимальное решение, т.е. $X_{opt} = (x_2^*; x_3^*) = (2; 1)$, при этом

$$F_{\max} = F(x_2^*; x_3^*) = 1,5 \cdot 2 + 0,5 \cdot 1 + 1,5 = 5.$$

Используя систему ограничений (4), найдем оптимальное решение исходной задачи (1) – (2)

$$\begin{cases} x_1^* = 1,4 - 1,4x_3 = 1,4 - 1,4 \cdot 1 = 0 \\ x_4^* = -0,3 - 0,5x_2 + 1,3x_3 = -0,3 - 0,5 \cdot 2 + 1,3 \cdot 1 = 0 \end{cases}$$

Таким образом,

$$X_{opt} = (x_1^*; x_2^*; x_3^*; x_4^*) = (0; 2; 1; 0) \text{ и } F_{\max} = F(X_{opt}) = F(0; 2; 1; 0) = 5.$$

Ісмієв Р. І. (студ., 5 курс)
 Науковий керівник – проф. Філер З. Ю.
*Центральноукраїнський державний педагогічний університет
 ім. Володимира Винниченка*

КОЕФІЦІЄНТ КОРЕЛЯЦІЇ ГАРМОНІЧНИХ КОЛИВАНЬ

Коефіцієнт кореляції (далі КК) двох статистичних масивів X, Y можна розглядати як косинус кута між багатовимірними центрованими векторами, який дорівнює відношенню суми добутків відповідних координат до добутку їх модулів [4] де $\bar{X}$ та $\bar{Y}$ є середніми значеннями даних масивів:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}} \quad (1)$$

Тоді стає зрозумілою незалежність його від модулів цих векторів та залежність від «зсувів фаз» в загальному випадку.

Зокрема, для масивів значень гармонічних коливань він визначається тільки різницею фаз, яка в разі коливань однакової частоти є сталою, рівною різниці початкових фаз. Далі наведено приклади для коливань різних частот та коливань однакової частоти використовуючи функції $f_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \theta_1)$, $f_2(t) = A_2 \cos(\omega_2 t + \theta_2)$, де $A_{1,2}$ – амплітуда, $\omega_{1,2}$ – частоти, $\theta_{1,2}$ – зсув фаз.

Розглянемо випадок, коли частоти функцій різні, тобто $\omega_1 \neq \omega_2$:

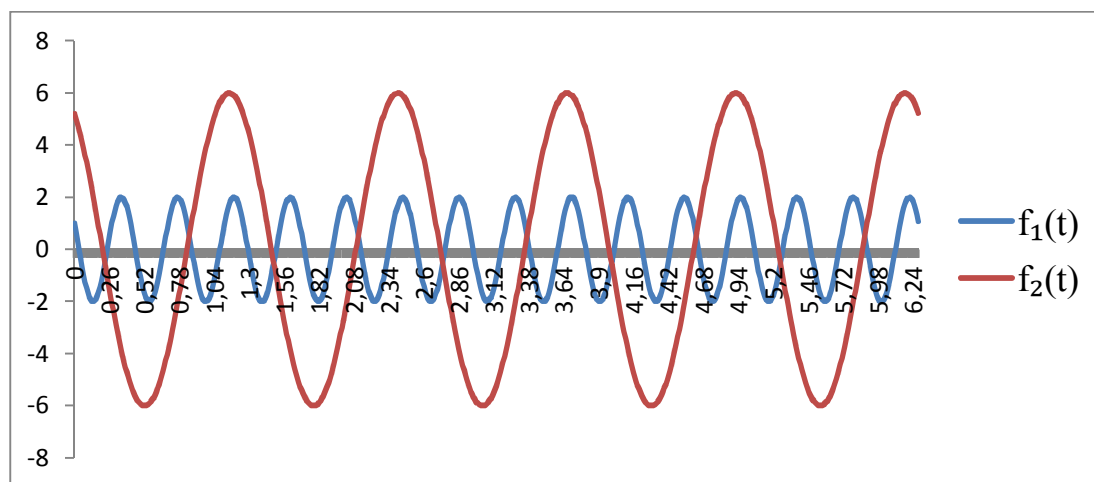


Рисунок 1 – Графік функцій $f_1(t) = 2 \cos(15t + \pi/3)$ і $f_2(t) = 6 \cos(5t + \pi/6)$

КК гармонічних коливань з різними частотами, відрізком $(0; 2\pi)$ і кроком $h = 0,01$ дорівнює $0,00098$. Якщо спрямувати крок h до 0 , то і $КК \rightarrow 0$.

Розглянемо випадок, коли частоти функцій однакова, тобто $\omega_1 = \omega_2$:

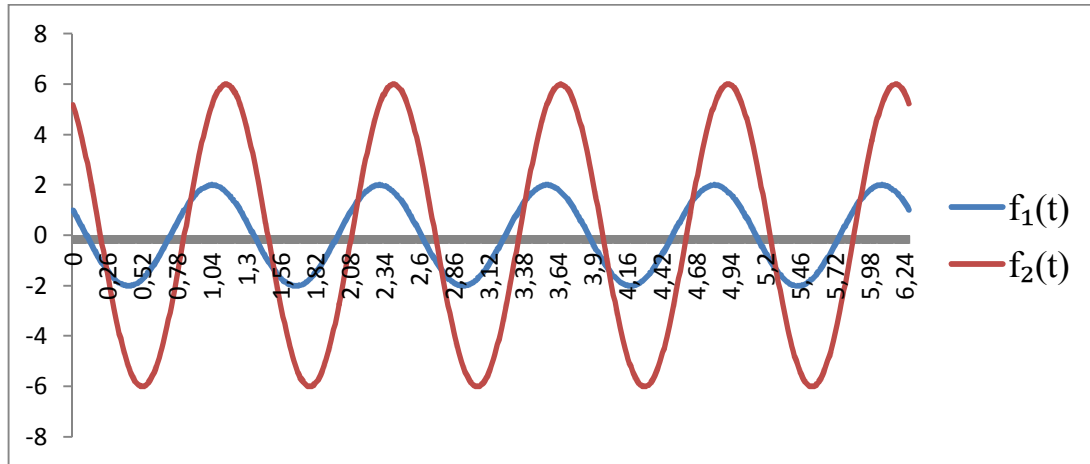


Рисунок 2 – Графік функцій $f_1(t) = 2 \cos(5t + \pi/3)$ і $f_2(t) = 6 \cos(5t + \pi/6)$

КК гармонічних коливань з однаковою частотою становить $0,8660298$ за формулою (1), а значення $\cos(\pi/3 - \pi/6) = 0,8660254$. Вони відрізняються на $4,4 \cdot 10^{-6}$. Якщо спрямувати крок h до 0 , то КК співпадатиме зі значенням косинуса різниці зсувів початкових фаз. Звідси й впливає необхідність враховувати ці факти для оцінки залежності одних майже періодичних коливань від інших.

Покажемо, що КК між двома функціями дорівнює $\text{sign}(A_1 A_2) \cos(\theta_1 - \theta_2)$, застосовуючи формулу $КК = (X^\circ, Y^\circ) / |X^\circ Y^\circ|$, де X° і Y° – центровані змінні. Розглянемо функції на відрізку $(0; 2\pi)$ з кроком $h = 0,1$:

$$f_1(t) = -3 \cos\left(5t + \frac{\pi}{3}\right), \quad f_2(t) = 6 \cos\left(5t + \frac{\pi}{6}\right).$$

КК складає $-0,865688$, а $\cos(\theta_1 - \theta_2) = -0,866025$. Застосовуючи формулу $КК = (X^\circ, Y^\circ) / |X^\circ Y^\circ|$ ми отримали $КК = -0,865682$. Як бачимо, він майже співпадає зі значенням $\cos(\theta_1 - \theta_2)$ (різниця між ними становить $3,43 \cdot 10^{-6}$). Спрямовуючи крок h до 0 , маємо $КК = (X^\circ, Y^\circ) / |X^\circ Y^\circ| \rightarrow \cos(\theta_1 - \theta_2)$.

В електротехніці є поняття «косинуса фі», який характеризує відношення активної потужності до повної. Розглянемо R-L-C контур, що зображено на рис. 3. Запишемо рівняння контуру, використовуючи узагальнений закон Ома:

$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{\int i(t)dt}{c} = E \cos(\omega t)$ [3, ст. 11]. Шукаючи його усталений розв'язок у вигляді $i = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ та підставляючи його у рівняння контуру, маємо:

$$\frac{1}{\omega c} (A \sin(\omega t) - B \cos(\omega t)) + R(A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) + L\omega (B \cos(\omega t) - A \sin(\omega t)) = E \cos(\omega t).$$

Запишемо у систему коефіцієнти при косинусі та синусі і зведемо їх:

$$\begin{cases} RA + B \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right) = E \\ A \left(\frac{1}{\omega c} - L\omega \right) + RB = 0 \end{cases}.$$

Розв'яжемо дану систему рівнянь методом Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} R & \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right) \\ \left(\frac{1}{\omega c} - L\omega \right) & R \end{vmatrix} = R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right)^2,$$

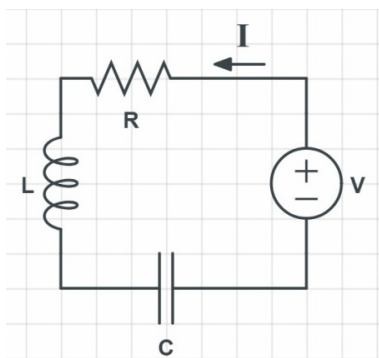
$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E & L\omega - \frac{1}{\omega c} \\ 0 & R \end{vmatrix} = ER, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} R & E \\ \frac{1}{\omega c} - L\omega & 0 \end{vmatrix} = E \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right).$$

$$A = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{ER}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right)^2}, \quad B = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{E \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right)}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right)^2}.$$

Далі зробимо деякі перетворення [2, с. 102]:

$$i_r = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cdot \cos(\omega t - \theta) =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{ER}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right)^2} \right)^2 + \left(\frac{E \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right)}{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega c} \right)^2} \right)^2} \cdot \cos(\omega t - \theta) =$$



$$= \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \cdot \cos(\omega t - \theta) = E \cos(\omega t).$$

$$\cos(\theta) = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Рис. 3. R-L-C контур

Як правило, поняття КК не вживають в електротехніці, але насправді ця характеристика є КК між електрорушійною силою та струмом. Він не залежить від модуля електрорушійної сили. Аналогічно можна розглянути коливання тіла маси m на пружині з жорсткістю c та технологічним навантаженням – опором R . Вони описуються рівнянням для швидкості $v(t)$ типу R-L-C: $\cos(\theta) = R / \sqrt{R^2 + \left(m\omega - \frac{c}{\omega}\right)^2}$. Якщо прирівняти вираз $m\omega - c/\omega$ до 0, то КК буде рівним 1, тобто активна енергія буде дорівнювати повній [1, с. 514]. У механічній системі в резонансному режимі, коли $\omega^2 = c/m$, вся енергія витрачається на навантаження R .

Анотація. Розглядається аналог коефіцієнта кореляції (КК) для неперервної системи. Розглядається приклад електричної схеми типу R-L-C. Ним є відомий коефіцієнт потужності контуру $\cos(\varphi)$. В режимі резонансу він дорівнює 1. Для механічної системи коливань маси m на пружині жорсткістю c з лінійним демпфером R цей коефіцієнт дорівнює

$\cos(\theta) = R / \sqrt{R^2 + \left(m\omega - \frac{c}{\omega}\right)^2}$. В режимі резонансу вся енергія збудника коливань використовується повністю.

Ключові слова: електрорушійна сила, коефіцієнт кореляції, гармонічні коливання, коефіцієнт потужності.

Література

- [1] – Калашников С. Г. Электричество: [учеб. пособие]. – 6-е изд., стереот. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 624 с.
- [2] – Кононюк А.Е. Информациология. Общая теория информации. К.: Освіта України, 2011. Книга 4. – 488 с.
- [3] – Резонансные свойства RLC-цепей : [учеб.-метод. пособие] / [сост. В. Х. Осадченко, Я. Ю. Волкова, Ю. А. Кандрина]. – Екатеринбург: Изд-во Урал, ун-та, 2013. – 64 с.
- [4] – Кореляція і залежність [Електронний ресурс]. – Режим перегляду: https://uk.wikipedia.org/wiki/Кореляція_і_залежність.

Кащенко М. А. (студ., 2 курс)
Научный руководитель – преп. Усков В. И.
*Воронежский государственный лесотехнический университет
имени Г.Ф. Морозова, Воронеж (Россия)*

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ В. ЛЕОНТЬЕВА С ВЫРОЖДЕННЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ФОНДОЕМКОСТИ

Рассматривается закрытая динамическая модель межотраслевого баланса В. Леонтьева, описываемая уравнением

$$B \frac{dX}{dt} = (I - A)X(t), \quad (1)$$

где $B = (b_{ij})$ – матрица коэффициентов капиталоемкости приростов производства, $A = (a_{ij})$ – матрица коэффициентов прямых материальных затрат, $X(t)$ – вектор-столбец объемов производства, I – единичная матрица, $t \in [0, T]$ [1]. Предполагается, что матрица A продуктивна, то есть выполняется условие

$$\max_{j=\overline{1,3}} \sum_{i=1}^3 |a_{ij}| < 1. \quad (2)$$

С помощью замен $B \rightarrow A$, $I - A \rightarrow B$, $X \rightarrow x$ уравнение (1) сводится к уравнению вида

$$A \frac{dx}{dt} = Bx(t). \quad (3)$$

Для уравнения (3) ставится задача Коши:

$$x(0) = x_0. \quad (4)$$

Исследуется случай вырожденной матрицы A ($\det A = 0$). Тогда решение задачи существует не при всех значениях x_0 . Предполагается, что A имеет одномерное ядро.

Цель работы: определить, при каких условиях решение поставленной задачи существует, единственно и найти это решение.

Полученный результат применяется на примере трех отраслей народного хозяйства, то есть $A, B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $x(t) \in \mathbb{R}^3$, $x_0 \in \mathbb{R}^3$ и иллюстрируется конкретными значениями операторных коэффициентов.

Решение задачи (3), (4). Пусть оператор A , действующий из $\mathbb{R}^n$ в $\mathbb{R}^n$, задается вырожденной квадратной матрицей. Тогда он обладает свойством фредгольмовости [2], то есть имеют место разложения в прямые суммы [3]

$$\mathbb{R}^n = \text{Coim } A \oplus \text{Ker } A, \quad \mathbb{R}^n = \text{Im } A \oplus \text{Coker } A,$$

где $\text{Ker } A$ – ядро оператора A , $\text{Coim } A$ – прямое дополнение к $\text{Ker } A$; $\text{Coker } A$ – дефектное подпространство; $\dim \text{Ker } A = \dim \text{Coker } A < \infty$ (в нашем случае $= 1$); сужение $\tilde{A}$ на $\text{Coim } A$ имеет ограниченный обратный $\tilde{A}^{-1}$.

Пусть Q – проектор на $\text{Coker } A$, $A^- = \tilde{A}^{-1}(I - Q)$ – полуобратный оператор. Фиксируем элементы $e \in \text{Ker } A$, $\varphi \in \text{Coker } A$. Определим в $\text{Coker } A$ скалярное произведение $\langle \cdot, \cdot \rangle$ так, чтобы $\langle \varphi, \varphi \rangle = 1$.

Пусть оператор B действует из $\mathbb{R}^n$ в $\mathbb{R}^n$.

Вводится оператор

$$D = A^-B(\cdot) - \frac{\langle QBA^-B(\cdot), \varphi \rangle}{\langle QBe, \varphi \rangle} \cdot e,$$

Применив следующие результаты: решение линейного уравнения $Ax = y$ [4], решение линейного дифференциального уравнения первого порядка в банаховом пространстве [5], получим следующее утверждение.

Теорема. Пусть выполнено условие

$$\langle QBe, \varphi \rangle \neq 0. \quad (5)$$

Тогда решение задачи (3), (4) существует при выполнении условия

$$\langle QBx_0, \varphi \rangle = 0. \quad (6)$$

Оно единственно, имеет вид

$$x(t) = \exp(t \cdot D)x_0. \quad (7)$$

Это решение обладает свойством

$$\langle QBx(t), \varphi \rangle \equiv 0, \quad t \in [0, T].$$

Замечание. Операторная экспонента $\exp(t \cdot D)$ может быть разложена в ряд Тейлора:

$$\exp(t \cdot D) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{t^j}{j!} D^j.$$

3. Пример

Рассмотрим задачу (3), (4) с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.3 \\ 0 & 0.3 & 0.9 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.35 & 0.2 \\ 0.3 & 0.15 & 0.25 \\ 0.2 & 0.3 & 0.15 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Оператор A вырожден, следовательно, фредгольмов. Имеем:

$$\text{Ker } A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ x_2 \\ -\frac{1}{3}x_2 \end{pmatrix} \right\}, \quad \text{Coim } A = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ \frac{1}{3}x_2 + x_3 \end{pmatrix} \right\},$$

$$\text{Im } A = \left\{ \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 3y_2 \end{pmatrix} \right\}, \quad \text{Coker } A = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -3y_2 + y_3 \end{pmatrix} \right\},$$

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & 0 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad A^{-} = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{10}{3} & 0 \end{pmatrix}.$$

Оператор A имеет одномерное ядро. Возьмем элементы

$$e = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -\frac{1}{3} \end{pmatrix} \in \text{Ker } A, \quad \varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in \text{Coker } A \text{ (при этом выполнено условие}$$

$$\langle \varphi, \varphi \rangle = 1).$$

Имеют место равенство (5): $\langle QBe, \varphi \rangle = 0.05 \neq 0$ и условие

$$\text{продуктивности (2): } \max_{j=\overline{1,3}} \sum_{i=1}^3 |c_{ij}| = 0.75 < 1 \quad (c_{ij} \text{ — это элементы}$$

матрицы B в (8)).

Воспользуемся утверждением теоремы. Решение задачи (3), (4), (8) с условием

$$x(0) = x_0 = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$$

существует при выполнении равенства (6), то есть

$$70a + 15b + 60c = 0.$$

Оно определяется по формуле (7).

Аннотация. Статья посвящена исследованию динамической модели В. Леонтьева в случае, когда матрица фондоемкости, стоящая перед производной искомой вектор – функции объемов производства, является вырожденной. Определяются условия, при которых решение задачи Коши для этой модели существует, единственно. Результат иллюстрируется конкретными значениями операторных коэффициентов.

Литература

- [1] – Экономико-математические модели и методы / Под общей ред. А.В. Кузнецова. – Мн.: БГЭУ, 2000.
- [2] – Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. – М.: Добросвет, МЦНМО, 1998.
- [3] – Никольский С.М. Линейные уравнения в линейных нормированных пространствах // Изв. АН СССР. Серия матем. – 1943. – Т. 7, № 3. – С. 147-166.
- [4] – Зубова С.П., Усков В.И. Асимптотическое решение задачи Коши для уравнения первого порядка с малым параметром в банаховом пространстве. Регулярный случай // Матем. заметки. – 2018. – Т. 103, № 3. – С. 393-404.
- [5] – Крейн С.Г. Линейные дифференциальные уравнения в банаховом пространстве. – М.: Наука, 1967.

Коваленко Д. І. (студ., 1 курс).

Науковий керівник – доц. Бобрицька Г. С.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДАМИ КРАМЕРА, ГАУССА ТА ОБЕРНЕНОЇ МАТРИЦІ ЗА ДОПОМОГОЮ EXCEL

На основі багатofункціональної програми Microsoft Office Excel для роботи з електронними таблицями було створено калькулятор для розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР).

Опишемо зовнішній вигляд цього калькулятора. Вводити данні будемо в заздалегідь визначені комірки, для наочності виділимо їх зеленим кольором та оформимо у вигляді стандартного запису матриці. (рис. 1)

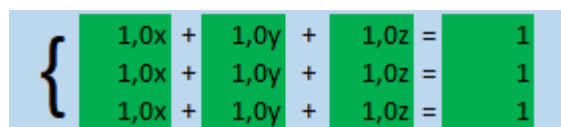

$$\left\{ \begin{array}{l} 1,0x + 1,0y + 1,0z = 1 \\ 1,0x + 1,0y + 1,0z = 1 \\ 1,0x + 1,0y + 1,0z = 1 \end{array} \right.$$

Рисунок 1

Для зручності можна створити спеціальні формати даних для цих комірок, щоб автоматизувати введення невідомих.

Тепер ми можемо вводити тільки число, а невідомі «x», «y», «z», вводяться автоматично.

Щоб автоматизувати калькулятор можна зробити вибір методу вирішення за допомогою прапорців. (рис. 2) Це дозволить отримувати не всі вихідні данні, а тільки ті які потрібні користувачу. Кожен прапорець зв'язується з будь-якою незадіяною коміркою, у якій буде виводитися логічне значення «true» або «false». Щоб не псувати зовнішній вигляд калькулятора зробимо колір тексту цих комірок відповідним кольору фону.

Розглянемо перший метод. Метод Крамера вирішує СЛАР шляхом обчислення визначників. Для зручності робимо матрицю системи та матрицю вільних коефіцієнтів, в які автоматично будуть записуватися данні з зелених комірок за умови, якщо в комірці, зв'язаній з відповідним прапорцем, буде значення «true», якщо значення «false», то буде виводитися «0».

За формулами обчислюємо визначники та результат. Оформлюємо за правилами запису. До формули відповіді потрібно вставити функцію «ЕСЛИОШИБКА», яка виводить «0» коли цей спосіб не вибраний. Готовий зовнішній вигляд зображено на рисунку 3.



Рис. 2

Усі інші методи розв'язування СЛАР відрізняються тільки формулами та зовнішнім виглядом.

Метод оберненої матриці (рис. 4) та метода Гаусса (рис. 5) має наступний зовнішній вигляд

Метод оберненої матриці

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= 0 \\ A_{12} &= 0 \\ A_{13} &= 0 \\ A_{21} &= 0 \\ A_{22} &= 0 \\ A_{23} &= 0 \\ A_{31} &= 0 \\ A_{32} &= 0 \\ A_{33} &= 0 \end{aligned}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{0} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{0} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{0} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Відповідь: $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Рисунок 4

Метод Гауса

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Перший крок	0	0	0	=	0	I рівняння
	0	0	0	=	0	
	0	0	0	=	0	
Другий крок	0	0	0	=	0	
	0	0	0	=	0	
Третій крок	0	0	0	=	0	II рівняння
	0	0	0	=	0	
Четвертий крок	0	0	0	=	0	III рівняння

Відповідь: $\begin{matrix} x & = & 0 \\ y & = & 0 \\ z & = & 0 \end{matrix}$

нок 2

За допомогою MS Excel було створено калькулятор для розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою точних методів, зокрема методу Крамера, методу Гауса та матричним методом. Зовнішній вигляд даного калькулятора зручний для роботи, з підказками і коментарями з приводу розв'язку.

Література

- [1] – Wikipedia Електронний ресурс: <https://uk.wikipedia.org/wiki/>
- [2] – Ляшенко, Б.М.; Кривонос, О.М.; Вакалюк, Т.А (2014). Методи обчислень. Навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету. Житомир: Вид-во ЖДУ ім І. Франка. с. 37–39.
- [3] – Методичні вказівки до практичних занять з курсу «Вища математика» з теми «Елементи лінійної та векторної алгебри. Аналітична геометрія»: для студ. інженерних спец. денної форми навчання / Т. В. Завальна, Н. І. Одарченко, О. В. Бондар. – Суми : СумДУ, 2009. – 134 с.
- [4] – Гусева Л.В., Журавський М.М., Маляров М.В., Паніна О.О., Пікрасов М.М. Інформатика та інформаційні технології у цивільній безпеці: Практикум/Під заг. ред. М.В. Малярова. – Харків: НУЦЗУ, 2015. – 330 с.

УДК 629.113

Колісник В. В. (студ., 2 курс)
Хмельницький національний університет
Наукові керівники – проф. Р. В. Рачок,
Національна академія Державної прикордонної служби України
доц. О. Ю. Рудик
Хмельницький національний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ ПРАЦЕЗДАТНОСТІ ЗНІМАЧА ПІДШИПНИКІВ

Технологічний процес ремонту машин пов'язаний з виконанням великого об'єму розбірно-складальних робіт. Не дивлячись на те, що велике число ремонтних операцій механізоване (використовуються електричні й пневматичні гайкокрути, преси і т. д.), частка ручної праці в операціях розбирання-складання ще велика. Навіть у великих ремонтних підприємствах рівень механізації на розбиранні деколи не перевищує 12%, а при складанні – 5% від об'єму всіх розбірно-складальних робіт [1].

Окрім гвинтових з'єднань, у процесі розбирання машин доводиться мати справу з великою кількістю деталей, зібраних з натягом. Такі деталі, знаходячись тривалий час у нерухомому стані, кородують, внаслідок чого для їх роз'єднання доводиться докладати зусилля, які значно перевищують сили сполучення.

У сучасних умовах неможливо провести дослідження конструкції чи аналіз її елементів без використання систем автоматизованого проектування (САПР), які дозволяють їх вивчити й оптимізувати, розробити ескізний і

технічний проекти, підготувати конструкторську документацію й іншу інформацію для виробництва. Запровадження у навчання предметів технічного (інженерного) циклу сучасних методик дозволяє перейти від традиційних методів навчання проектуванню до моделювання за допомогою CAD-систем з наступним застосуванням CAE/CAD автоматизованих комплексів, один з яких – 3D-система гібридного автоматизованого проектування, інженерного аналізу й підготовки виробництва виробів будь-якої складності й призначення SolidWorks [2].

Застосуємо цю САПР для дослідження працездатності знімача підшипників (рис. 1), який складається зі скоби 1, тяги 2, гвинта 3, стержня 4, гайки 5, п'яти 6, кульки 7, осі 8 і шайби 9.

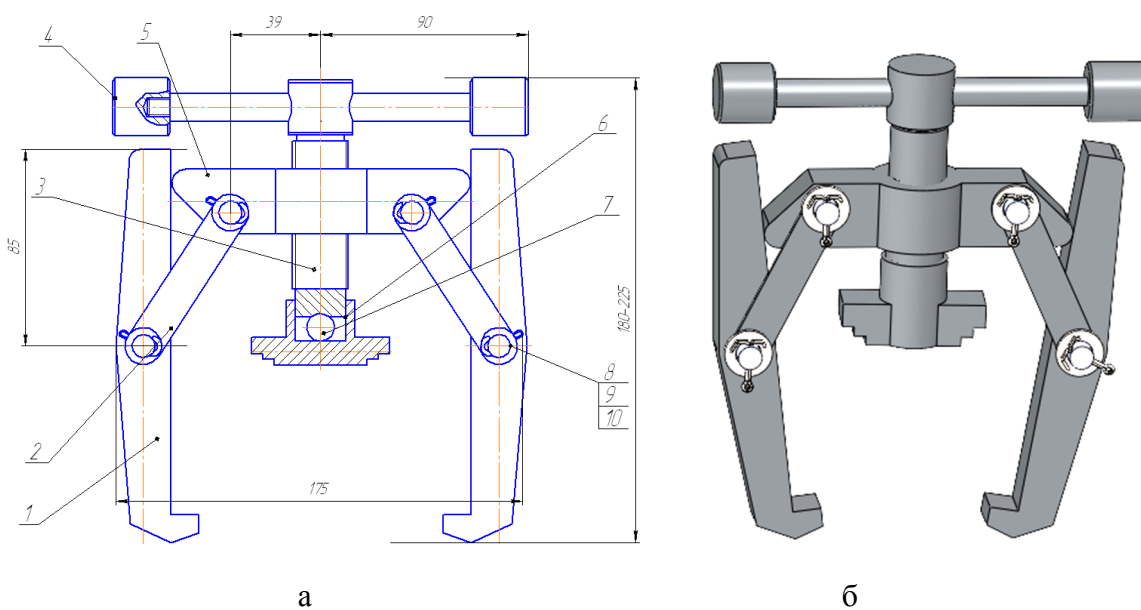


Рисунок 1 – Складальне креслення (а) і 3D-модель знімача підшипників (б)

Як приклад, дослідимо працездатність найбільш навантаженої деталі знімача – скоби. Процес починається зі створення у SolidWorks її геометричної моделі (рис. 2, а). Наступний етап – вибір матеріалу скоби (сталь 45 ГОСТ 535-88) з бібліотеки SolidWorks (рис. 2, б).

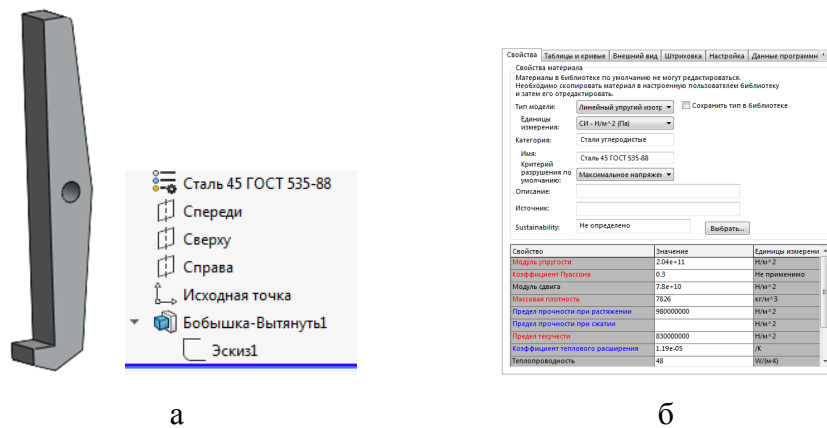


Рисунок 2 – 3D-модель скобы (а) й призначення її матеріалу (б)

Для проведення статичного аналізу проведена дефініція опор скоби (рис. 3, а) та прикладення до неї навантаження (рис. 3, б). Розділення на елементи, тобто побудова сітки скінченних елементів, – перший етап розрахунку (рис. 3, в, г).

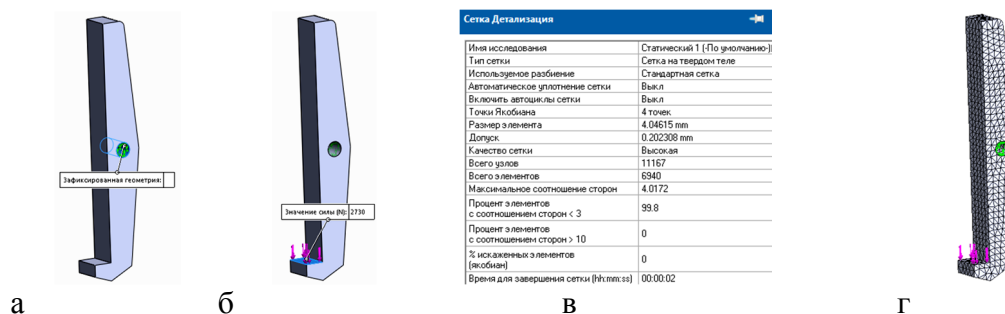


Рисунок 3 – Дефініція опор скоби (а), прикладення до неї навантаження (б), параметри сітки (в), її відображення на твердому тілі (г)

Розрахунками встановлені максимальні: напруження, яке виникає у маточині, $\sigma = 84,35$ МПа (вузол 9217 – рис. 3, а); результуюче переміщення $h = 0,6714$ мм (вузол 7552– рис. 3, б); максимальна еквівалентна деформація $\delta = 0,000316$ (елемент 519). При цьому мінімальний запас міцності $n_T = 9,84$ (вузол 9217), що менше допустимого $[n_T] = 3$.

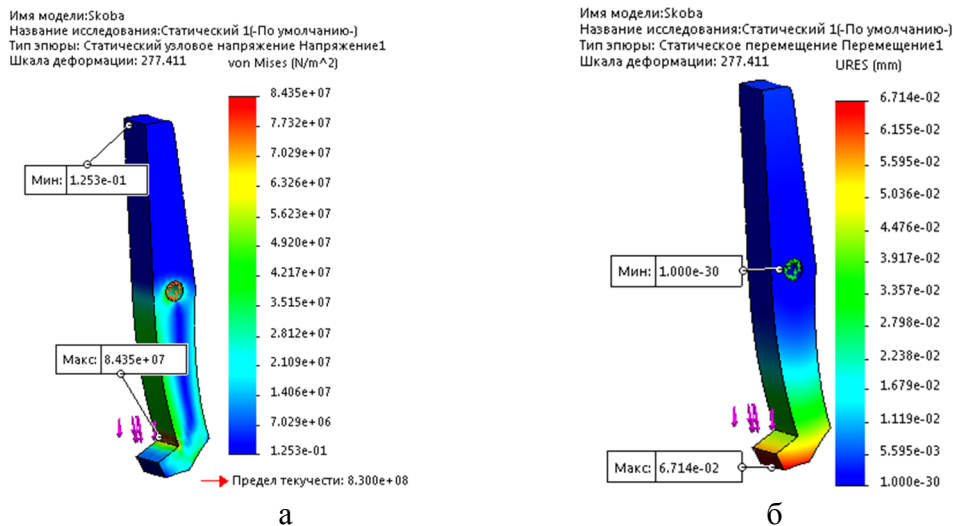


Рисунок 4 – Контурні графіки сумарних напружень von Mises (а) та переміщень URES (б) скоби

На епюрі сумарних напружень Von Mises видно місця з найменшою міцністю і концентрацією напружень. Щоб визначити точні величини напружень, використали їх зондування у критичних точках (рис. 5, б).

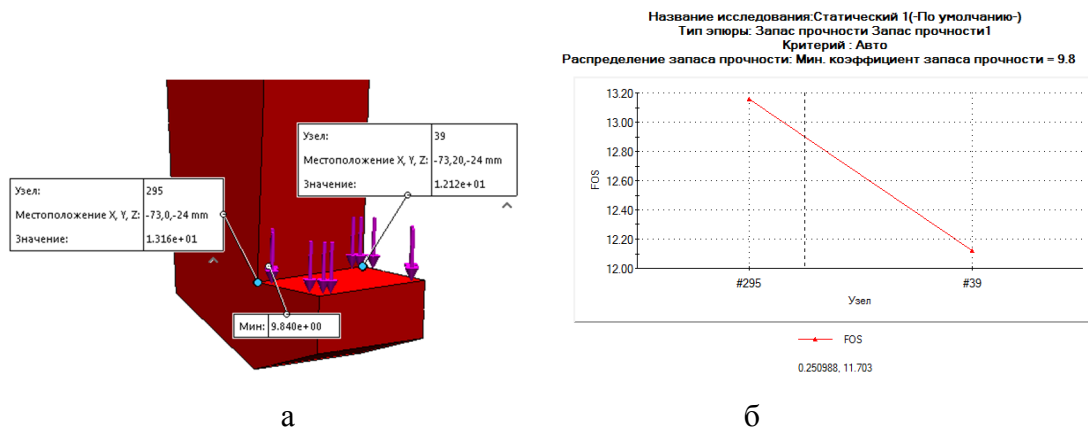


Рисунок 5 – Зондування сумарних напружень von Mises у небезпечному перерізі поблизу максимальних значень (а) й графік розподілу запасу міцності

Таким чином, розрахунки гарантують міцність скоби, а використання методу чисельного моделювання у навчальному процесі збільшує можливості постановки навчальних задач і керування процесом їх виконання.

Анотація. За допомогою SolidWorks досліджена працездатність знімача підшипників.

Ключові слова: знімач, скоба, SolidWorks, von Mises, URES.

Література

[1] – Семенов В.М. Нестандартный инструмент для разборочно-сборочных работ / В.М. Семенов. – М.: Колос, 1975. – с. 186.

[2] – Рачок Р. В. Застосування SolidWorks для підготовки фахівців у галузі автоматизації та інформаційних технологій / Р. В. Рачок, О. Ю. Рудик, В. М. Волошин // Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології у виробництві та освіті: стан, досягнення, перспективи розвитку: матеріали Всеукраїнської науково-практичної Internet-конференції. – Черкаси, 2018. – С. 198-200.

УДК 656.07:005.332.4(06)

Кондратенко А. Г. (студ., 4 курс)

Науковий керівник – проф. Бекетов Ю. О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ ОЦІНКИ КОНКУРЕНТОСПРОМОЖНОСТІ АТП

В сучасних умовах становлення і розвитку ринкових відносин перед кожним АТП постала проблема оцінки рівня конкурентоспроможності з тим, щоб посилити конкурентну позицію та запропонувати ефективні напрями підвищення. Оцінка конкурентоспроможності є вихідним етапом для розробки стратегічних альтернатив щодо підвищення конкурентних позицій підприємства. Сьогодні для успішного функціонування АТП на ринку оцінка його конкурентоспроможності є об'єктивною необхідністю. Як процес виявлення сильних і слабких місць підприємства вона дає можливість максимального удосконалення його діяльності та виявлення його прихованих потенційних можливостей. На сьогодні на ринку транспортних послуг конкурують 112 тисяч перевізників, це ще раз свідчить, що кожен керівник повинен володіти методами аналізу конкурентоспроможності та використовувати їх для прийняття обґрунтованого управлінського рішення.

Дослідженнями проблем конкуренції та забезпечення конкурентоспроможності економічних суб'єктів займалися такі зарубіжні вчені, як Р. Ф. Котлер, М. А. Сміт, Р. Солоу, М. Штропер, Й. Шумпетер. Теоретичні та методологічні основи оцінки рівня конкурентоспроможності підприємства та його продукції розглянуті у роботах багатьох вітчизняних та зарубіжних вчених, серед яких В.Г. Шинкаренко, Н.В. Бондаренко,

Є. В. Нагорний, Наумов, Л. С. Кобиляцький, С. М. Клименко, С. І. Савчук, М. Ткаченко, В. Н. Осипов [14], А. Н. Литвиненко та ін.

При оцінці рівня конкурентоспроможності підприємств використовують багато методів, далі піде мова про наступні:

1. Метод заснований на аналізі порівняльних переваг.
2. Метод, що базується на основі виробничого потенціалу
3. Метод, побудований на теорії ефективної конкуренції.

Оцінка конкурентоспроможності підприємств на основі аналізу порівняльних переваг.

Відповідно до цього методу оцінка конкурентоспроможності здійснюється на основі аналізу наявності у підприємства конкурентних переваг, що дозволяють забезпечити підприємству диференціацію його послуг або відносно низькі витрати на виробництво і реалізацію порівняно з конкуруючим підприємством. Метод реалізується порівнянням фактичних результатів діяльності з базою порівняння – результатами кращого еталонного підприємства. При цьому можуть розраховуватися абсолютні відхилення результатів або їх відносна величина:

$$\sum \Delta X \rightarrow \min$$
$$\Delta X_i = X_i^{\Phi} - X_i^B$$

де ΔX_i – відхилення фактичного значення і-го показника від еталонного;

K_i – відносна зміна і-го показника від еталонного;

X_i^{Φ}, X_i^B – відповідно, фактичне і еталонне значення і-го показника.

Оцінка конкурентоспроможності підприємства на основі виробничого потенціалу

Оскільки в основі конкурентоспроможності підприємства лежить продуктивність використання його ресурсів, то її оцінку можна здійснювати на основі аналізу виробничого потенціалу – сукупності ресурсів, здатних виробляти певну кількість матеріальних благ. Виробничий

потенціал підприємства – це складна система, що включає основні фонди, трудові ресурси, технологію, енергетичні ресурси і інформацію. Можливе найбільш оптимальне співвідношення між елементами потенціалу, обіцяючи якнайкращу ефективність. Для виробничого потенціалу характерні взаємозв'язок і взаємодія елементів. Тому поліпшенням тільки одного якогось елементу неможливо добитися істотного підвищення віддачі потенціалу і збільшення рівня конкурентоспроможності підприємства. Для кожного підприємства його конкурентоспроможність можна виразити у вигляді добутку індексів:

$$I_{KP} \rightarrow \max$$

$$I_{KP} = I_H \cdot I_K \cdot I_G$$

де I_{KP} – індекс конкурентоспроможності підприємства;

I_H – індекс витрат виробництва;

I_K – індекс якості послуг;

I_G – індекс гнучкості виробництва.

При цьому розглянуті індекси визначаються за формулами:

$$I_H = \frac{Z_A}{Z_P} \qquad I_K = \frac{K_A}{K_P} \qquad I_G = \frac{P_A}{P_P}$$

де Z_A – витрати на 1 грн вартості послуг аналізованого підприємства;

K_A – питома вага вартості послуг вищої якості, в загальній вартості послуг аналізованого підприємства;

P_A – тривалість переходу підприємства на випуск нової послуги;

Z_P, K_P, P_P – відповідно, показники, аналогічні Z_A, K_A, P_A , найпрогресивнішого в технічному відношенні спорідненого (еталонного) підприємства.

Оцінка конкурентоспроможності підприємства методом, заснованим на теорії ефективної конкуренції

Згідно цієї теорії найбільш конкурентоздатними є ті підприємства, де найкращим чином організована робота всіх підрозділів і служб. На

ефективність діяльності кожної із служб робить вплив безліч чинників ресурсів підприємства. У основі методу лежить оцінка чотирьох груп показників або критеріїв конкурентоспроможності [1].

Інтегральний показник конкурентоспроможності підприємства визначається по формулі:

$$K_{KP} = 0,15 \cdot E_{II} + 0,29 \cdot \Phi_C + 0,23 \cdot E_C + 0,33 \cdot K_T$$

де K_{KP} – коефіцієнт конкурентоспроможності підприємства;

E_{II} – груповий показник ефективності виробничої діяльності підприємства;

Φ_C – груповий показник фінансового стану підприємства;

E_C – груповий показник ефективності збуту і просування товарів;

K_T – груповий показник конкурентоспроможності товарів;

0,15; 0,29; 0,23; 0,33 – коефіцієнти значущості групових показників, відповідно, ефективності виробничої діяльності підприємства і його фінансово стану, ефективності збуту і просування товарів, а також, конкурентоспроможності товарів, визначені експертним шляхом.

Розрахунок інтегрального показника конкурентоспроможності підприємства. Груповий показник ефективності виробничої діяльності підприємства визначається по формулі :

$$E_{II} = 0,31 \cdot S + 0,19 \cdot \Phi O + 0,40 \cdot R_T + 0,10 \cdot W$$

де S – собівартість продукції;

ΦO – фондівіддача;

R_T – показник рентабельності товару;

W – продуктивність праці одного працівника;

0,31; 0,19; 0,40; 0,10 – коефіцієнти значущості, відповідно, собівартості продукції, фондівіддачі, рентабельності товару, продуктивності праці одного працівника.

Груповий показник фінансового стану підприємства рівний

$$\Phi_C = 0,29 \cdot H_O + 0,36 \cdot K_{II} + 0,36 \cdot K_{II} + 0,15 \cdot D_0$$

де H_o – відносний показник автономії підприємства;

K_{Π} – відносний показник платоспроможності підприємства;

$K_{\text{Л}}$ – відносний показник ліквідності підприємства;

D_o – відносний показник оборотності оборотних коштів;

0,29; 0,36; 0,36; 0,15 – коефіцієнти значущості відносних показників, відповідно, автономії, платоспроможності, ліквідності і оборотності оборотних коштів.

Груповий показник ефективності збуту і просування товарів визначається по формулі:

$$E_C = 0,37 \cdot R_{\Pi} + 0,29 \cdot K_3 + 0,21 \cdot K_M + 0,14 \cdot K_P$$

де R_{Π} – відносний показник рентабельності продажів;

K_3 – відносний показник затовареності готової продукції;

K_M – відносний показник завантаження виробничих потужностей;

K_P – відносний показник ефективності реклами і засобів стимулювання збуту;

0,37; 0,29; 0,21 і 0,14 – коефіцієнти значущості показника, відповідно, рентабельності продажів, затовареності готової продукції, завантаження виробничих потужностей і ефективності реклами і засобів стимулювання збуту.

Груповий показник конкурентоспроможності товару (послуг) визначається у кожному конкретному випадку окремо. Одиничні показники по підприємству визначаються відношенням фактичного значення показника, що вивчається, до еталонного показника.

Перевагами даних методів: наявність порівняльних переваг, що забезпечують нижчі витрати.

Недоліки методів: слабке аргументування, комплексність критеріїв оцінки і статичність одержуваних оцінок, оскільки не аналізується процес розвитку конкурентних переваг.

На практиці дуже важко використовувати будь-який метод, тому що для розрахунків треба знати данні того або іншого АТП, а зараз це зробити

важко через відсутність інформації, не скрізь ведеться облік підприємства та багато інших факторів через які показники відсутні. Щоб якого мого більше дізнатися рівень конкурентоспроможності потрібно використовувати кластерний аналіз.

Кластер (від англ. cluster – скупчення, гроно) – об'єднання кількох однорідних елементів, що може розглядатися як єдине ціле. Автором концепції індустріального кластеру вважають американського маркетинголога М. Портера. Він визначив кластер як групу взаємопов'язаних компаній та організацій, сконцентрованих на певній території. Учасники кластеру не тільки отримують конкурентні переваги завдяки концентрації виробництва та економії на масштабах, але й взаємодіють в єдиному інформаційно-комунікаційному просторі, що створює сприятливе підґрунтя для інновацій.

Формування кластерів дає можливість не стільки створити нові конкурентні переваги, скільки максимізувати ті, які вже існують. Наприклад, не можна створити логістичний кластер там, де не перетинаються транспортні шляхи. Тому рішення про пріоритетні напрями економічного розвитку територій слід приймати на основі результатів ретельного аналізу конкурентних переваг регіону. Правильний вибір найбільш конкурентоспроможних та перспективних кластерів – важлива, але не достатня умова для їх перетворення на потужні локомотиви розвитку економіки територій.

Висновок. Таким чином, оцінку конкурентоспроможності слід здійснювати шляхом зіставлення параметрів свого АТП з параметрами конкурентного. Найчастіше використовується комбінація стратегій, що призводять до поєднання стратегічних прийомів. Разом з тим наведені стратегії можуть бути орієнтиром майбутньої діяльності підприємства залежно від рівня його конкурентоспроможності в цілому та окремих її складових. Фахівці вважають, що жодне підприємство не може досягти переваги над конкурентами абсолютно за всіма характеристиками конкурентоспроможності. Необхідний вибір пріоритетів і вироблення

стратегій, що найбільшою мірою відповідають тенденціям розвитку ринкової ситуації і найкращим способом використовують сильні сторони підприємства. Однак не існує однієї загальноприйнятої методики оцінки конкурентоспроможності. У більшості робіт автори пропонують використовувати різні чинники конкурентоспроможності. Через те існує необхідність розробки методичних підходів до оцінки конкурентоспроможності АТП та їх послуг.

Анотація. *В конкурентних умовах будь-який господарюючий суб'єкт для ефективного функціонування та оцінки своїх перспектив на майбутнє повинен оцінювати рівень власної конкурентоспроможності. Володіючи інформацією про власні конкурентні позиції, АТП отримують можливість визначити свої переваги, обрати правильну стратегію і тактику поведінки, адекватну реаліям сучасних ринкових процесів. У статті розглядаються основні питання щодо методів оцінки та стратегій підвищення рівня конкурентоспроможності АТП. Метою статті є систематизація та порівняння методів оцінки показників, методичних підходів до оцінки рівня конкурентоспроможності АТП. За результатами дослідження наведена система показників оцінки рівня конкурентоспроможності та відібрані групи стратегій можуть бути орієнтиром підвищення ефективності діяльності підприємства автомобільного транспорту на майбутній період.*

Ключові слова: *Автотранспортні фірми та підприємства, конкурентоспроможність, система показників оцінки конкурентоспроможності, методи оцінки.*

Література

[1] – Довбенко В. І. Чинники підвищення конкурентоспроможності вітчизняних підприємств за умов глобалізації / В. І. Довбенко // Зовнішня торгівля: право та економіка. – 2007. – № 6 (35). – С. 29-35.

[2] – Литвиненко А. Н. Методологические вопросы оценки экономических аспектов конкурентоспособности машиностроительной продукции / А. Н. Литвиненко, М. А. Татьянаенко // Бюлетень інностарнної комерческoй інформації. – 1981. – Приложение №1. – С. 36-39

[3] – Савчук С. И. Методы оценки конкурентоспособности: логика построения и анализ возможностей / С. И. Савчук // Вісник Тернопільської академії народного господарства. Економіко-математичне моделювання. – 2003. – № 14 – С. 54-65.

[4] – Фатхудинов Р. А. Управление конкурентоспособностью организации. Эксклюзивные технологии Науковий вісник Мукачівського державного університету, 2015 126 формирования стратегии повышения конкурентоспособности организации: теория, методика, практика / Р. А. Фатхудинов. – М.: ЭКСМО, 2004 – 541 с.

[5] – Кобиляцький Л. С. Управління конкурентоспроможністю: навч. посіб. для вузів / Л. С. Кобиляцький. – К.: Зовнішня торгівля, 2003 – 304 с.

ЗНАХОДЖЕННЯ СТРУМІВ В ЕЛЕКТРИЧНИХ ЛАНЦЮГАХ ЗА ДОПОМОГОЮ ПЕРЕТВОРЕННЯ ЛАПЛАСА

Розглянемо застосування перетворення Лапласа до розв'язання завдань по знаходженню струмів в електричних ланцюгах. Спочатку нагадаємо основні поняття перетворення Лапласа.

Оригіналом називається функція $f(t)$ дійсного змінного t , яка задовольняє умовам:

1) $f(t)$ – однозначна, неперервна або кусково – неперервна (може мати лише розриви першого роду) разом зі своїми похідними n – го порядку при $t \geq 0$;

2) $|f(t)|$ зростає не скоріше, чим деяка показникові функція, тобто існують такі сталі додатні числа M, S_0 , які незалежні від t , що виконується нерівність $|f(t)| \leq M e^{S_0 t}$, для усіх $t \geq 0$;

3) $f(t) \equiv 0$, при $t < 0$.

Зображенням функції – оригінала $f(t)$ називається функція $F(p)$ комплексного змінного $p = \delta + i\omega$, яка визначається інтегралом Лапласа

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt, \quad p > S_0.$$

Інтеграл Лапласа, який часто називається перетворенням Лапласа $f(t)$, є збіжним невластним інтегралом. Відповідність між зображенням та оригіналом будемо позначати таким чином $F(p) \rightarrow f(t)$ або $f(t) \leftarrow F(p)$.

Приклад 1. До електричного ланцюга, в який послідовно включені самоіндукція L , опір R та ємність C з початковим струмом і зарядом, які дорівнюють нулю, прикладена електрорушійна сила яка дорівнює E_1 при $0 < t < T$ і E_2 при $t > T$, де E_1, E_2 і T – сталі величини. Знайти струм у ланцюгу.

Розв'язання. Позначимо через $i(t)$ струм і через Q заряд конденсатора. Тоді приходимо до рівняння

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{Q}{C} = (1 - \sigma(t - T))E_1 + \sigma(t - T)E_2,$$

де $\sigma(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$ – функція Хевісайда. Але $\frac{dQ}{dt} = i$ і оскільки

початковий заряд дорівнює нулю, $Q = \int_0^t i dt$

Тоді рівняння зводиться до вигляду

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_0^t i dt = E_1 + \sigma(t - T)(E_2 - E_1).$$

За допомогою перетворення Лапласа переходимо до рівняння із зображень, де $i(t) \leftarrow I(p)$. Оскільки $i_0 = 0$, то дістанемо рівняння

$$\left(Lp + R + \frac{1}{Cp} \right) = \frac{E_1}{p} + \frac{E_2 - E_1}{p} e^{-Tp}.$$

Знаходимо $I(p)$:

$$I(p) = \frac{\frac{E_1 + E_2 - E_1}{L} e^{-Tp}}{p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{CL}} = \frac{\frac{E_1 + E_2 - E_1}{L} e^{-Tp}}{(p+k)^2 + n^2}.$$

Де прийняті позначення $k = \frac{R}{2L}$; $n^2 = \frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2} > 0$ (обмежимося розгляданням тільки цього, найбільш загального випадку). По зображенню находимо струм:

$$i(t) = \frac{E_1}{Ln} e^{-kt} \sin nt + \frac{E_2 - E_1}{Ln} \sigma(t - T) e^{-k(t-T)} \sin n(t - T).$$

Приклад 2. Два однакових ланцюга, які складаються із самоіндукції L , опору R та ємкості C , з'єднані послідовно, зв'язані взаємною індукцією M . Має місце ідеальний зв'язок, при якому $M = L$. Початкові струм та заряди дорівнюють нулю. До одного з ланцюгів в момент часу $t = 0$ прикладається напруга E_0 . Знайти струм в обох ланцюгах.

Розв'язання. Позначимо i_1 і i_2 струм у ланцюгах, Q_1 і Q_2 заряди конденсаторів, тоді математична модель прикладу 2 має вигляд системи рівнянь

$$\begin{cases} L \frac{di_1}{dt} + Ri_1 + \frac{Q_1}{C} + L \frac{di_2}{dt} = E_0 \\ L \frac{di_2}{dt} + Ri_2 + \frac{Q_2}{C} + L \frac{di_1}{dt} = 0 \end{cases}$$

Оскільки $Q_1 = \int_0^t i_1 dt$, $Q_2 = \int_0^t i_2 dt$ (початкові заряди дорівнюють нулю) і, крім того, $i_1/t=0 = i_2/t=0 = 0$, то, при переході до зображень, дістанемо систему

$$\begin{cases} \left(Lp + R + \frac{1}{Cp} \right) I_1(p) + LpI_2(p) = \frac{E_0}{p} \\ LpI_1(p) + \left(Lp + R + \frac{1}{Cp} \right) I_2 = 0 \end{cases}.$$

Звідси знаходимо

$$I_1(p) = \frac{\frac{E_0}{2R}}{p + \frac{1}{RC}} + \frac{\frac{E_0}{4L}}{p^2 + \frac{R}{2L}p + \frac{1}{2LC}},$$

$$I_2(p) = -\frac{\frac{E_0}{2R}}{p + \frac{1}{RC}} + \frac{\frac{E_0}{4L}}{p^2 + \frac{R}{2L}p + \frac{1}{2LC}}.$$

Якщо позначити через $n^2 = \frac{1}{2LC} - \frac{R^2}{16L^2} > 0$, то, при переході до оригіналів, знаходимо струм в обох ланцюгах

$$i_1(t) = \frac{E_0}{2R} e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E_0}{4Ln} e^{-\frac{R}{4L}t} \sin nt,$$

$$i_2(t) = -\frac{E_0}{2R} e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E_0}{4Ln} e^{-\frac{R}{4L}t} \sin nt.$$

Висновок. При застосуванні перетворення Лапласа деякі завдання, математичні моделі яких є лінійні диференціальні рівняння, розв'язуються простіше.

Література

- [1] – Пак В.В., Носенко Ю.Л. Вища математика. Підручник – К.: Либідь, 1996 – 440с.
- [2] – Пискунов М.М. Дифференциальное и интегральное исчисления. – М: Интеграл. – Пресс. 2004. – Т.2. – 529с.
- [3] – Саппа Ж.В. Операційне числення. Конспект лекцій. – Харків: Видавництво ХНАДУ, 2001 – 24с.

Олійник В. М. (студ., 5 курс)
Науковий керівник – проф. Філер З. Ю.
*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені
Володимира Винниченка, м. Кропивницький (Україна)*

ПРОГНОЗ ІНДЕКСУ ДОУ – ДЖОНСА ЗА ДАНИМИ СОНЯЧНОЇ АКТИВНОСТІ

Трохи історії. Ще в 1878-му році відомий британський вчений-енциклопедист В.С. Джевонс шукав причини майже-періодичності економічних криз. Він встановив синхронність економічних циклів з циклами «сонячної активності», що відзначається кількістю плям на Сонці. Він пояснював їх змінами клімату, що приводять до циклічних змін врожайності, наступними змінами в машинобудуванні та в фінансовій сфері. Його старання пояснити ділові цикли коливаннями СА, прийшли на зміну парадигмі внутрішніх причин ділових теорій циклу. Аргументи Джевонса такі: Сонце впливає на врожай рису в Індії. Індійські доходи впливають на англійській експорт, що впливає на цикли економіки. Уперше в 1801 р. помітив синхронні зміни цін на зерновій біржі з кількістю плям на Сонці видатний астроном і В. Гершель (1738-1822).

На початку 20 ст. молодий О.Л. Чижевський встановив синхронність воєн, повстань, заколотів, революцій і т.п., зі змінами сонячної активності (СА). Професор фізик і метеоролог Московської сільгоспакадемії В.А. Міхельсон на основі знань про вплив СА дав прогноз суворих кліматичних умов у 1921 р, і як наслідок – голоду в змученій світовою і громадянською війнами Росії і передав його наркому землеробства С.П. Середі. Той звернувся з ним до голови Раднаркому В.І. Ульянову (Леніну), який 6.11.1920 р. пише Середі записку з переліком нагальних заходів. Коли ця загроза стала реальною, в лютому 1921 р. продрозкладка була замінена продподатком; у березні була прийнята НЕП.

У 1924 р в Калузі Чижевському вдалося видати брошуру «Фізичні фактори історичного процесу» за результатами захищеної в 1918 р в МДУ

докторської дисертації. У ній він показав синхронність *соціальних* процесів зі змінами на Сонці. Й. Сталін заборонив публікації про це в кінці 20-х років.

Пошуки Філера та його колег. У 1979 р. Філер познайомився з ідеями Чижевського по книзі [5]. З бібліотеки ім. Леніна в Москві прислали півку брошури [6], перекладеної ним з російської.

У статті 2007 р. [1] наведено графік про залежність економічного індексу Доу Джонса від чисел Вольфа (рис.1).

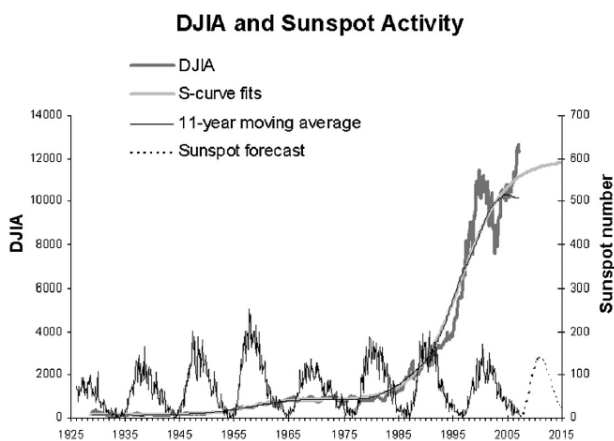


Рис.1 – Залежність економіки від СА

У чому причина майже періодичності відносного приросту світової економіки та її синхронності зі змінами сонячної активності (СА)? Д.М. Кейнс вважав одною з причин *психологічний* фактор. Нобелівський лауреат з економіки 2017 р. Р.Талер отримав її за праці з *поведінкової* економіки.

Стаття [1] і графік, показаний на рис. 1, викликали жваву дискусію. Було незрозуміле випередження максимуму економічного розвитку до початку етапу максимуму сонячної активності (СА). Скептики кепкували, бо з графіку видно, що максимум індексу DJIA *передую* максимуму СА – «економічні показники керують сонячними плямами». Ми спостерігаємо механізм утворення часового запізнення, коли на показники впливає *швидкість* зміни. Вона характеризується їх приростом, який максимальний під час *швидкого* наростання СА, коли й спостерігається зростання індексу Доу Джонса, а «дно кризи», припадає на 1-й рік мінімуму СА. За законом

М. Фарадея індукований струм пропорційний похідній магнітного потоку: $i = dH / dt$. У максимумі похідна рівна нулю і тому струм не індексується, але похідна *максимальна*, якщо *швидкість* зміни магнітного поля максимальна. Сонячні плями є виходом магнітних полів на поверхню Сонця та їх кількість найбільш швидко змінюється на етапі підйому СА. На рис. 2 ці «моменти» припадають на точки перегину графіка.

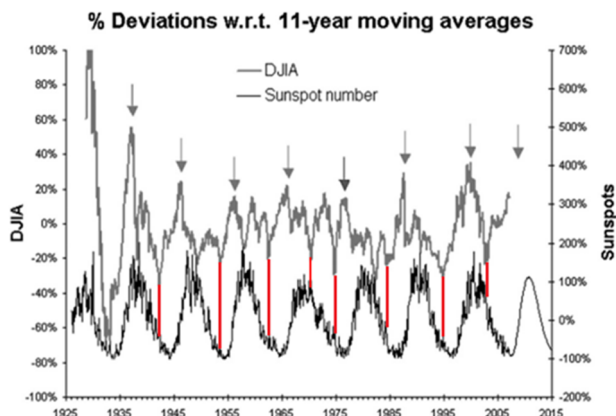


Рис.2 – Відсотки відхилення для чисел Вольфа та DJIA

За допомогою програми EXTRAPOL, розробленої О.М. Дресвим за участі З.Ю. Філера, на основі середньорічних даних з 1925 до 2017 року [2, 3], ми зробили прогноз змін індекса Доу Джонса до 2039 року. На наступні три роки прогнозується плавний спад рівня світової економіки.

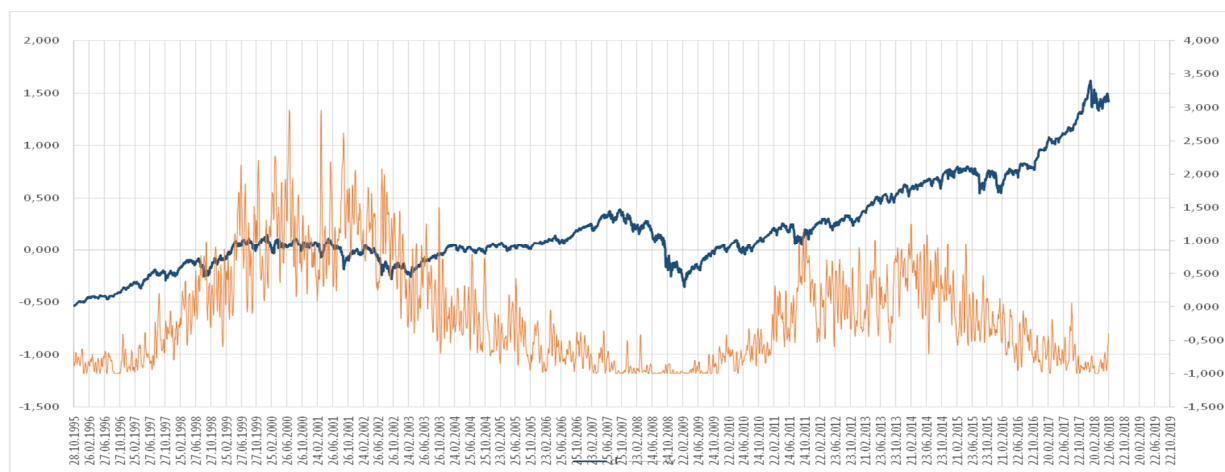


Рисунок 3 – Індекс Доу Джонса та числа Вольфа з 1995 р. до червня 2018 р.

Наступна світова криза прогнозована на 2027-2029 рік. У 2023 та 2031-х роках очікуються кризи такого ж рівня, як значної кризи 2008 року.

В.С. Джевонс реалізував мрію К. Маркса про побудову математичної теорії періодичності економічних криз, вгадавши одну з причин цієї періодичності. Сам Маркс та його приятель математик С. Мур, «математические познания которого были, однако, весьма скромны. Какой-либо существенной помощи Марксу Мур поэтому не мог оказать.» [4, Предисловие, с. 5].

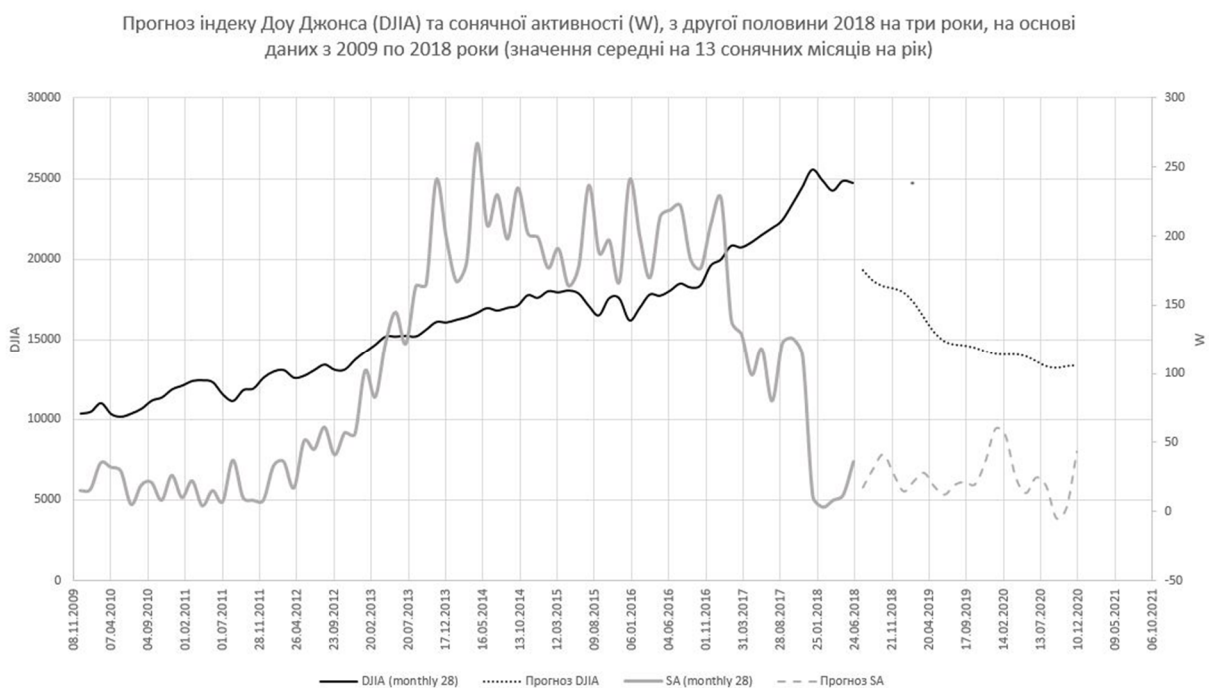


Рисунок 4 – Розвиток економіки й СА та їх прогноз до 2020 р.

У листі до Ф. Енгельса 31.05.1873 він пише: «Я неоднократно пытался — для анализа кризисов — вычислить эти повышения и понижения как неправильные кривые и думал (да и теперь ещё думаю, что с достаточно проверенным материалом это возможно) математически вывести из этого главные законы кризиса. Мур считает задачу пока невыполнимой, и я решил до поры до времени отказаться от неё. «[4, с. 5-6]. Мабуть, Мур не знав рядів Фур'є, а тим більше, законів зміни СА. А Джевонс знав і те, і друге, а також був непоганим економістом, хоча Ф. Енгельс назвав його «вульгарним

буржуазним економістом». А чи були тоді інші? Вульгарний означає звичайний. Але він став засновником математичної економіки.

Анотація. Розглядається залежність розвитку економіки від змін сонячної активності (СА). Встановлено, що максимум економічного розвитку передуює максимуму СА, мінімум – мінімуму СА. Побудовані відповідні графіки.

Ключові слова: економічний розвиток, сонячна активність, залежність.

Література

[1] – Modis T. Sunspots, GDP and the stock market / Theodore Modis. // Technological Forecasting and Social Change. – 2007. – №74(8). – pp. 1508 – 1514.

[2] – Sunspot Number [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <http://www.sidc.be/silso/datafiles#total>.

[3] – Dow Jones Industrial Average [Електронний ресурс] // Yahoofinance – Режим доступу до ресурсу: <https://finance.yahoo.com/quote/%5EDJI/history>

[4] Маркс К. Математические рукописи. – М.: Наука, 1968. – 640 с.

[5] Чижевский А.Л. Земное ухо солнечных бурь. Изд. 2. -М.: Мысль, 1976. –367 с.

[6] Чижевський О.Л. Фізичні фактори історичного процесу. Пер. з рос. під ред. з доп. З.Ю. Філера. – Кіровоград: Код, 2007. – 120 с.

Олейник А. В. (студ., 2 курс)

Науковий керівник – доц. Ємельянова Т. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ФАЗОВІ ТРАЄКТОРІЇ РЕАЛІЗАЦІЙ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Випадкові величини, що в досліді безперервно змінюються, прийнято називати випадковими функціями. Коли випадкова функція залежить від часу t , її називають випадковим процесом і позначають $X(t)$.

Якщо кожному результату досліду, проведеного за час T , можна зіставити цілком визначену функцію часу $x(t)$, то в цьому досліді задається випадковий процес $X(t)$. Функцію часу $x(t)$ називають реалізацією випадкового процесу $X(t)$. Наприклад, результатом випадкового процесу $X(t)$ є n реалізацій, тобто множина функцій часу $(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ (рис.1)

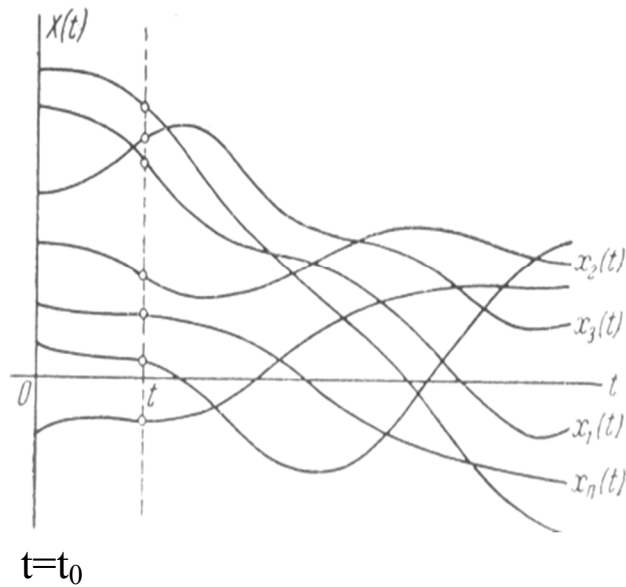


Рисунок 1 – Реалізації $(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ випадкового процесу $X(t)$

В задачах обробки та аналізу інформації використовуються різні форми представлення даних про структуру досліджуваних процесів. Однією з найбільш поширених форм у задачах аналізу коливальних процесів і дослідженнях різних по своїй фізичній природі динамічних систем є відображення інформації про процеси $X(t)$ на площини у Декартовій системі координат: стан системи $x(t)$ – швидкість зміни стану $x'(t)$. Фазові траєкторії $L(x, x'; t)$ (траєкторії на фазовій площині) відображають зміни значень досліджуваного процесу $X(t)$ і його похідної $X'(t)$ в моменти часу t .

Розглянемо структуру фазових траєкторій деякої динамічної системи. Поведінка системи в довільний момент часу t характеризується її станом $x(t)$ і швидкістю зміни цього стану $x'(t)$. Вважаємо, що стан системи $X(t)$ може змінюватися випадковим чином і, отже, функція $X(t)$ повинна розглядатися як випадковий процес. Значення $x(t)$ і $x'(t)$ окремих реалізацій можемо представити на розглянутому інтервалі $[t_0, t_0 + T]$ як координати точок $(x(t), x'(t))$ $t \in [t_0, t_0 + T]$ на фазовій площині.

Площина $(x(t), x'(t))$ є площиною станів системи або фазовою площиною процесу $X(t)$, а рух зображує точки M з координатами $(x(t), x'(t))$ при зміні параметра t від t_0 до $(t_0 + T)$ описує фазова траєкторія $L(x, x'; t)$ реалізації $x(t)$ процесу $X(t)$.

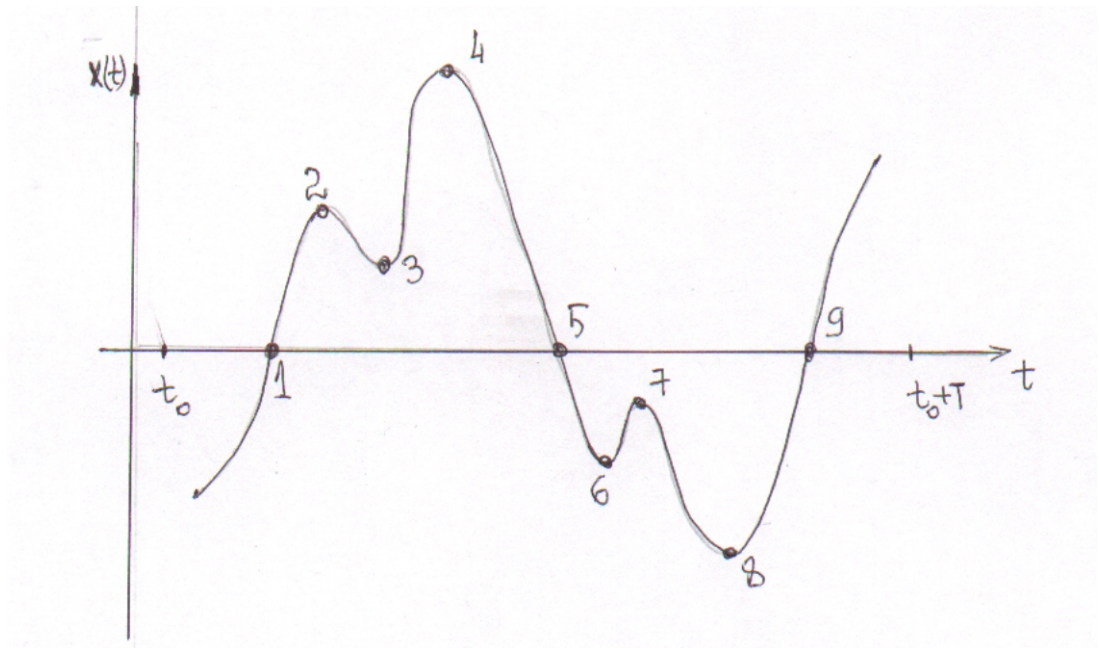


Рисунок 2 – Реалізація $x(t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ неперервного випадкового процесу $X(t)$.

На рис. 2 показана реалізація $x(t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ неперервного випадкового процесу $X(t)$. Цифрами 1, 2,..., 9 відзначені особливі точки реалізації $x(t)$, відповідні характерним значенням в послідовні моменти часу $t_1, t_2, \dots, t_9$.

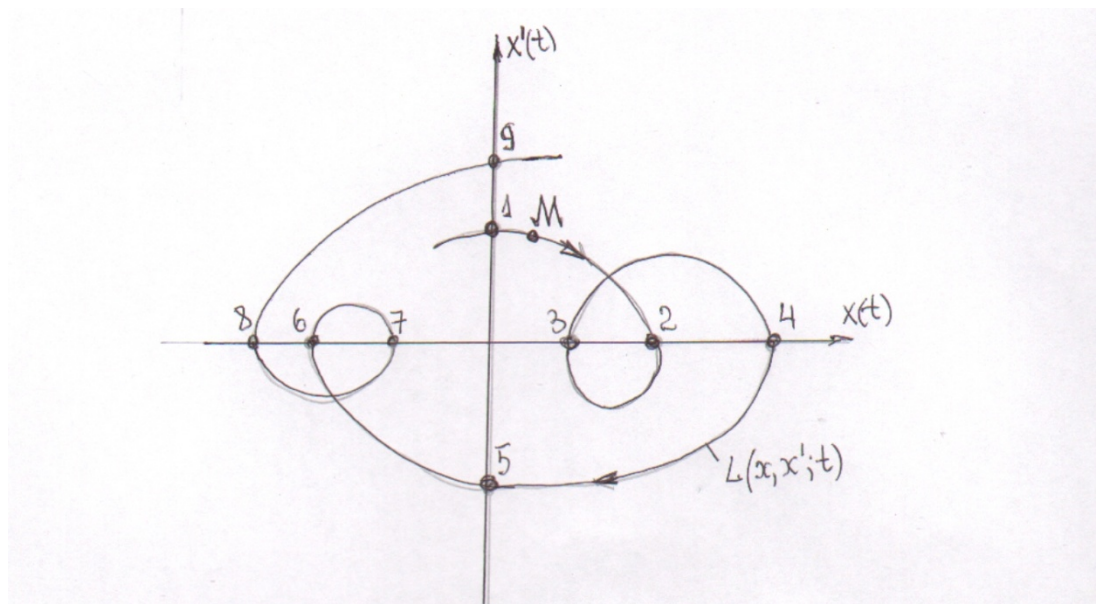


Рисунок 3 – Траєкторія $L(x, x'; t)$, $t \in [t_0, t_0 + T]$ реалізації $x(t)$ випадкового процесу $X(t)$ на фазовій площині $(x(t), x'(t))$.

На рис. 3 видно, що фазова траєкторія $L(x, x'; t)$ описує одночасні зміни в часі значень $x(t)$ і $x'(t)$ і відображає всі особливі точки реалізації $x(t)$ досліджуваного процесу $X(t)$. Фазова траєкторія дає додаткову інформацію про швидкість $x'(t)$ змін стану $x(t)$ в будь-який момент часу t на інтервалі

$t \in [t_0, t_0 + T]$. Характерною властивістю фазової площини є те, що кожна з виділених особливих точок реалізації $x(t)$ відображається на площині $(x(t), x'(t))$ перетином осей $ox(t)$ або $ox'(t)$ з фазовою траєкторією $L(x, x'; t)$.

Моменти появи позитивних і негативних значень (точки 1, 5, 9) траєкторії $x(t)$ відображаються відповідними перетинами осі $ox'(t)$ і переходом фазової траєкторії $L(x, x'; t)$ з однієї півплощини в іншу. При значеннях $x'(t)=0$ локальні екстремуми (точки 2, 3, 4) реалізації $x(t)>0$ пов'язані з перетинами траєкторією $L(x, x'; t)$ осі $ox(t)$ в правій півплощині $(x(t), x'(t))$. При негативних значеннях реалізації $x(t) < 0$ локальні екстремуми $x'(t)=0$ (точки 6, 7, 8) відображаються перетинами фазової траєкторії $L(x, x'; t)$ осі $ox(t)$ у лівій півплощині $(x(t), x'(t))$.

Таким чином, інформація про структуру реалізацій $x(t)$ і, відповідно, про структуру випадкового процесу $X(t)$ може наочно бути представлена в геометричній формі у вигляді відображень процесу $X(t)$ на фазову площину $(x(t), x'(t))$, в простір $(x(t), x'(t))$. Характер поведінки фазових траєкторій $L(x, x'; t)$, обумовлений особливостями поведінки реалізацій $x(t)$ випадкового процесу $X(t)$, відображає детальну структуру досліджуваного випадкового процесу.

Література

[1] – Тихонов В. И., Хименко В. И. Выбросы траекторий случайных процессов. М.: Наука, 1987. – 304 с.

[2] -Ємельянова Т.В. Теорія ймовірностей і випадкові процеси / Т.В.Ємельянова, В.Р. Латишев, І.І. Мороз, О.В. Небратенко, О.Д. Пташний //Методичні вказівки та завдання до курсу «Теорія ймовірностей і випадкові процеси». – Харків: ХНАДУ, 2012. – 100 с.

Олефіренко О. С. (студ., курс)
Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна,
Науковий керівник – проф. Н. В. Олефіренко
Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

РОЗРОБКА ПРИЛАДУ ДЛЯ ДОПОМОГИ В ОРІЄНТУВАННІ СЛІПИМ ТА СЛАБОЗОРИМ ЛЮДЬМ

Протягом багатьох років актуальності не втрачають дослідження, спрямовані на розробку приладів, що допомагають людям з вадами зору (сліпим та слабозорим) орієнтуватися у просторі. Кілька десятиріч тому людство використовувало виключно білі тростини та тварин-поводирів для допомоги в орієнтуванні, проте у сучасному цифровому високотехнологічному світі логічним й цілком своєчасним є створення і використання цифрових пристроїв, які допомагатимуть особам за вадами зору відчувати себе комфортно і безпечно у сучасному суспільстві.

Важливість розв'язання цієї проблеми підкреслюється у багатьох дослідженнях тифологів, зокрема, В. З. Деникіною, Т. О. Карандаєвою, М. Н. Наумовим, Ю. І. Петровим та багатьма іншими науковцями. Теоретичні засади орієнтування в просторі закладено у дослідженнях таких тифлопедагогів, як: В. О. Кручинін, Н. С. Наумов, К. Б. Островська, В. С. Сверлов, Л. О. Семенов, Л. І. Солнцева, В. О. Феоктістова, Н. Г. Хопренінова, Ф. Н. Шемякін та інші. Аналіз наукових джерел дає змогу стверджувати, що на даний момент вже існує низка технологічних проектів і розробок, спрямованих на розв'язання проблем руху і орієнтації осіб, що мають проблеми зору. Наприклад, винахідником L. Key запропоновані стереофонічні окуляри [1], Р. Vach-y-Rita використовував матрицю тактильних стимуляторів, які розташовувалися на спині користувача для передачі йому інформації про середовище, що отримується від телевізійної камери [1], Р.В.Л. Meijer винайшов систему, названу «VOICE», що дозволяє перетворювати інформацію від відеокамери в поліфонічні звукові образи [1], у 90-х роках XX ст. розпочалися роботи щодо

використання систем об'ємного звучання для синтезування 3-мірних звукових образів середовища, що формуються на базі інформації від стереоскопічної відеокамери (J. L. Gonzalez-Mora, Y. Kawai) [1]. Аналіз можливостей наявних технічних пристроїв показує, що на даний момент ведеться багато розробок, проте практично немає втілень теоретичних викладок у реальний Прилад. Крім того, ті пристрої, які пропонуються (тростини, туфлі, окуляри), не дають можливості сліпій людині залишатися анонімною у людському середовищі, не ставати центром уваги оточуючих, що у свою чергу викликає з його сторони роздратування, емоційну напругу, виникає враження, що за ним спостерігають.

Отже, аналіз наявних пристроїв для орієнтування сліпих і слабоворих людей дав можливість виділити критерії, які покладені в основу власної розробки: невелика маса пристрою; невеликий обсяг з тим, щоб не викликати додаткової уваги; простота у використанні; тривалість працездатності; поєднання механічних і звукових сигналів (для людей з обмеженнями не тільки зору, але й слуху). На рис. 1. представлено схему розробленого приладу.

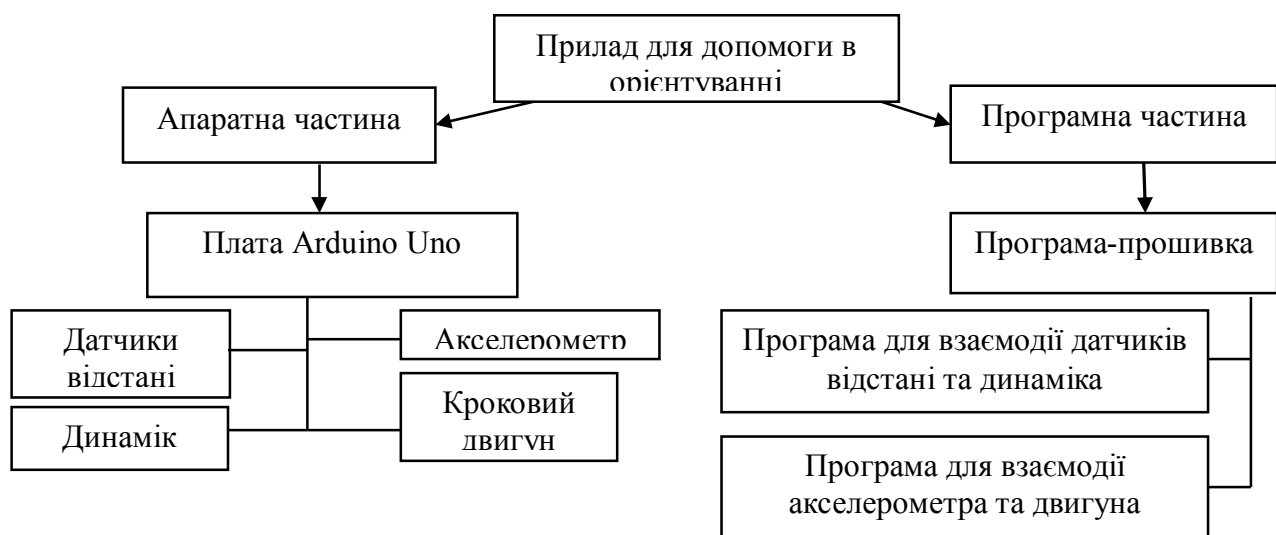


Рисунок 1 – Схематичне зображення приладу для допомоги в орієнтуванні

Розроблений прилад створено на основі технології Arduino з використанням: 2 датчиків відстані HC-SR04; макетної плати SYB-170; –

акселерометра MPU-6050; двигуна TS90M; плати Arduino Uno; динаміка Buzzer; набору дротів.

Для контролювання відстані від людини до навколишніх об'єктів використовуються два датчика: перший призначений для відслідковування перешкод перед власником пристрою, другий – для відслідковування перешкод на дорозі. Зазначимо, що при різних перешкодах прилад створює різні сигнали. В ході тестування було визначено, що саме відстані 1.5 і 1.7 метри є найбільш оптимальними для реагування та прийняття рішення особою щодо продовження руху залежно від перешкод попереду. Динамік застосовано для звукового супроводження. Частота звуку залежить від відстані до перешкоди. Система стабілізації, яка складається з акселерометра та двигуна, застосована для уникнення похибок пошуку перешкод при рухах особи.

Отже, запропонований прилад має допомогти: ходити сходами, зважаючи на те, що різна висота сходинок у будівлях не дає почувати себе комфортно людині з вадами зору; ходити по тротуару, зважаючи на наявність бордюрів, невисоких перешкод у вигляді заборів, газонів, уникати високих перешкод, таких як стіни, забори, стовпи, припарковані автомобілі, інші люди тощо. Прилад було спроектовано, зібрано і реалізовано самостійно.

Анотація. *Актуальність розробки приладу для орієнтації людей з вадами зору пов'язана з необхідністю використання потужних можливостей інформаційних технологій для забезпечення комфортних і безпечних умов кожній людині. Представлено розроблений прилад на базі технології Arduino, який ураховує певні вимоги: невелика маса пристрою; невеликий обсяг з тим, щоб не викликати додаткової уваги; простота у використанні; тривалість працездатності; поєднання механічних і звукових сигналів (для людей з обмеженнями не тільки зору, але й слуху).*

Ключові слова: *прилад, особи з вадами зору, Arduino.*

Література

[1] – Бурдин А.М., Бурдина Д.О., Крюков А.И., Палагута К.А., Тройков С.М. Разработка электронного средства ориентации в пространстве для слабовидящих людей. Труды международного симпозиума «Надежность и качество», 2014. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/razrabotka-elektronного-sredstva-orientatsii-v-prostranstve-dlya-slabovidyaschih-lyudey>.

ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Актуальність. Нині пріоритетами розвитку суспільства є модернізація усіх галузей виробництва, запровадження новітніх технологій та методик у систему освіти, медицини, науки і техніки. Тому для успішної участі у суспільному житті особистість повинна володіти певними прийомами математичної діяльності та навичками їх застосувань до розв’язання конкретних практичних задач. Такі тенденції ставлять перед сучасною освітою завдання щодо поєднання теоретичного навчання з подальшим практичним застосуванням, а саме підвищення математичної освіти за умов посилення її прикладного та практичного спрямування, що й зумовлює актуальність вивчення цієї теми.

Питання математичного моделювання як засіб реалізації прикладної спрямованості математики є об’єктом дослідження й активного обговорення педагогів, науковців і посідає одне з центральних місць у теорії та методиці навчання математики. Цей факт підтверджує аналіз науково-методичної літератури, відповідних публікацій та матеріалів міжнародних конференцій за останні роки, де різноманітні аспекти означеної проблеми розглянуто як у цілому, так і з позицій загальних основ навчального процесу. Зазначеній проблемі присвячено праці: М. Ігнатенка, Л. Соколенко, З. Слєпкань, С. Варданяна, Г. Глейзера, Г. Дорофеева, Н. Терешина, Г. Бевз, Л. Лук’янова та ін.

Метою статті є пропедевтика методу математичного моделювання і застосування його до розв’язування алгебраїчних задач, які мають дослідницький характер, з метою реалізації прикладної спрямованості дисципліни «Вища математика».

Математична модель – це наближений опис довільного класу явищ зовнішнього світу, поданий за допомогою математичної символіки.

Математичне моделювання виступає як метод пізнання зовнішнього світу, а також прогнозування і управління. Аналіз математичних моделей дозволяє проникнути в сутність досліджуваних явищ.

Математичне моделювання проходить такі етапи: постановка задачі, тобто прийняття рішення про необхідність моделювання і його мету; побудова математичної моделі; дослідження системи на моделі, прогнозування й управління оригіналом за результатами цих досліджень.

Побудову математичної моделі, тобто вивчення явища за допомогою математичної моделі, можна умовно розбити на 4 етапи (рис. 1): етап змістовного опису; етап формалізації опису; етап остаточної побудови моделі (ідентифікації параметрів і перевірки адекватності моделі); етап перегляду і вдосконалення моделі за результатами узагальнення емпірично накопичених даних.

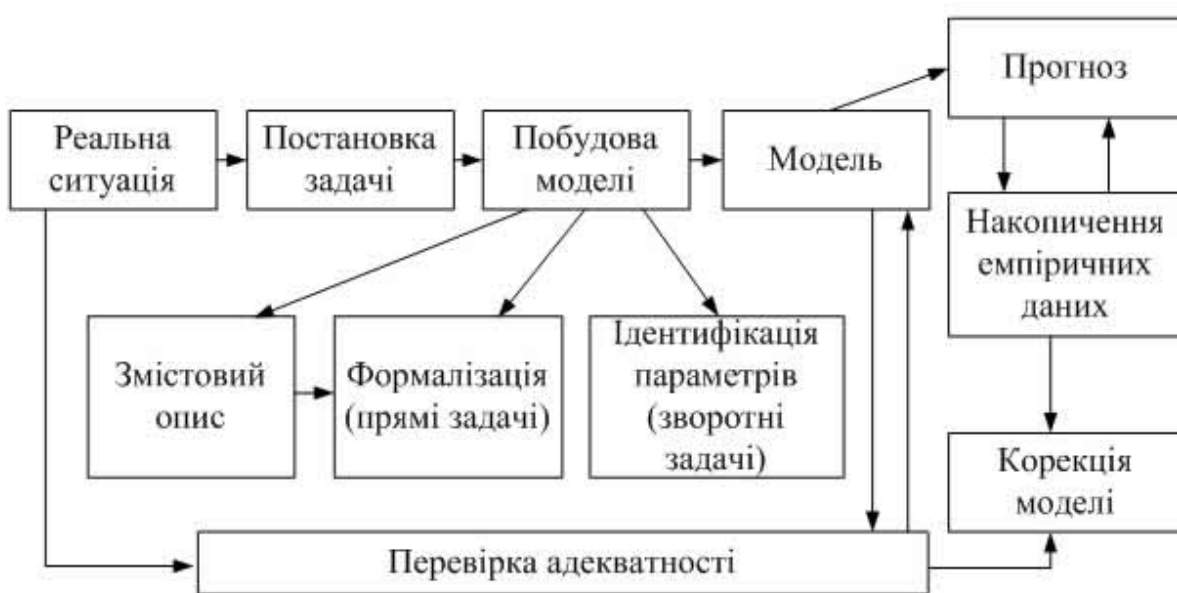


Рисунок 1 – Алгоритм побудови математичної моделі

Метод математичного моделювання, який зводить дослідження явищ зовнішнього світу до математичних задач, посідає провідне місце серед інших методів досліджень, особливо завдяки наявності обчислювальної техніки. Він дозволяє проектувати нові технічні засоби, що працюють в оптимальних режимах, для розв'язання складних задач науки і техніки та

передбачати нові явища. Математичні моделі зарекомендували себе важливим засобом управління. Вони застосовуються у різних галузях знань, стали необхідним апаратом економічного планування і важливим елементом автоматизованих систем управління.

Для розробки математичної моделі широко використовується диференціальне числення, теорія множин, матриці і графи, а також планування експерименту. Відповідно розрізняють теоретико-множинні, матричні, топологічні та поліномні математичні моделі. Приклади математичних моделей: Модель Мальтуса – закон про пропорційну залежність між швидкістю росту і розміром популяції; Система хижак-жертва (Вольтера-Лотки) – показує залежність між чисельністю хижаків та жертв; Модель оптимальної поведінки покупця – виражає вибір покупця між множиною продуктів при обмеженому бюджеті; Модель всесвіту.

При математичному моделюванні орієнтуються на моделі стандартного вигляду, які забезпечені відповідним математичним апаратом. Так фізичні процеси характеризуються просторово-часовими співвідношеннями і у загальному випадку описуються диференціальними рівняннями у часткових похідних.

Існує множина математичних моделей, за допомогою яких вирішуються ті, або інші задачі. У всіх сферах діяльності людини важливим моментом є прогнозування наступних подій. Зараз існує більше 100 методів і методик прогнозування. Умовно їх можна розділити на фактографічні й експертні. Фактографічні методи засновані на аналізі інформації про об'єкт, а експертні – на судженнях експертів, які отримані при проведенні колективних або індивідуальних опитувань. Серед фактографічних методів можна виділити статистичні методи й методи аналогії. До статистичних методів ставляться апроксимація, інтерполяція, методи дослідження тимчасових рядів. До методів аналогії ставляться моделі планування експерименту, а також математичної, історичної й іншої аналогії.

Моделі апроксимації. Методи апроксимації застосовні до детермінованих і статистичних систем. Апроксимація – наближення. Вибір апроксимуючої функції пов'язаний з рішенням задачі. Для цього застосовується критерій мінімізації квадратичної помилки. Кращою вважається та модель, для якої сума квадратів відхилень значень, від теоретичних буде мінімальною. Для цього формується цільова функція або критерій оптимізації. Далі треба досліджувати функцію на екстремум. Невідомими будуть коефіцієнти моделі В. Найбільше просто перебувають параметри, якщо являє собою поліномний ступеня. При цьому формується система лінійних рівнянь, порядок якої на одиницю більше степеня полінома. У загальному випадку для знаходження параметрів формується система диференціальних рівнянь. Наприкінці формується система лінійних рівнянь, яку можна вирішувати точними методами (метод Крамера, Гауса, зворотної матриці). Коли система вирішена, тобто, знайдені параметри моделі, можна виконати прогнозування значень у [2, с.16-17].

Висновки. Використання математичного моделювання на заняттях з вищої математики робить освітній процес більш ефективним і осмисленим, а також сприяє формуванню у студентів діалектико-матеріалістичного світогляду, логічного мислення, вміння проводити раціональні міркування навички проектування та прогнозування.

Література

- [1] – Скурихин В. И. Математическое моделирование / Скурихин В. И., Шифрин В. Б., Дубровский В. В. – К. : Техніка, 1983. – 270 с.
- [2] – Сигорский В. П. Математический аппарат инженера / Сигорский В. П. – К. : Техника, 1975. – 768 с.
- [3] – Слобода І.В. Математичне моделювання в процесі розв'язування текстових задач // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць: В 3-х томах. – Кривий Ріг: Видавничий відділ КДПУ, 2001. – Т. 1: Теорія та методика навчання математики. –С. 285-289.

ФОРМУВАННЯ ІНЖЕНЕРНОГО МИСЛЕННЯ СТУДЕНТІВ НА ЗАНЯТТЯХ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Актуальність. У сучасних умовах при створенні складних технічних систем і високих технологій проблематика інженерної діяльності і мислення є особливо актуальною. Сучасний етап інженерної діяльності характеризується системним підходом до розв'язку складних науково-технічних питань, зверненням до комплексу суспільних, математичних та науково-технічних дисциплін. Так як вплив науки на суспільне життя все збільшується і з'являється потреба розв'язку комплексних науково-технічних питань, відповідно з'являється потреба у формуванні нового інженерного мислення. На сьогодні старі цінності орієнтації наукової та інженерної діяльності часто приводять до протиріччя з направленістю соціального прогресу. У зв'язку із з'явленням нових галузей інженерії, таких як, наприклад, соціальної та біологічної інженерії, породжує багато соціальних проблем: охорона навколишнього середовища, прогнозування наслідків наукової та інженерної діяльності, які можуть бути необоротні. Все це потребує перевлаштування традиційного стилю праці та способу мислення сучасного науковця та інженера.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Особливості організації педагогічного процесу навчальних закладах досліджуються в працях В. Алфімова, В. Клочко, Р. Гуревича, С. Сисоєвої, Н. Тарасенкової, М. Сметанського, М. Кадемії, Т. Болотіної, Н. Двізової, Т. Дев'яткіної.

Питання технічної творчості та інженерного мислення висвітлено у працях М. Зіновкіної, Ю. Іванова, К. Зуєва, В. Міхельковича, В. Моляко, В. Морозова, В. Радомського, О. Романовського, А. Савенкова, Ю. Фокіна, Е. Чугунової.

Основна частина. Мислення – це інтелектуальна й практична діяльність, оскільки поєднує в собі пізнання і творче перетворення образів і уявлень, зафіксованих у пам'яті. Це завжди активна зміна діяльності внаслідок розумової праці.

Інженерне мислення в сучасній науці розглядається як процес відображення у свідомості людини технічних процесів і об'єктів, їх моделей або природних аналогів, принципів їх побудови і роботи з використанням технічних понять і образів, оперування цими поняттями та образами. Інженер з перших днів своєї професійної діяльності має мати можливість реалізовувати свій творчий потенціал у самостійній роботі, займаючись не паперовою працею, а інженерною діяльністю. Він має стати інженером-дослідником.

Мета викладача-математика – оптимально використовувати специфіку математичних знань у методи навчання, мислення та діяльності, у способи бачення, розуміння та оцінки явищ та подій. Використання у навчальному процесі логічних проблемних математичних задач розвиває гнучкість мислення студентів, розвиває вміння аргументувати у своїх судженнях та висновках, відокремлювати проблеми, робити вибір найбільш оптимальних інформаційно-логічних варіантів [1]. Вивчення курсу вищої математики, надає студентам ВНТЗ можливість розвитку їх інженерного мислення, що забезпечує фахове зростання їх, як майбутніх технічних фахівців.

Для досягнення відповідних результатів, на заняттях з вищої математики при вивченні різних тем, студенти мають розв'язувати задачі, які потребують нестандартного підходу, використовувати знання інших тем, завдання, які зацікавлюють студентів з творчим складом мислення, з неординарними здібностями. Процес розв'язання таких задач, надає впевненості у своїх можливостях, значущості, вміння приймати рішення у нестандартних ситуаціях. Наприклад, потрібно знайти $f(x)$, якщо $f'(\sin^2 x) = \cos^2 x$. Формулювання завдань такого типу для студентів є незвичним. Тут пропонується виконати дії обернені до вправ з типовою

умовою, тобто знайти функцію, похідна якої відома, а не навпаки. Причому, врахувати потрібно і додаткові умови. Завдання такого типу потребують від студентів оригінального, нестандартного мислення, вміння оперувати своїми знаннями, творчого, логічного підходу до розв'язання задачі [2].

Поступове ускладнення у навчальному процесі проблемних завдань дозволяє зробити перехід від орієнтовано-пошукових дій до продуктивно-творчих. Формуючи та розвиваючи методологічну культуру мислення математика активно приймає участь у формуванні та розвитку творчого потенціалу особистості студента як майбутнього технічного спеціаліста [1].

Застосування нових інформаційних технологій навчання є важливою умовою розвитку інженерного мислення. За допомогою комп'ютера можливо якісно розкрити зміст орієнтувальної основи дії, повідомити необхідні знання, наочно показати модель діяльності, в яку входять ці знання, створювати проблемні ситуації. Нові інформаційні технології навчання по-новому ставлять питання про доступність знань: багато з того, що раніше вважалось доступним лише фахівцю, сьогодні в принципі можна зробити доступним і студенту. Комп'ютер дає можливість значно розширити і поглибити зміст навчання, доступний для всіх вікових груп. Особливо великі можливості на цьому етапі виявляються у розкритті способу оперування об'єктами, що вивчаються.

Специфіка будь-якої інженерної спеціальності – це вміння аналізувати властивості графіка, тобто знаходити взаємозв'язок між величинами.

Висновки. Аналіз психолого-педагогічної літератури, стан вирішення в практиці роботи навчальних закладів проблеми умов розвитку інженерних та творчих можливостей студентів технічного ВНЗ дозволили визначити такі фактори, які сприяють зростанню творчої інженерної діяльності та розвитку інженерного мислення студентів, самореалізації їх особистості у навчально-виховному процесі: сприяння створенню умов для реалізації студентами своїх творчих можливостей в навчально-виховному процесі; дослідження, вивчення та застосування викладачами різноманітних методів і методик

навчання, та надання можливості студентам через них самовизначатись, самоутверджуватись і самореалізуватись; створення творчої атмосфери в студентському колективі через утвердження принципів педагогіки співробітництва; забезпечення та покращення матеріально-технічної бази навчально-виховного процесу.

Оскільки сучасність вимагає насамперед високоефективні – проривні розробки, що є двигунами науково-технічного прогресу, то система вищої технічної освіти не має бути осторонь від формування спеціаліста з розвинутим інженерним, творчим мисленням, спеціаліста з бажанням та вмінням постійно вдосконалювати свої фахові навички.

Література

[1] – Кравченко Н.И. Философия и формирование творческой личности инженера [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://intkonf.org/kravchenko-ni-filosofiya-i-formirovanie-tvorcheskoy-lichnosti-inzhenera//>

[2] – Кирилашук С.А. Формування креативного мислення майбутніх спеціалістів інженерного профілю в контексті Болонського процесу / С.А. Кирилашук // Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми // Зб .наук. пр. – Вип. 18 / Редкол. : І.А. Зязюн (голова) та ін. – Київ. Вінниця : ДОВ "Вінниця", 2008. – С. 383-387.

[3] – Сисоєва С.О. Педагогічна творчість: розв'язування творчих фахових задач засобами інформаційних технологій / С.О. Сисоєва, О.Г. Смілянець. – Вінниця: ЦПННМВ, 2006. – 180 с.

[4] – Лупан І.В. Підвищення рівня теоретичних знань старшокласників на основі комп'ютерно-орієнтованої системи навчання алгебри і початків аналізу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук / І.В.Лупан. – Київ, 2001.

УДК 378.014.5

Свічинський С. В., доцент,
Свічинська О. В., асистент

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ЗАСТОСУВАННЯ МОДЕЛЕЙ У ПІЗНАННІ СУТНОСТІ ДОСЛІДЖУВАНИХ ПРОЦЕСІВ

Первинним в пізнанні фізичної сутності процесів виступають спостереження. Будь-який процес залежить від діючих на нього факторів. Кожне спостереження або вимірювання може зафіксувати лише деякі з них. Для того, щоб найбільш повно зрозуміти процес, необхідно мати велику кількість спостережень і вимірювань. Виділити головне і потім глибоко

досліджувати процеси або явища за допомогою великого обсягу несистематизованої інформації важко. Тому таку інформацію прагнуть об'єднати та сконцентрувати в деяке абстрактне поняття – модель [1; 2].

Під моделлю розуміють штучну систему, яка відбиває з певним ступенем точності основні властивості досліджуваного об'єкта-оригіналу. Модель знаходиться в певній відповідності з досліджуваним об'єктом, може замінити його при дослідженні і дозволяє отримати інформацію про досліджуваний об'єкт. Метод моделювання, тобто вивчення явищ за допомогою моделей, є одним з основних в сучасних дослідженнях [1; 2].

Розрізняють фізичне і математичне моделювання. При фізичному моделюванні фізика явищ в об'єкті і моделі та їх математичні залежності однакові. У разі математичного моделювання фізика явищ може бути різною, а математичні залежності – однаковими. Математичне моделювання набуває особливої цінності, коли виникає необхідність вивчення особливо складних процесів [1].

При побудові моделі сам об'єкт і його властивості зазвичай спрощують і узагальнюють. Чим ближче модель до оригіналу, тим вдаліше вона описує його, тим ефективніші його дослідження і тим ближче отримані результати до істини [1; 2].

Моделі поділяють на фізичні, математичні та натурні. Фізичні моделі дозволяють наочно представляти процеси, що протікають в природі. За допомогою фізичних моделей можна вивчати вплив окремих параметрів на перебіг фізичних процесів. Математичні моделі дозволяють кількісно досліджувати явища, які інколи важко піддаються вивченню на фізичних моделях. Натурні моделі являють собою масштабно змінювані об'єкти, що дозволяють найбільш повно досліджувати процеси, що протікають в натурних умовах. Стандартних рекомендацій по вибору і побудові моделей не існує. Несуттєві фактори, зайва деталізація, другорядні положення лише ускладнюють модель, ускладнюють теоретичні дослідження, роблять їх громіздкими і нецілеспрямованими [1].

Саме тому модель повинна бути оптимальною за своєю складністю, бажано наочною, але головне – досить адекватною, тобто описувати закономірності досліджуваного явища з необхідною точністю. Для побудови найкращої моделі необхідно мати глибокі і всебічні знання не тільки за темою і за суміжними науками, а й добре розуміти практичні аспекти досліджуваної задачі [1; 2].

Різноманіття фізичних моделей досліджуваних процесів вивчається математичними методами, які можуть бути розділені на такі основні групи:

- аналітичні методи дослідження: елементарна математика, диференціальні та інтегральні рівняння, варіаційне обчислення та інші розділи вищої математики;

- методи математичного аналізу з використанням експерименту: метод аналогій, теорія подібності, метод розмірностей;

- ймовірно-статистичні методи дослідження: математична статистика, дисперсійний і кореляційний аналізи, теорія надійності, метод Монте-Карло, Марковські процеси та ін.

- методи системного аналізу: дослідження операцій, теорія масового обслуговування, теорія управління, теорія множин і т.д. Вони застосовуються для дослідження складних моделей – систем з різноманітними і складними взаємозв'язками елементів. Методи системного аналізу отримали широке поширення, що в значній мірі обумовлено комп'ютеризацією, яка забезпечує швидке рішення і аналіз складних математичних задач [1; 2].

Великий вплив на розвиток математичних методів дослідження мали комп'ютери, зі створенням яких пов'язують новий сучасний етап розвитку математики. Використання комп'ютерів багаторазово прискорює математичні перетворення і обчислення, проте не звільняє дослідника від необхідності володіти математичним апаратом. Зазвичай найбільший ефект отримують в тому випадку, коли дослідник фізичного процесу добре знає специфіку методів роботи з процесом та при цьому залучається математик,

котрий чітко уявляє фізичні особливості досліджуваної задачі. Це дозволяє кваліфіковано обговорювати всі питання, що виникли в дослідженні, що сприяє найбільш успішному і ефективному виконанню науково-дослідних робіт [1; 2].

Іноді побудова фізичних моделей і математичний опис явища неможливі. В такому випадку потрібно спробувати сформулювати робочу гіпотезу, проілюструвати її графіками, таблицями, припустити і оцінити результати, які повинні бути отримані на основі цієї гіпотези [2].

Анотація. Представлено шляхи застосування моделей у дослідженні процесів та явищ, обраних як предмет дослідження. Надано класифікацію моделей та математичних методів, які застосовуються для їх вивчення.

Ключові слова: процес, модель, математичні методи, спостереження, дослідження.

Література

[1] – Грушко И.М., Сиденко В.М. (1983). *Основы научных исследований* (3-е изд.). Харьков: Вища школа.

[2] – Папковская П.Я. (2002). *Методология научных исследований*. Минск: ООО «Информпресс».

УДК 519.852

Сысоева И. С. (студ., 2 курс)

Научный руководитель – доц. Веневитина С. С.

Воронежский государственный лесотехнический университет
им. Г.Ф. Морозова

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ ДОСТАВКИ ГРУЗА

Предприятию при реализации каналов распределения готовой продукции приходится решать ряд вопросов, связанных с доставкой, с выбором транспорта, организацией перевозочного процесса, выполнением графика перевозок и расходом топлива.

Одной из проблем на автотранспортном предприятии является повышение эффективности работы перевозки грузов и снижение их себестоимости.

Сложность рассматриваемой проблемы состоит в том, что нельзя рассматривать транспортный процесс каким-то одним математическим выражением, так как данный процесс состоит из множества составляющих элементов различного вида и назначения.

Основой математического моделирования в транспортной логистике является транспортная задача, которая своими корнями уходит к работам французского математика Гаспара Монжа.

Продвижение в этом направлении было получено советским математиком и экономистом Леонидом Витальевичем Канторовичем, вследствие чего непрерывная классическая постановка транспортной задачи получила название задачи Монжа–Канторовича.

Первым этапом решения транспортной задачи является определение ее опорного решения.

Опорным решением транспортной задачи называется любое допустимое решение, для которого векторы условий, соответствующие положительным координатам, линейно независимы. Для проверки линейной независимости векторов условий, соответствующих координатам допустимого решения, используют циклы.

Циклом называется такая последовательность клеток таблицы транспортной задачи, в которой любые две соседние клетки расположены в одной строке или столбце, причем первая и последняя также находятся в одной строке или столбце. Система векторов условий транспортной задачи линейно независима тогда и только тогда, когда из соответствующих им клеток таблицы нельзя образовать ни одного цикла. Следовательно, допустимое решение транспортной задачи $X = \{x_{ij}\}$, $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n$ является опорным, если соответствующий ему набор заполненных клеток является ациклическим.

Одним из способов нахождения опорного решения задачи является метод минимального элемента. Его суть заключается в сведении к минимуму побочных перераспределений товаров между потребителями.

Вторым этапом решения транспортной задачи является проверка найденного опорного решения на оптимальность методом потенциалов.

Рассмотрим задачу составления оптимального плана доставки топлива.

В г. Саратов есть 2 нефтеперерабатывающих завода, выпускающих ежедневно 100 тыс. л. топлива. Необходимо составить оптимальный план доставки топлива к трем бензозаправочным станциям: Роснефть – 70 тыс.л., Подсолнух – 60 тыс.л., Башнефть – 70 тыс. л. Стоимость доставки 1 тыс. л. топлива от завода №1 в указанные пункты соответственно равна 1100, 700, 600 рублям; от завода №2 – 1300, 1000, 800 рублям.

Решение. Построим опорный план этой задачи методом минимального элемента.

Таблица 1

Заправка Завод		Роснефть	Подсолнух	Башнефть
		70	60	70
1	100	1100	2-ый шаг 700 30	1-ый шаг 600 70
2	100	4-ый шаг 1300 70	3-ый шаг 1000 30	800

Получено допустимое начальное решение, удовлетворены нужды всех потребителей и использованы все запасы производителей.

Число пунктов отправления $m=2$; число пунктов назначения $n=3$. Следовательно, $m+n-1=2+3-1=4$ и число заполненных клеток равно 4, поэтому построенный опорный план (обозначим его X^0) является невырожденным.

Подсчитаем стоимость всех перевозок:

$$F(X^0) = 70 \cdot 1300 + 30 \cdot 700 + 30 \cdot 1000 + 70 \cdot 600 = 18400 \text{ руб.}$$

Проверим полученное решение на оптимальность, используя метод потенциалов.

Составим систему уравнений для нахождения потенциалов:

$$\begin{cases} u_1 + v_2 = 700 \\ u_1 + v_3 = 600 \\ u_2 + v_1 = 1300 \\ u_2 + v_2 = 1000 \end{cases}$$

Положим $u_1 = 0$. Тогда $v_2 = 700$, $v_3 = 600$, $u_2 = 300$, $v_1 = 1000$.

Проверяем, выполнены ли неравенства $u_i + v_j \leq c_{ij}$ для пустых клеток

табл.1: $u_1 + v_1 = 0 + 1000 = 1000 < 1100$

$$u_2 + v_3 = 300 + 600 = 900 > 800.$$

Видим, что неравенство не выполнено для клетки (2;3), поэтому план X^0 не является оптимальным. Составим цикл, соответствующий клетке (2;3), и пометим его клетки знаками + и – (см. табл. 2)

Таблица 2

+	c_{12} 30	–	c_{13} 70
–	c_{22} 30	+	c_{23}

Наименьшая величина перевозки в клетках со знаком – равна 30. Помещаем эту величину в клетку (2;3) и делаем изменения в остальных клетках цикла. Приходим к новому опорному плану (обозначим его X^1), записанному в табл. 3.

Таблица 3

Заправка		Роснефть	Подсолнух	Башнефть
Завод		70	60	70
1	100	1100	700	600
			60	40
2	100	1300	1000	800
		70		30

Подсчитаем стоимость всех перевозок:

$$F(X^1) = 70 \cdot 1300 + 60 \cdot 700 + 40 \cdot 600 + 30 \cdot 800 = 18100 \text{ руб.}$$

Видим, что новый план выгоднее предыдущего. Проверим его на оптимальность. Составляем систему уравнений для нахождения потенциалов:

$$\begin{cases} u_1 + v_2 = 700 \\ u_1 + v_3 = 600 \\ u_2 + v_1 = 1300 \\ u_2 + v_3 = 800 \end{cases}$$

Положим $u_1 = 0$. Тогда $v_2 = 700$, $v_3 = 600$, $u_2 = 200$, $v_1 = 1100$

Проверяем, выполнены ли неравенства $u_i + v_j \leq c_{ij}$ для пустых клеток

табл.3: $u_1 + v_1 = 0 + 1100 = 1100 = 1100$

$$u_2 + v_2 = 200 + 700 = 900 < 1000.$$

Итак, неравенства выполнены для всех пустых клеток последней таблицы. Следовательно, план X^1 является оптимальным.

Вывод: транспортные расходы являются минимальными при плане перевозок, содержащемся в табл. 3.

УДК 004.942 : 519.7 + 51-76

Степура І. В., лаборант
Інститут психології ім. Г.Костюка НАПН України, м. Київ

НЕЧІТКІ МНОЖИНИ В ПСИХОЛОГІЇ: НАПРЯМИ ЗАСТОСУВАННЯ

Теорія нечітких множин (НМ) запропонована Л. Заде (1921–2017) була покликана моделювати міркування, що притаманні людині або ж пояснювати особливості прийняття рішень під час розв'язання нею завдань. Л.Заде вважав, що людина мислить саме за допомогою особливої «нечіткої» логіки, «нечітких» понять і термінів. Але на диво, успіхи цієї теорії ми

бачимо перш за все не в гуманітарних науках, як можна було б очікувати, а в теорії управління, інтелектуальних ІТ-системах, мікропроцесорній техніці. Роботи Л. Заде породили цілу палітру похідних моделей: нечіткі логіки, мови, міри та інтеграли тощо [1;3]. В основі його теорії – визначення нечіткої множини через функцію приналежності, яка вказує на ступінь приналежності елемента до НМ. У найпростішому випадку це неперервне відображення деякої базової множини в інтервал $[0,1]$. Разом з тим, традиційні слова про відповідність нечітких обчислень психологічним критеріям, які повторюються від однієї роботи до іншої, насправді мало підкріплені власне психологічним експериментом. Так теорія інтелекту Ж.П'яже, що має формально-алгебраїчні розділи, і навколо якої зламано так багато списів, і в якій сьогодні знайшли певні неточності та навіть помилки, завдяки серйозній експериментальній базі залишається підвалиною не тільки психологічних знань, але також слугує базисом для теорії програмування та штучного інтелекту. Дійсно, нечітка логіка допомагає оперувати слабоформалізованими (некількісними, «якісними») поняттями, але насправді вона не претендує на те, що саме за її правилами мислить людина, що вона побудована відповідно до нейрофізіологічних або біологічних засад. Цей факт часто ігнорується дослідниками, й ті щиро вірять що вивчають саме людський спосіб мислення. Втім славетний логік Дж. Буль вважав себе також і психологом, оскільки відкривав закони «правильного мислення». Те що людина в якості експерта включається у визначення нечітких оцінок певної системи і вони використовуються для дальших обчислень – дуже добре, але завдання психології зрозуміти насамперед як саме він їх формує, який хід його думок.

Де ж застосовуються нечіткі множини в психології і суміжних дисциплінах? Перш за все, це експертні оцінки: оцінювання індивідуальних якостей, характеру досліджуваного за допомогою об'єднання існуючих психологічних методик і методів експертної оцінки для цілей постановки діагнозу, профорієнтації, оцінки успішності навчання. Наприклад,

Н.Ш. Нікітіна та Є.В. Бурмістрова запропонували процедуру формалізованої оцінки особистісних якостей кандидата на вакансію на основі особистісного тесту Кетела і нечітких експертних оцінок [7]. Г.В. Тарасова за допомогою теорії Л. Заде займається графологічною експертизою з метою визначення психологічного портрета людини [9]. Існують моделі, пов'язані з нечітким навчанням і нечіткою логікою. Загалом теоретичні дослідження НМ в галузі математичної психології доволі консервативні. Це, як правило, особливості індивідуальних уявлень (включаючи і складні соціальні), що реконструюються в семантичних просторах, утворених певними шкалами і введеними оцінками на них [8]. Звідси зрозуміло, що за допомогою НМ можна будувати моделі соціологічних категорій заснованих на опитуваннях і експертних оцінках.

Теорію НМ часто вважають базовою моделлю інтуїтивного й образного мислення. Тут зазвичай вказують на континуум «значень істинності» в логічних виразах і «неадитивність нечітких мір» як на критерії. Відомі роботи Б.А. Кобрінського [5;6] в області вивчення інтуїції лікаря, образного мислення фахівця. Він розглядає синтетичні уявні образи цілісно, практично як картину, як «ментальний» або «псевдо візуальний» образ. При цьому вчений ґрунтується на гіпотезі Р. Шепарда [10], що уявні образи (і відтворені з пам'яті, і ті що генеруються мозком) функціонально еквівалентні «реальним» перцептивним образам. Автор розглядає фрейми, пов'язані з візуальними, «образними» рядами наочних ситуацій з досвіду лікаря, візуальних особливостей обличчя, тілобудови хворих тощо. При цьому для постановки діагнозу він істотно використовує нечіткі множини і лінгвістичні змінні.

Ще одним перспективним застосуванням в психології теорії НМ є метод фізичних аналогій. Ще в 1906 р. А. Гольдшаєром була запропонована модель пам'яті та уваги як взаємодія (інтерференція) хвильових фронтів, які формуються під час потрапляння стимулів в кору великих півкуль мозку. Модель роботи мозку на голографічних принципах розглядав психолог

К. Прибрам. Формалізація цієї ідеї заснована на теорії псевдооптичних нейронних мереж (О.П.Кузнєцов). У роботах А.В. Павлова та співавт. (оптоелектроніка) розглядаються оптичні системи (геометрична оптика, Фур'є-голографія тощо) за допомогою яких вони будують певні алгебри, логічні виводи, а сама нечіткість виникає як формалізація дифракції. При цьому вони логічно пов'язують оптичні системи (або їх формальні аналогії), теорію нейронних мереж і психологічну теорію (К. Прибрам) [2;4].

Висновки. Сучасне застосування теорії НМ в психології зводиться до трьох напрямків: 1) використання цього апарата для оцінювання й прийняття рішень з акцентом на роботу людини-експерта; 2) обробка візуальних і псевдо візуальних образів; 3) поява нечіткості у досліджуваній системі, яка обумовлена внутрішніми властивостями фізичних (психофізіологічних) систем і моделей. НМ поступово вводяться в курси вищої математики для психологів поряд з ймовірністю, в спецкурси багатьох ВНЗ для потреб ІТ. Наприкінці зауважимо, що для психології дуже важлива експериментальна перевірка пропонованих математичних моделей. Можливо парадокс, але теорія НМ ще в пошуку власного місця в низці когнітивно-психологічних моделей.

***Анотація.** В роботі розглядаються основні практичні напрямки застосування апарату нечітких множин в психології. Вказано на необхідність дослідної перевірки гіпотез як інструменту виокремлення практично валідних математико-психологічних теорій, на відміну від суто формально-математичних.*

***Ключові слова:** нечітка множина, психологія, експертиза, образне мислення*

Література

[1] – Нечёткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / под ред. Д. А. Поспелова. – М. : Наука, 1986. – 312 с.

[2] – Васильев В.Н. Оптические технологии искусственного интеллекта. Т.2. Когнитивные системы и оптические логические процессоры / В.Н.Васильев, А.В. Павлов. 2-е изд., в 2 тт.– СПб : СПбГУ ИТМО, 2008. – 71 с.

[3] – Вербицкий В.І. Конспект лекцій з спецкурсу «Нечітка логіка» / В.І. Вербицкий. – Харків : ХНАДУ, 2017. – 45 с. – Режим доступу: https://dspace.khadi.kharkov.ua/dspace/bitstream/123456789/2143/1/KL_Verbytskyi.pdf

[4] – Закиров Р.З. Алгебраические основания оптических технологий вычислительного интеллекта / Р.З.Закиров, А.В. Павлов // Оптические и лазерные технологии: сб. статей. – СПб : СПбГИТМО(ТУ), 2001. – С. 33– 55.

[5] – Кобринский Б.А. К вопросу о формальном отражении образного мышления и интуиции специалиста слабо структурированной предметной области // Новости искусственного интеллекта. – 1998. – №3. – С.64–76.

[6] – Кобринский Б.А. Значение визуальных образных представлений для медицинских интеллектуальных систем // Искусственный интеллект и принятие решений. – 2012. – №3. – С.3– 8.

[7] – Никитина Н. Ш. Методика отбора персонала на вакансию на основе нечётких показателей / Н. Ш. Никитина, Е. В. Бурмистрова // Университетское управление: практика и анализ. – 2004. – № 3(31). –С. 98– 103.

[8] – Савченко Т.Н. Математическая психология: консолидация сил // Экспериментальная психология. – 2008. –Том. 1, № 1. –С. 160–166.

[9] – Тарасова Г.В. Применение нечётких множеств для формирования психологического портрета личности / Г.В. Тарасова // Прикладная информатика. – 2010. – № 4 (28). –С. 100–104.

[10] – Shepard R.N. The mental image / R.N. Shepard // Amer. Psychologist. – 1978. – Vol.33. – P.125– 137.

УДК 517.928.2

Тульнов М. О. (студ., 2 курс),

Желтов Д. А. (студ., 2 курс)

Научный руководитель – доц. Зюкин П. Н.

*Воронежский государственный лесотехнический университет
им. Г.Ф. Морозова*

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ЯВЛЕНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ДЛЯ РЕШЕНИЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРОМ

Пусть C^2 – комплексное двумерное векторное пространство, $C^3([0,1];C^2)$ – пространство трижды непрерывно дифференцируемых на отрезке $[0,1]$ функций со значениями в C^2 . Для системы дифференциальных уравнений

$$\varepsilon \frac{dy_\varepsilon}{dx} + B(x)y_\varepsilon + f(x) = \bar{0}, \quad (1)$$

где $x \in [0,1]$, $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, $f(x) \in C^3([0,1];C^2)$, $\bar{0}$ – нулевой вектор пространства C^2 , $B(x)$ – жорданова клетка второго порядка с собственным

значением $\lambda(x) = x^k + i\beta(x)$, k – целое число, $k \geq 0$, i – мнимая единица, $\beta(x) \in C^3([0, 1]; \mathbf{R}^1)$, $\beta(0) \neq 0$, рассматривается задача Коши

$$y_\varepsilon(0) = -B^{-1}(0)f(0) + \psi(\varepsilon). \quad (2)$$

Будем говорить, что для функций $y_\varepsilon(x) \in C([0, 1]; \mathbf{C}^2)$ ($\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$) имеет место явление пограничного слоя по отношению к функции $y_0(x) \in C([0, 1]; \mathbf{C}^2)$ в точке $x=0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, если функции $y_\varepsilon(x)$ сходятся к $y_0(x)$ равномерно по $x \in [\delta, 1]$ на любом отрезке $[\delta, 1]$ ($\delta > 0$) и не сходятся к $y_0(x)$ равномерно по $x \in [0, 1]$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Известно [1, с. 66], что при $\psi(\varepsilon) \equiv \bar{0}$ для решений $y_\varepsilon(x)$ задачи Коши (1), (2) явление пограничного слоя по отношению к решению $y_0(x) = -B^{-1}(x)f(x)$ предельной ($\varepsilon=0$) для (1) системы уравнений в точке $x=0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ не имеет места. В данной статье приводятся условия существования и условия отсутствия указанного явления пограничного слоя в случае $\psi(\varepsilon) \rightarrow \bar{0}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$, а также соответствующие примеры. Пусть

$$\psi(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \psi_1(\varepsilon) \\ \psi_2(\varepsilon) \end{pmatrix}.$$

Теорема 1. Пусть $\psi(\varepsilon) \rightarrow \bar{0}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ и выполнено условие

$$1) \ \varepsilon^{-\frac{k}{k+1}} \psi_2(\varepsilon) \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Тогда для решений $y_\varepsilon(x)$ задачи Коши (1), (2) явление пограничного слоя по отношению к решению $y_0(x) = -B^{-1}(x)f(x)$ предельной ($\varepsilon=0$) для (1) системы уравнений в точке $x=0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ не имеет места.

Пример 1. Рассмотрим задачу Коши

$$\varepsilon \frac{dy_\varepsilon}{dx} + \begin{pmatrix} x^2 + i & 1 \\ 0 & x^2 + i \end{pmatrix} y_\varepsilon = \bar{0}, \quad (3)$$

$$y_\varepsilon(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix}, \quad (4)$$

в которую переходит задача (1), (2) при $k = 2$, $\beta(x) \equiv 1$, $f(x) \equiv \bar{0}$, $\psi(\varepsilon) \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon \end{pmatrix}$.

Условия теоремы 1 для задачи Коши (3), (4) выполнены. Действительно, $\psi(\varepsilon) \rightarrow \bar{0}$, $\varepsilon^{-\frac{k}{k+1}}\psi_2(\varepsilon) = \varepsilon^{-\frac{2}{3}} \cdot \varepsilon = \varepsilon^{\frac{1}{3}} \rightarrow 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Решение $y_\varepsilon(x)$ задачи (3), (4) имеет вид

$$y_\varepsilon(x) = e^{-\frac{x^3}{3\varepsilon} - \frac{x}{\varepsilon}i} \begin{pmatrix} -x \\ \varepsilon \end{pmatrix}, \quad (5)$$

решение предельной ($\varepsilon = 0$) для (3) системы уравнений имеет вид $y_0(x) = \bar{0}$. Легко проверяется, что функции (5) сходятся к функции $y_0(x)$ равномерно по $x \in [0, 1]$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Поэтому для решений задачи Коши (3), (4) явление пограничного слоя по отношению к решению $y_0(x) = \bar{0}$ предельной ($\varepsilon = 0$) для (3) системы уравнений в точке $x = 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ не имеет места.

Теорема 2. Пусть $\psi(\varepsilon) \rightarrow \bar{0}$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ и условие 1) нарушено. Тогда для решений $y_\varepsilon(x)$ задачи Коши (1), (2) имеет место явление пограничного слоя по отношению к решению $y_0(x) = -B^{-1}(x)f(x)$ предельной ($\varepsilon = 0$) для (1) системы уравнений в точке $x = 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$.

Пример 2. Рассмотрим задачу Коши

$$\varepsilon \frac{dy_\varepsilon}{dx} + \begin{pmatrix} x^2 + i & 1 \\ 0 & x^2 + i \end{pmatrix} y_\varepsilon = \bar{0}, \quad (6)$$

$$y_\varepsilon(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\varepsilon} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

в которую переходит задача (1), (2) при $k = 2$, $\beta(x) \equiv 1$,

$$f(x) \equiv \bar{0}, \quad \psi(\varepsilon) \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{\varepsilon} \end{pmatrix}.$$

Условия теоремы 2 для задачи Коши (6), (7) выполнены. Действительно, $\psi(\varepsilon) \rightarrow \bar{0}$, $\varepsilon^{-\frac{k}{k+1}}\psi_2(\varepsilon) = \varepsilon^{-\frac{2}{3}}\sqrt{\varepsilon} = \varepsilon^{-\frac{1}{6}} \rightarrow \infty$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Решение $y_\varepsilon(x)$ задачи (6), (7) имеет вид

$$y_{\varepsilon}(x) = e^{-\frac{x^3}{3\varepsilon} - \frac{x}{\varepsilon}} \begin{pmatrix} -\frac{x}{\sqrt{\varepsilon}} \\ \sqrt{\varepsilon} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

решение предельной ($\varepsilon = 0$) для (6) системы уравнений имеет вид $y_0(x) = \bar{0}$. Легко проверяется, что функции (8) сходятся к функции $y_0(x)$ равномерно по $x \in [\delta, 1]$ на любом отрезке $[\delta, 1]$ ($\delta > 0$) при $\varepsilon \rightarrow 0$ и не сходятся к $y_0(x)$ равномерно по $x \in [0, 1]$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Поэтому для решений задачи Коши (6), (7) явление пограничного слоя по отношению к решению $y_0(x) = \bar{0}$ предельной ($\varepsilon = 0$) для (6) системы уравнений в точке $x = 0$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ имеет место.

Литература

[1] – Зюкин, П. Н. О явлении пограничного слоя для решений специальной задачи Коши / П. Н. Зюкин // Вестник факультета прикладной математики и механики : сборник статей, ВГУ. – Воронеж, 1998. – Вып. 1. – С. 63-67.

Хованова А. М. (студ., 1 курс)

Науковий керівник – ст. викл. Михайленко І. В.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

РОЛЬ МУЛЬТИМЕДІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ В СУЧАСНИХ ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Актуальність. Математика і вища математична освіта в сучасних умовах відіграють особливу роль у підготовці майбутніх фахівців у галузі математики, інформатики, комп'ютерних та інформаційних технологій, техніки, виробництва, економіки, управління як у плані формування певного рівня математичної культури, інтелектуального розвитку, так і в плані формування наукового світогляду, розуміння сутності практичної спрямованості математичних дисциплін, оволодіння методами математичного моделювання. При цьому рівень цієї підготовки повинен надати можливість студентам у майбутньому створювати і впроваджувати

нові технології, теоретична база яких може бути ще не розробленою під час навчання [4].

У сучасному світі є проблемою обґрунтування, створення та широке впровадження в практику інноваційних мультимедійних технологій навчання математичних дисциплін у вищих навчальних закладах, використання яких надасть можливість активізувати навчально-пізнавальну і науково-дослідну діяльність студентів, підвищити рівень їхньої математичної і професійної підготовки, розкрити творчий потенціал і збільшити роль самостійної та індивідуальної роботи за рахунок застосування новітніх інформаційних технологій.

Разом з тим у математичній освіті сьогодні накопичилося багато проблем та негативних тенденцій, серед яких можна назвати різке зниження рівня математичної культури сучасної молоді, їх пізнавальної активності і самостійності. Це негативно відбивається на якості знань і умінь студентів закладів вищої освіти, їх інтелектуальному розвитку, рівні фахової підготовки [4].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Аналізу зазначеної проблеми і деяким шляхам її вирішення присвячені роботи В.В. Корольського, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семерікова, С.В. Шокалюк, Н.В. Рашевської, С.О. Семерікова, К.І. Словак.

Основа частина. Мультимедійні технології розуміються як сучасна комп'ютерна технологія, що дозволяє об'єднати в комп'ютерній системі текст, звук, відео-зображення, графічні зображення й анімацію. Використання віртуальної реальності у педагогічному процесі породжує ефект присутності, а це робить можливим змінити всю систему навчання й виховання. Виникає можливість багато інформаційних матеріалів передавати учням через їх безпосереднє зіткнення з досліджуваними об'єктами і явищами, моделювати виховні ситуації, у яких учневі треба буде приймати якісь рішення та діяти відповідно до обставин. Звідси стає очевидним, що

дидактичні можливості мультимедійних засобів навчання зростають в міру розвитку їх техніко-технологічного та програмно-методичного рівня [5].

Використання мультимедіа сприяє: індивідуалізації навчально-виховного процесу з урахуванням рівня підготовленості, здатностей, інтересів і потреб студентів; більшої самостійності та пошукового характеру; стимулюванню прагнення студентів до постійного самовдосконалення та готовності до самостійного перенавчання.

Практикою доведено, що мультимедійні технології як засоби навчання можна використовувати при проведенні різного типу занять. Наприклад, при читанні лекцій застосовуються презентації, що містять різні види інформації: текстову, звукову, графічну, анімації. Популярними є електронні підручники, які є одним із інструментів самостійної підготовки з предмета. На практичних заняттях – використання тестових програм для закріплення і контролю знань [5].

Мультимедійні засоби навчання є універсальними, оскільки можуть бути використані на різних етапах заняття, а саме: під час мотивації як постановка проблеми перед вивчення нового матеріалу; у поясненні нового матеріалу; під час закріплення та узагальнення знань; для контролю знань.

Створення єдиного освітньо-наукового інформаційного середовища у вищому навчальному закладі дозволить ефективно використовувати інформаційно-комунікативні технології для проведення аудиторних, зокрема лабораторних, занять з математики, контролюючих заходів і, особливо для самостійної роботи студентів денної, заочної та дистанційної форм навчання.

Серед шляхів подолання проблем, які існують у вищій математичній освіті, ключове місце належить активізації навчально-пізнавальної діяльності студентів під час вивчення математичних дисциплін на основі широкого використання інформаційно-комунікаційних технологій. Підвищення рівня знань студентів з математичних дисциплін, активізації їхньої навчально-пізнавальної діяльності та подолання інших зазначених

вище проблем навчання вбачається у створенні комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математичних дисциплін, які базуються на таких положеннях:

- інформаційно-комунікаційні технології, які є одним із важливих засобів розвитку суспільства, повинні зайняти відповідне місце у процесі навчання практично всіх навчальних предметів, і в першу чергу математичних дисциплін;
- розширення напрямів застосування новітніх інформаційних технологій навчання математики у вищому навчальному закладі є одним з найбільш перспективних шляхів удосконалення методичної системи навчання математичних дисциплін;
- застосування новітніх інформаційних технологій навчання при вивченні математичних дисциплін принципово впливає на зміст та методику навчання і надасть можливість, завдяки наочності та звільненню від рутинної роботи, посилити мотивацію навчання;
- ефективність застосування новітніх інформаційних та педагогічних технологій навчання метою підвищення якості математичної освіти визначається, головним чином, відповідною комп'ютерно-орієнтованою методичною системою навчання;
- навчання математичних дисциплін з використанням комп'ютера створить умови для збільшення обсягу індивідуальної роботи над навчальним матеріалом, можливість автоматизованого набору завдань для вивчення, закріплення і контролю, оцінки якості набутих знань [3].

Висновок. Таким чином, інформаційно-комунікативні технології це новий педагогічний інструмент, повноцінне використання якого відкриває перспективи впровадження інноваційних педагогічних технологій. Метою викладачів є необхідність дати студентам таку освіту, впроваджуючи нові педагогічні технології у навчальний процес, щоб відтворити і передати їм досвід минулої та сучасної культури, підготувати молодь до наступної діяльності, забезпечити набуття студентами фундаментальних технічних

знань, розвиток інтелектуального і творчого потенціалу, винахідливості, ініціативи, почуття нового, здатності адаптуватися до умов, що швидко змінюються, підготувати студентську молодь до професійної і самостійної науково-дослідної діяльності.

Перспективним напрямом у вирішенні означеної проблеми є рішення вказаних задач, орієнтованих на поглиблення та розширення теоретичної бази знань з дисциплін математичного циклу.

Література

- [1] – Васильченко І. Сучасна математика та її викладання / І. Васильченко // Вища школа. – 2001. – №6. – С. 33-37.
- [2] – Некрашевич В.В. Математичні проблеми ХХІ століття / В.В. Некрашевич, В.І. Суцанський // У світі математики. – 2011. – Т. 7. – Вип. 1. – С. 6-11.
- [3] – Триус Ю.В. Інноваційно-комунікаційні технології навчання математики / Ю.В. Триус, М.Л. Бакланова // Матеріали IV Всеукр. конф. молодих науковців Черкаси, квітень 2010 р. – Черкаси, 2010. – Ч. 2. – С. 68-69.
- [4] – <http://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2017/jun/3138/15-tryus-76-81.pdf>
- [5] – <http://dspace.dpu.edu.ua/hsci/wp-content/uploads/2017/12/011-38.pdf>

УДК 658.512.62

Шевченко А. О., (студ., 5 курс)
Науковий керівник – проф. Бекетов Ю. О.
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНОГО АНАЛІЗУ ДЛЯ ОЦІНКИ РЕЗЕРВІВ РОБОТИ АТП

Особливостями роботи сучасних автомобільно-транспортних підприємств (АТП) є робота в умовах високої конкурентності, так як на ринку комерційних перевезень на даний час здійснюють підприємницьку діяльність майже 56,2 тис. перевізників, які в своїй діяльності використовують більш 154 тис. транспортних засобів.

Конкуренція – важливий засіб контролю в ринковій системі. Ринковий механізм пропозиції і попиту доводить побажання споживачів до підприємств – виробників продукції, а через них – і до постачальників ресурсів. Однак саме конкуренція змушує підприємство-виробника і постачальників ресурсів належним чином задовольняти побажання

споживачів. Конкуренція викликає розширення виробництва та зниження ціни продукту до рівня, відповідного витратам виробництва.

Однак цим не обмежується позитивний вплив конкуренції на економіку і її ефективність. Конкуренція змушує підприємства найповніше сприймати науково-технічні досягнення, застосовувати ефективні техніку, технологію, сучасні методи організації виробництва і праці.

Рішення проблеми ефективного розподілу товарів і підвищення рівня якості обслуговування споживачів транспортних послуг у ринкових умовах тісно пов'язане з проблемою якості послуг. Тільки високий рівень якості обслуговування може забезпечити надійний ринок збуту для послуг підприємств транспорту.

В теперішній час відсутні будь-які методичні розробки і практичні рекомендації по виявленню резервів ефективності та якості роботи сучасних АТП.

Одним із сучасних економіко-математичних методів, які дозволяють аналізувати рівень роботи сучасних підприємств з точки зору як резервів підвищення ефективності роботи, так і рівня якості надання транспортних послуг, є функціонально-вартісний аналіз (ФВА). Кінцевою метою ФВА є пошук найбільш економічних із погляду виробника і споживача варіантів організації виробництва.

В якості вихідних даних для проведення ФВА використовуються наступні показники: рівень якості транспортного обслуговування, доходи АТП, прибуток, рентабельність тощо. Алгоритм практичного використання ФВА складається з таких основних етапів [1, с. 34].

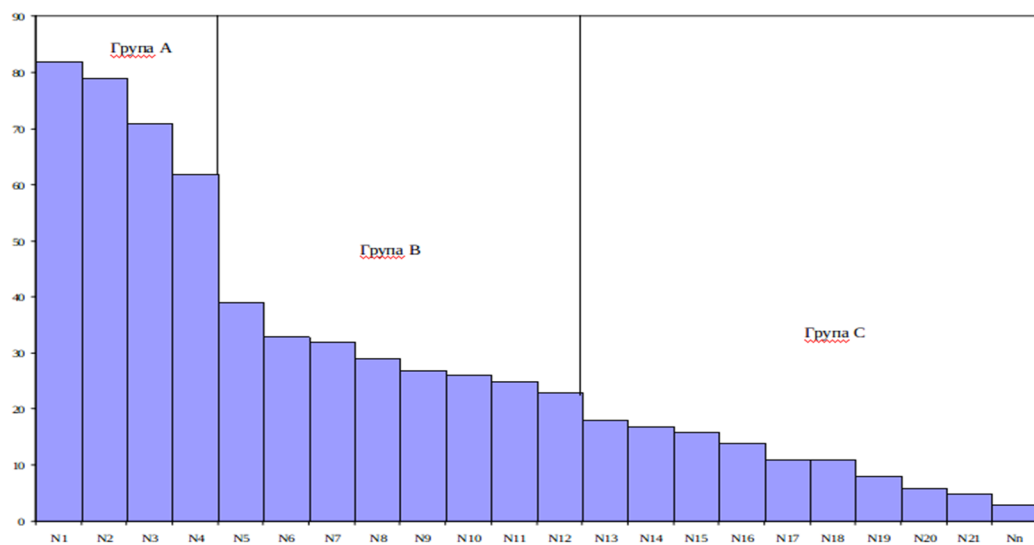
Етап 1. Виділення основних груп замовників транспорту та їх ранжування.

Вихідними даними на цьому етапі має бути зібрана економічна інформація, що відображає діяльність АТП за окремими клієнтами, які обслуговуються. Аналіз даних дозволяє виділити три основні групи замовників транспорту, що обслуговуються рухомим складом АТП (рис. 1):

- група А – найважливіша клієнтура що має найбільший обсяг перевезень вантажів. Їхня кількість невелика (15-20 % від загального числа замовників); але вони займають головні позиції у виробничій програмі експлуатації рухомого складу АТП (45-50 % обсягу перевезень вантажів);

- група В – по важливості це середня група, що включає 25-30 % загальної кількості вантажовідправників. У структурі обсягу перевезень їх доля – 30-35 %;

- група С – клієнтура, що не має великої важливості. Вона складає 45-50% позицій виробничої програми, на її долю припадає 20-25 % обсягу перевезень [2, с. 35].



Номери вантажовідправників, що обслуговуються АТП
Рисунок 1 – Діаграма N-Q для виділення основних груп замовників транспорту, що обслуговуються АТП.

Графічне представлення груп А, В і С на рисунку 2.

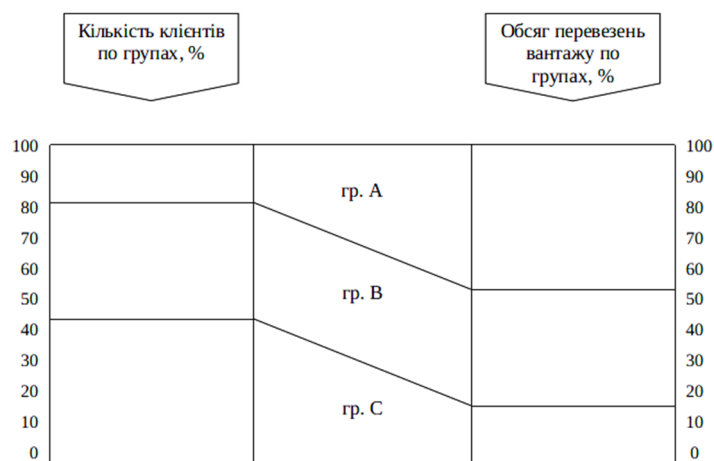


Рисунок 2 – Визначення основних груп замовників транспорту

Відповідно до принципу виділення ведучої ланки, об'єктами подальшого вивчення мають виступати об'єкти, виділені в групах А і В як найбільш важливі. Будемо вважати їх основною клієнтурою, що обслуговується.

Етап 2. Аналіз виробничих витрат і ефективності використання рухомого складу (РС) при обслуговування кожного замовника.

Мета такого аналізу – одержання достовірної інформації про рівень рентабельності послуг, що надаються АТП.

Критерієм оцінки використовують показник рентабельності перевезень.

$$R_{пер_i} = \frac{\Pi_{пер_i}}{З_{пер_i}} \cdot 100\%, \quad (1)$$

де $\Pi_{пер}$ – прибуток отриманий АТП від перевезень вантажів у і-го замовника транспорту, тис. грн.;

$З_{пер}$ – експлуатаційні витрати АТП від перевезень вантажів у і-го замовника, тис. грн.

Після закінчення розрахунків будують стовпчикову діаграму на якій по горизонталі розміщують основну договірну клієнтуру, а по вертикалі – рівень рентабельності перевезень. На цій діаграмі всіх замовників автотранспорту, що належать до груп А і Б, ранжують зліва направо по мірі зниження рівня рентабельності.

Отримані результати характеризують лише одну сторону ефективності автотранспортного виробництва – із погляду самого АТП. Тому цей аналіз повинен бути доповнений і іншими дослідженнями, що дозволять оцінити виробничу діяльність автотранспортників з позиції якості надання транспортних послуг для клієнтури, що обслуговується.

Етап 3. Аналіз функціональності виконання транспортних послуг.

Одне з найважливіших завдань (функцій) АТП – своєчасне, повне і якісне транспортне обслуговування клієнтури [3, с. 132]. Тому метою цього етапу

ФВА є визначення рівня функціональності (якості) виконання робіт і послуг по кожному із замовників транспорту, що сформували групи А і В.

Рівень функціональності транспортного обслуговування можна виразити різними способами. В даному разі пропонується для цього використовувати коефіцієнт функціональності, що розраховується для кожного і-го вантажовідправника

$$K_{\phi_i} = 1 - \frac{Ш_{сан_i} + З_{ДТП_i} + Н_{В_i}}{D_{пер_i}} \quad (2)$$

де $Ш_{сан\ i}$ – сума штрафних санкцій, виставлених клієнтурою АТП за невчасність перевезення вантажу, тис. грн. ;

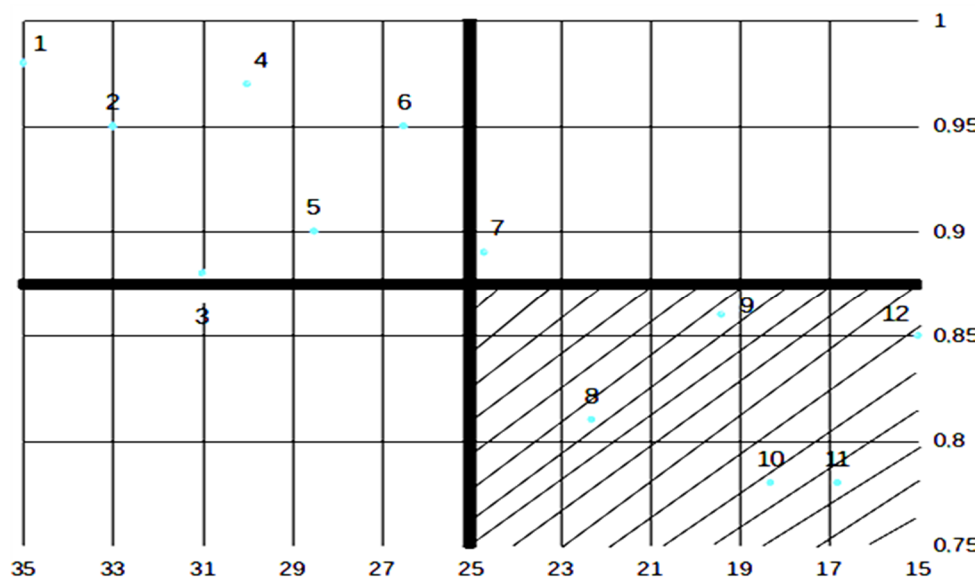
$З_{ДТП\ i}$ – збитки вантажовідправників у зв'язку з ДТП, допущеним із вини водіїв АТП, тис. грн. ;

$Н_{В\ i}$ – сума недостач, втрат і розкрадань вантажів у процесі їхнього транспортування, тис. грн.

Графічно отримані результати мають бути оформлені у вигляді стовпчикової діаграми. На вертикальній її осі відзначають рівень функціональності транспортного обслуговування K_{ϕ_i} , а на горизонтальній осі вказують порядкові номери замовників транспорту, причому, як і в передніх випадках, клієнтура розміщається на графіку зліва направо по мірі зниження коефіцієнта функціональності.

Етап 4. Вибір об'єктів інноваційної діяльності.

Для визначення об'єктів інноваційної діяльності будують кореляційну таблицю. У ній число рядків і число стовпчиків дорівнює чисельності основних вантажовідправників, що потрапили у групи А і В. По горизонталі кореляційної таблиці записують номери замовників по мірі зниження рівня рентабельності перевезень вантажів, а по вертикалі вказують номери замовників по мірі зниження коефіцієнта функціональності (рис. 3).



Показник рентабельності перевезень, $R_{пер}, \%$
Рисунок 3 – Визначення об'єктів інноваційної діяльності

За допомогою кореляційної таблиці вся основна договірна клієнтура АТП поділяється на чотири області:

- область I – до неї входять замовники, що мають найбільш високий рівень як рентабельності перевезень, так і функціональності;

- область II – це замовники автотранспорту, у яких досягнутий високий рівень функціональності (якості) транспортного обслуговування, але має місце низький рівень ефективності використання рухомого складу, тобто рентабельності;

- область III – замовники, що мають високий рівень рентабельності перевезень вантажів і низький рівень функціональності транспортного обслуговування;

- область IV – це ті замовники автотранспорту, у яких спостерігається за звітній період часу найбільш низький рівень як ефективності транспортного процесу, так і функціональності транспортного обслуговування.

До області I увійшли 5 замовників транспортного обслуговування, до області II – 3 замовники, до області III – 1 замовник та до області IV – 3 замовники.

Особлива увага надається тим замовникам транспортних послуг, у яких найнижчий показник рентабельності та рівень функціональності транспортного обслуговування, тобто вони мають найбільш низький рівень як ефективності транспортного процесу, так і функціональності транспортного обслуговування. Тому керівництво АТП має приділити увагу замовникам, які потрапили до області IV, а саме за даним експериментальним дослідження три замовники під номером 8, 10 та 11, які АТП може втратити.

Практичне застосування ФВА в ході експериментальних досліджень дозволило розробити рекомендації для керівництва АТП 16363 м. Харкова стосовно визначення об'єктів інноваційної діяльності.

***Анотація.** Якість перевезень вантажів – один з найважливіших факторів, що забезпечує підвищення рівня конкурентоспроможності сучасних АТП, фірм, тому в роботі обґрунтована послідовність робіт з практичного застосування функціонально-вартісного аналізу (ФВА) для управління якістю перевезень вантажів рухомих складом автомобільного транспорту. Перевагою використання ФВА є можливість забезпечення взаємозв'язку між показниками ефективності використання рухомого складу з показниками якості транспортного обслуговування вантажовідправників. В результаті практичного застосування цієї методики керівництво сучасного АТП може визначити об'єкти інноваційної діяльності (тобто тих замовників, де необхідно приділити більше уваги організації транспортного процесу та реалізувати комплекс заходів з вдосконалення транспортних технологій).*

***Ключові слова:** якість, резерви, конкуренція, автомобільно-транспортне підприємство, функціонально-вартісний аналіз.*

РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРИ У СТЕРЖНІ ПРИ НУЛЬОВИХ ГРАНИЧНИХ УМОВ З ЗМІННІЙ ПОЧАТКОВІЙ ТЕМПЕРАТУРИ

Дослідження розподілу температури в тілах складної конфігурації, сформованих з матеріалів, що характеризуються різними коефіцієнтами теплопередачі, зустрічаються відомі труднощі, які полягають у тому, що теплові процеси у такому разі розвиваються в неоднорідному середовищі, властивості якого залежать від температури, форми дотичних поверхонь. Розподіл температури в тілах складної конфігурації залежить від фізичних властивостей тіла, геометричних розмірів і різниці температур між окремими його частинами. Для розв'язання цих задач необхідно провести детальне дослідження розподілу температури в тілах більш простої форми. Однією з базових задач вважаємо задачу про розподіл температури в обмеженій однорідній середовищі у вигляді стрижня кінцевої довжини, розв'язання якої виконано в роботі.

Розглянемо наступну крайову задачу

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \chi \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (1)$$

$$0 \leq x \leq l, \quad \chi = a^2 > 0$$

$$v(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } x = 0, x = l, \\ f(x) & \text{якщо } t = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$(3)$$

Відомо, що розв'язок такої задачі має вигляд

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left(-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right).$$

Припустимо, що початкова температура $f(x)$ є функцію, яка задовольняє умовам Дирихле в проміжку $(0; l)$, тоді її можна розкласти в ряд

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{l}, \quad (4)$$

де

$$a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx.$$

Розв'язок крайової задачі (1) набуває вигляду:

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left(-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right). \quad (5)$$

Наявність множника $\exp \left(-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right)$ обумовлює рівномірну збіжність ряду (5) у будь-якому інтервалі x , коли $t > 0$. Якщо його розглядати як функцію t , то він буде рівномірно зберігатися для будь-якого $t \geq t_0 > 0$, де t_0 – деяке довільне додатне число. Враховуюче це, функція $v(x, t)$ є неперервною по змінним x і t і має похідні по x і по t , які є неперервними збіжними рядами, коли $t > 0$ і $0 < x < l$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi n^2 \pi^2}{l^2} a_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left(-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right); \\ \chi \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} &= - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi n^2 \pi^2}{l^2} a_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left(-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right). \end{aligned}$$

Таким чином, функція (5) задовольняє рівнянню (1).

Перевіримо, чи задовольняє функція (1) граничним і початковим умовам (2)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} v(x, t) &= \lim_{x \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left(-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right) = 0; \\ \lim_{x \rightarrow l} v(x, t) &= \lim_{x \rightarrow l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left(-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right) = 0. \end{aligned}$$

Це означає, що граничні умови задовольняються. Якщо функція $f(x)$ задовольняє умовам теореми Дирихле, тоді ряд (5) збігається до функції $f(x)$ в точках неперервності інтервалу $(0; l)$. Таким чином

$$\lim_{t \rightarrow 0} v(x, t) = \lim_{t \rightarrow 0} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{\pi n x}{l} \exp \left[-\frac{\chi n^2 \pi^2 t}{l^2} \right] = f(x),$$

в точках розриву і на кінцях проміжку $0 < x < l$

$$\lim_{t \rightarrow 0} v(x, t) = \frac{1}{2} (f(x+0) + f(x-0)).$$

Таким чином, було доведено, що якщо початкова температура $f(x)$ задовольняє умовам Дирихле, неперервна в проміжку $0 \leq x \leq l$ і $f(0) = f(l) = 0$, то функція (5) є розв'язком крайової задачі (1).

Якщо початкова температура $f(x)$ має розриви, тоді в цих точках розв'язок крайової задачі (6), (7) прямує до $\frac{1}{2} (f(x-0) + f(x+0))$ коли $t \rightarrow 0$.

Це означає, що функція $v(x, t)$ не буде мати розриву в заданій точці і крива температури буде проходити близько до точки $\frac{1}{2} (f(x-0) + f(x+0))$.

Слід звернути увагу на те, що фізична задача у постановці (1), (2) для розривного розподілу температур на кінцях стержня або в самому стержні, є ідеалізованим випадком. В дійсності у початковий момент в стержні не може бути неперервного розподілу температури. Розв'язуючи фізичну задачу, ми повинні припустити, що відбувається миттєва зміна температури в стержні в момент, коли починаються вимірювання в безпосередній близькості від точки розриву або від кінців стержня (якщо вони є точками розриву). В результаті розрив температур згладжується.

Наукове видання

СУЧАСНІ ТА ІСТОРИЧНІ ПРОБЛЕМИ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ У ЗАКЛАДАХ ВИЩОЇ ОСВІТИ: ПОГЛЯД ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ І МОЛОДИХ ВЧЕНИХ

**Матеріали Всеукраїнської науково-практичної
конференції здобувачів вищої освіти і молодих вчених**

11-12 квітня 2019 року

Відповідальний за випуск *Ємельянова Т.В.*

В авторській редакції

Комп'ютерна верстка *Купіної Н.А.*

Підписано до друку _____ р. Формат 60×84 1/16. Папір офсетний.
Гарнітура Times New Roman Cyr. Віддруковано на ризографі.
Ум. друк. арк. _____. Обл.-вид. арк. _____.
Зам. № _____. Тираж _____ прим. Ціна договірна

ВИДАВНИЦТВО

Харківського національного автомобільно-дорожнього університету

**Видавництво ХНАДУ, 61200, Харків-МСП, вул. Ярослава Мудрого, 25.
Тел./факс: (057)700-38-72; 707-37-03, e-mail: rio@khadi.kharkov.ua**

*Свідоцтво Державного комітету інформаційної політики, телебачення
та радіомовлення України про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції, серія № ДК №897 від 17.04 2002 р.*