**МЕХАНИКА, ДИНАМИКА.**

**Практическое занятие №6**

***Законы сохранения***

**Справочный материал**

1. *Закон сохранения импульса*

,

где *N* – число материальных точек (или тел), входящих в систему.

2. *Закон сохранения энергии*

*W*К*+W*П*=* const.

Применяя законы сохранения энергии и импульса к прямому центральному удару тел, получаем формулу скорости тел после абсолютно неупругого удара



и формулы скорости тел после абсолютно упругого удара

,

,

где *m*1 и *m*2 – массы шаров; *v*1 и *v*2– их скорости до удара.

3. *Закон сохранения момента импульса*

,

где *–*момент импульса*i*-го тела, входящего в состав системы.

Закон сохранения момента импульса для двух взаимодействующих тел

,

где – моменты инерции и угловые скорости тел до взаимодействия;  – те же величины после взаимодействия.

Закон сохранения момента импульса для одного тела, момент инерции которого меняется,

,

где *I*1 и *I*2–начальный и конечный моменты инерции; ω1 и ω2–начальная и конечная угловые скорости тела.

**Пример №1.** На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса человека *М =*60 кг, масса доски *т=*20 кг. С какой скоростью *и* (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль доски со скоростью *v* (относительно доски)? Массой колес пренебречь. Трение во втулках не учитывать.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:  *М =*60 кг  *m=*20 кг  *v* = 1 м/с | СИ | Решение:  До начала движения человека суммарный импульс системы равен нулю.  После начала движения человека относительно доскисо скоростью *v* тележка будет двигаться со скоростью *и* относительно пола, направленной в противоположную сторону. |
| *и* - ? |

*х*



Результирующая скорость человека относительно пола равна *v-u*, и закон сохранения импульса в проекциях на ось *х* приобретает вид

.

Раскрывая скобки, получаем

,

откуда скорость тележки

.

Подставляем числовые значения

 (м/с).

**Пример №2.** Два неупругих шара массами *m*1=2 кг и *m*2=3 кг движутся со скоростями соответственно *v*1=8 м/с и *v*1=4 м/с. Определить увеличение Δ*U* внутренней энергии шаров при их столкновении в двух случаях: 1) меньший шар нагоняет больший; 2) шары движутся навстречу друг другу.

|  |  |
| --- | --- |
| Дано:  *m*1 *=* 2кг  *m*2 *=* 3кг  *v*1 *=* 8 м/с  *v*2 *=* 4 м/с | Решение:  Для неупругого удара используем закон сохранения импульса  (1)  и закон сохранения энергии  (2) |
| Δ*U*1- ?Δ*U*2- ? |

1). При движении шаров в одном направлении

***Р1***

***Р2***

***Р***

*х*

Из 1-го уравнения найдем скорость после взаимодействия



и подставляем в (2). Найдем изменение кинетической энергии, которое пошло на увеличение внутренней энергии системы Δ*U*1





Численно



2). При движении шаров навстречу друг другу

***P***1 ***P***2 ***P***

*х*

Аналогично получаем

.

.

**Пример №3.** На рельсах стоит платформа, на которой закреплено орудие без противооткатного устройства так, что ствол его расположен в горизонтальном положении. Из орудия производят выстрел вдоль железнодорожного пути. Масса *m*1 снаряда равна 10 кг, и его скорость *u*1*=*1 км/с. На какое расстояние *l* откатится платформа после выстрела, если коэффициент сопротивления *f*=0,002, Mпл = 20 т.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:  *m*1 = 10 кг  *u*1 *=* 1 км/с  *f* = 0,002  *M*пл = 20 т | СИ  103м/с  2 104 кг | Решение:  По закону сохранения энергии кинетическая энергия платформы, полученная при выстреле, будет равна работе по преодолению силы сопротивления  ,  где . |
| *l - ?* |

Кинетическую энергию платформы после выстрела определим, используя закон сохранения импульса

,

откуда скорость платформы



и ее кинетическая энергия

.

Таким образом



Подставим численные значения



**Пример №4.** Платформа в виде диска радиусом *R* = 1,5 м и массой *m*1 *=* 180 кг вращается по инерции около вертикальной оси с частотой *n*= 10 мин-1*.* В центре платформы стоит человек массой *т*2= 60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы?

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дано:  *R* = 1,5 м  *m*1 = 180 кг  *n* = 10 мин-1  *m*2 = 60 кг | СИ  600 с | Решение:  По закону сохранения момента импульса,  ,  где *I*1 – момент инерции платформы; *I*2 – момент инерции человека, стоящего в центре платформы;  – угловая скорость платформы с человеком, стоящим в ее центре; *I*2' – момент инерции человека, стоящего на краю платформы; ω' – угловая скорость платформы с человеком, стоящим на ее краю. |
| *v- ?* |

Линейная скорость человека, стоящего на краю платформы, связана с угловой скоростью соотношением

**.**

Определив отсюда ω' и подставив полученное выражение в формулу закона сохранения момента импульса, будем иметь

*v=(I*1*+I*2*)ωR/(I*1*+I'*2).

Момент инерции платформы рассчитываем как для диска; следовательно, . Момент инерции человека рассчитываем как для материальной точки. Поэтому *I*2=0, *I'*2*=m*2*R*2. Угловая скорость платформы до перехода человека равна ω=2π*n*.

Заменив в формуле скорости величины *I*1, *I*2, *I'*2*.* и ω их выражениями, получим

.

Сделав подстановку значений *т*1*, т*2*, п, R* и π, найдем линейную скорость человека:

(м/с).

**Задачи для самостоятельного решения**

1. Шар массой *m*1*,* движущийся горизонтально с некоторой скоростью *v1*, столкнулся с неподвижным шаром массой *т*2*.* Шары абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю  своей кинетической энергии первый шар передал второму?

2. Снаряд массой *m*=10 кг обладал скоростью *v*=200 м/с в верхней точке траектории. В этой точке он разорвался на две части. Меньшая массой *m*1=3 кг получила скорость *u*1=400 м/с в прежнем направлении. Найти скорость *u*2 второй, большей части после разрыва.

3. Два груза массами *m*1=10 кг и *m*2=15 кг подвешены на нитях длиной *l=2* м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол =60° и выпущен. Определить высоту *h,* на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов считать неупругим.

4. Молот массой *m*1=200 кг падает на поковку, масса *т*2*,* которой вместе с наковальней равна 2500 кг. Скорость *v*1 молота в момент удара равна 2 м/с. Найти: 1) кинетическую энергию *W*К 1 молота в момент удара; 2) энергию *W*К 2, переданную фундаменту; 3) энергию *WК,* затраченную на деформацию поковки; 4) коэффициент полезного действия  (КПД) удара молота о поковку. Удар молота о поковку рассматривать как неупругий.

5. Определить линейную скорость *v* центра шара, скатившегося без скольжения с наклонной плоскости высотой *h=l* м.

6. Карандаш длиной *l*=15 см, поставленный вертикально, падает на стол. Какую угловую со и линейную *v* скорости будет иметь в конце падения: 1) середина карандаша? 2) верхний его ко­нец? Считать, что трение настолько велико, что нижний конец карандаша не проскальзывает.

7. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси. На краю платформы стоит человек массой *т*1=60 кг. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса *т*2 платформы равна 240 кг. Момент инерции *I* человека рассчитывать как для материальной точки.